

مدیریت تولید و عملیات، دوره چهارم، پیاپی (۶)، شماره (۱)، بهار و تابستان ۱۳۹۲

دریافت: ۹۰/۷/۹ پذیرش: ۹۱/۸/۲۲

صص: ۲۱ - ۳۸

ارایه الگوریتمی برای مدل کنترل موجودی (R,Q) با تابع تقاضای احتمالی و متاثر از مقدار کمبود

پرویز فتاحی^۱، احسان ترکمان^۲، امیرسامان خیرخواه^۳، مهدی فتح الله^۴

۱. دانشیار دانشکده مهندسی گروه مهندسی صنایع دانشگاه بوعلی سینا

۲. دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشگاه بوعلی سینا

۳. استادیار دانشکده مهندسی گروه مهندسی صنایع دانشگاه بوعلی سینا

۴. استادیار دانشکده مهندسی گروه مهندسی صنایع دانشگاه آزاد اسلامی، واحد کرج

چکیده

در این تحقیق سیستم سفارش‌های مستمر با اضافه کردن محدودیت تاثیرپذیری تقاضا از متوسط درصد کمبود بررسی شده که در آن بین افزایش مقدار کمبود و تعداد دفعات رخ دادن آن با کاهش تقاضا و انصراف مشتریان رابطه مستقیم وجود دارد. هدف از محدودیت فوق، مدل‌سازی هزینه‌های مرتبط با کسر اعتبار سازمان در فضای رقابتی است. در این تحقیق، ابتدا مدل ریاضی مساله مورد بررسی ارایه و سپس با توجه به پیچیدگی آن با دو الگوریتم فراابتکاری ژنتیک و انجماد تدریجی حل گردیده است. با توجه به اهمیت اجزا و پارامترها در عملکرد الگوریتم‌های فراابتکاری، اجزا و پارامترهای الگوریتم‌های ارایه شده براساس نتایج آزمایش‌ها صورت گرفته تنظیم شده است. در انتها با استفاده از تجزیه و تحلیل آزمایش‌ها صورت گرفته، نشان داده شده است که در این نوع مساله، الگوریتم انجماد تدریجی نتایج بهتری را ارایه می‌نماید.

واژه‌های کلیدی: کنترل موجودی، سیستم سفارش‌های مستمر، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم انجماد تدریجی

۱- مقدمه

سیستم سفارش‌های مستمر یکی از سیاست‌های متداول و پرکاربرد در مباحث کنترل موجودی است در این روش برای هر کالا عددی به عنوان نقطه سفارش^۱ (R) در نظر گرفته و موجودی کالا به صورت مستمر بررسی می‌شود. هنگامی که مقدار موجودی کالا به نقطه سفارش رسید، برای آن کالا به مقدار معینی سفارش برابر با حجم سفارش^۲ (Q) صادر می‌شود. در این سیستم، هدف حداقل کردن هزینه‌های موجودی با تعیین مقادیر بهینه نقطه سفارش و حجم سفارش تحت شرایط مساله است. از شرایط مساله می‌توان به هزینه‌های نگهداری، سفارش‌دهی، مواجهه با کمبود، فروش از دست رفته و یا محدودیت انبار، تقاضای احتمالی، فاصله زمانی تحویل احتمالی، کالاهای فاسد شدنی و... اشاره کرد.

در این تحقیق، سیستم متداول سفارش‌هایی مستمر با تقاضای احتمالی و تابع توزیع نرمال تحت شرایط متاثر بودن تقاضا از متوسط درصد کمبود کالا بررسی می‌شود. هدف از این شرایط، مدل کردن هزینه‌های مرتبط با کسر اعتبار سازمان در زمان مواجهه با کمبود می‌باشد. در سیستم‌های معمول کنترل موجودی برای تقاضاهایی که با کمبود مواجه می‌شوند، یکی از حالات زیر در نظر گرفته می‌شود:

کل تقاضاها در مدت زمان فقدان موجودی، منتظر می‌مانند و به محض دریافت موجودی به آنها پاسخ داده می‌شود (پس‌افت).

حالت دوم تقاضاها در مدت زمان فقدان موجودی، منتظر نمی‌مانند (فروش از دست رفته)

حالت سوم، حالتی ترکیبی از هر دو حالت بالاست، بدین ترتیب که درصدی از تقاضا به صورت تقاضای

پس‌افت در سیستم منتظر می‌ماند. برای مثال، مونتگومری و همکاران^۳ (۱۹۷۳)، رزنبرگ^۴ (۱۹۷۹) و پارک^۵ (۱۹۸۲) به بررسی مدل‌هایی پرداختند که کسر ثابتی از تقاضاها در زمان کمبود به صورت سفارش‌هایی عقب‌افتاده در سیستم باقی می‌ماند.

برخی از محققان نیز مساله کنترل موجودی با سفارش‌هایی عقب‌افتاده جزئی را با رویکرد اصطلاحاً مشتری ناشکیبا^۶ مدل نموده‌اند. در این رویکرد زمانی که تقاضایی با کمبود مواجه می‌شود، کسری از تقاضا، که وابسته به شرایط مساله در زمان رخ دادن کمبود است، به صورت سفارش‌هایی عقب‌افتاده در سیستم باقی می‌ماند. برای مثال، لی و ناهمیاس^۷ (۱۹۹۳) به بررسی مدل کنترل موجودی پرداختند که در آن حداکثر زمان قابل انتظار از دید مشتریان مشخص و ثابت بوده است. پاپاکریستوز و اسکوری^۸ (۲۰۰۰) به بررسی سیستم سفارش‌هایی مستمری با تقاضای مشخص و وابسته به زمان، نرخ ثابت فساد با افق برنامه‌ریزی محدود برای کالاهای فسادپذیر پرداختند. آنها مدل خود را برای شرایطی که کسری از سفارش‌هایی عقب‌افتاده در سیستم باقی بماند، توسعه دادند. در مطالعه آنها، این کسر برابر با تابع نمایی منفی‌ای از مدت زمان انتظار استند. سپس آنها مدل خود را برای شرایط تخفیف کلی نیز توسعه دادند. از دیگر مقالاتی که به بررسی سفارش‌هایی عقب‌افتاده جزئی با رویکرد مشتری ناشکیبا پرداخته‌اند، می‌توان به مقالات چو و چن^۹ (۲۰۰۲)، ونگ^{۱۰} (۲۰۰۲) و سن‌جوزه و همکاران^{۱۱} (۲۰۰۵) اشاره کرد.

در همه مقالات فوق‌نرخ سفارش‌هایی عقب‌افتاده جزئی، ثابت یا تنها وابسته به مدت زمان انتظار است،

رقابتی می‌باشد. سازمان‌دهی سایر بخش‌های این مقاله به صورت ذیل می‌باشد. مساله مورد بررسی در بخش دوم ارایه و مدل‌سازی شده است. بخش سوم به ارایه الگوریتم پیشنهادی می‌پردازد. بخش چهارم به معرفی آزمایش‌های انجام شده و تحلیل آنها می‌پردازد و نتایج تحقیق در بخش پنجم آورده شده است.

۲- تعریف مساله و مدل‌سازی

مدل موجودی سفارش‌های مستمر در این تحقیق بر پایه مدل عمومی سفارش‌های مستمر ارایه شده در کتب موجودی سیلور و همکاران^{۱۵} (۱۹۹۸) بوده و تنها تغییر موجود، متاثر بودن تابع تقاضا از متوسط درصد کمبود کالا است. متوسط درصد کمبود به صورت متوسط نسبت تقاضاهایی که با کمبود مواجه شده‌اند، تعریف می‌گردد. برای این منظور کافی است میزان متوسط کمبود را در هر دوره سفارش‌گذاری تعیین و بر میزان سفارش مربوطه تقسیم کرد. عدد به دست آمده نشان‌دهنده متوسط درصد کمبود خواهد بود.

در این تحقیق، مسأله تعیین مقادیر نقطه سفارش دهی و میزان سفارش در سیستم سفارش‌های مستمر با هدف حداکثر نمودن سود بررسی می‌شود که در آن فاصله زمانی تحویل ثابت و مشخص بوده و تابع تقاضا احتمالی و متاثر از درصد کمبود کالا است. کمبود کالا موجب می‌گردد که تعدادی از مشتریان با کمبود مواجه شده و تاثیر منفی آن موجب کاهش تقاضای مشتریان می‌گردد. به عبارتی، در صورتی که مشتری بداند در صورت سفارش به یک فروشنده، با احتمال زیادی سفارش او به موقع تحویل داده نخواهد شد، سعی

در حالی که این نرخ می‌تواند وابسته به طول دوره کمبود نیز باشد. برای مثال، شرایطی را در نظر بگیرید که مدت زمان انتظار طولانی، اما نسبت به طول دوره کمبود حائز اهمیت نباشد. در چنین شرایطی، مشتریان همچنان در سیستم باقی خواهند ماند. محققین زیر مساله سفارش‌های عقب افتاده جزئی را با توجه به عامل فوق بررسی کرده‌اند.

یو^{۱۲} (۲۰۰۵) به بررسی سیستم بهینه سفارش‌دهی با تقاضای فصلی پرداخته است. در مطالعه او احتمال این که مشتری‌ای کالایی را به صورت سفارش‌های عقب‌افتاده خریداری کند وابسته به فاصله زمانی بین دو فصل و مدت زمان انتظار مشتری است. سان جوزه و همکاران^{۱۳} (۲۰۰۷) سیستم کنترل موجودی با تقاضای ثابت در طول افق نامحدود و تقاضای پس‌افت جزئی را بررسی نمودند، آنها فرض نمودند درصدی از مشتریان که مایل به انتظار نیستند متناسب با طول دوره کمبود و مدت زمان انتظار است و براساس فرضیات فوق سیاست بهینه سفارش را تعیین کردند.

کریشنامورتی و آرتلیزو^{۱۴} (۲۰۰۶) سیستم سفارش‌های مستمری ارائه کردند که در آن تقاضاهای مواجه با کمبود از سیستم خارج شده و پس از مدتی تصادفی دوباره به سیستم باز می‌گردد و در صورت عدم برآورده شدن تقاضا مجدداً فرآیند فوق تکرار می‌شود.

در این تحقیق، تاثیر میزان کمبود بر تقاضا به طور مستقیم مورد بررسی قرار می‌گیرد که در تحقیقات پیشین این اثر مستقیم و مدل یکپارچه بررسی نشده است. هدف از این تاثیر مستقیم، مدل‌سازی هزینه‌های مرتبط با کسر اعتبار سازمان در فضای

مساوی مقدار مشخص J شود. معادله (۱) نشان‌دهنده این محدودیت و نحوه تاثیرگذاری آن بر تقاضاست. همان‌طور که در قسمت‌های قبلی در تعریف متوسط درصد کمبود شرح داده شد، متوسط درصد کمبود به صورت متوسط نسبت تعداد تقاضاهایی که با کمبود مواجه می‌شوند، محاسبه می‌گردد. یک دوره زمانی از چند دوره سفارش‌گذاری تشکیل شده است و با توجه به اینکه در یک دوره سفارش‌گذاری تنها در انتهای دوره احتمال کمبود وجود دارد، این نسبت از طریق رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$\frac{S_R}{Q} \leq J \quad (1)$$

که در آن S_R بیانگر مقدار مورد انتظار کمبود در یک دوره است و از طریق معادله (۲) محاسبه می‌شود:

$$S_R = \int_r^{\infty} f(x)(x-r) dx \quad (2)$$

در معادله بالا r نشان‌دهنده نقطه سفارش و $f(x)$ نشان‌دهنده تابع تقاضا در واحد زمان است در این تحقیق، واحد زمان برابر با فاصله زمانی تحویل فرض شده است. لذا در صورتی که تابع توزیع نرمال را به صورت معادله (۳) در نظر بگیریم، مقدار S_R مطابق با معادله (۴) محاسبه خواهد شد. بر این اساس، رابطه (۱) به رابطه (۵) تبدیل خواهد شد.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

$$S_R = \int_r^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} (x-r) dx \quad (4)$$

$$\frac{\int_r^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} (x-r) dx}{Q} \leq J \quad (5)$$

می‌نماید که فروشندگان دیگری را انتخاب و به آنها سفارش دهد. احتمال کمبود برای یک فروشنده به کاهش سفارش به او و سفارش به سایرین منجر خواهد شد و به علت احتمال کمبود، تقاضای برای کالای او کاهش می‌یابد. فرضیات ذیل در این تحقیق در نظر گرفته شده است:

تغییر تقاضا به کندی رخ می‌دهد. به همین برای، مقدار تقاضای به دست آمده براساس مقادیر R و Q تقریباً ثابت فرض می‌شود.

افق برنامه‌ریزی نامحدود فرض شده است.

فاصله زمانی تحویل ثابت است و برابر با یک واحد زمان فرض شده است. به عبارتی، همه متغیرها بر حسب فاصله زمانی تحویل ارائه شده‌اند (مانند هزینه نگهداری، مقدار تقاضا...).

کلیه تقاضاهای مواجه شده با کمبود به صورت تقاضای پس‌افت در سیستم باقی می‌مانند و در نخستین فرصت ممکن برآورده می‌شوند.

هزینه مواجهه با کمبود خطی و براساس متوسط مقدار کمبود در هر دوره محاسبه می‌گردد.

هزینه سفارش‌دهی ثابت بوده، حجم سفارش در آن تاثیری ندارد.

تابع تقاضا احتمالی بوده، از توزیع نرمال با میانگین μ و انحراف معیار σ پیروی می‌کند.

با توجه به متاثر بودن تقاضا از متوسط درصد کمبود کالا، حداکثر مقدار تقاضا در شرایطی رخ می‌دهد که درصد کمبود کالا کمتر از مقدار از پیش مشخص شده پارامتر J باشد، این مقدار تقاضا با μ_{MAX} نشان داده می‌شود و در صورتی که متوسط درصد کمبود کالا بیشتر از پارامتر مشخص J باشد تقاضا تا اندازه‌ای کاهش پیدا می‌کند که متوسط درصد کمبود کالا کمتر یا

پارامتر J را می‌توان حداکثر درصد کمبود قابل قبول از نظر مشتریان دانست. به عبارتی دیگر، هرچه مقدار این پارامتر کمتر باشد، بازار رقابتی‌تر و هزینه‌های مواجهه با کمبود بیشتر است. مقدار این پارامتر را می‌توان از داده‌های موجود و اطلاعات گذشته شرکت مشخص نمود.

با کاهش تقاضا، یا ریزش مشتریان، طبیعتاً مقدار انحراف معیار تقاضا نیز کاهش پیدا می‌کند. در صورتی که μ_{MAX} را مجموع میانگین تقاضای n مشتری در نظر بگیریم با کاهش این مشتریان، انحراف معیار توزیع مجموع تقاضاهای این مشتریان نیز به صورت معادله (۷) تغییر می‌کند.

$$\sigma = \sigma_{MAX} * \sqrt{\frac{\mu}{\mu_{MAX}}} \quad (7)$$

در رابطه بالا، فرض بر آن است که تقاضای کل عبارت است از مجموع n متغیر مستقل (با فرض هم توزیع بودن) که در صورت کاهش این متغیرها، واریانس مجموع آنها نیز به همان نسبت کاهش پیدا می‌کند.

هدف اصلی این مساله، انتخاب مقادیر R ، Q به گونه ای است که تابع سود یا $B_{r,q}$ بیشینه گردد. این تابع در معادله (۸) نشان داده شده است:

$$MAX\{B_{r,q} = \mu * (u' - u) - TIC_{r,q}\} \quad (8)$$

که در آن $TIC_{r,q}$ مجموع هزینه‌های موجودی است و از جمع مقادیر هزینه‌های سفارش‌دهی، هزینه‌های نگهداری و هزینه‌های کمبود به دست می‌آید و در معادله (۹) نشان داده شده است.

در رابطه بالا μ نشان‌دهنده متوسط مقدار تقاضا و σ نشان‌دهنده انحراف معیار تقاضاست. بیشترین مقدار μ ممکن که رابطه بالا را ارضاع نماید نشان‌دهنده متوسط تقاضا به ازای مقادیر R و Q مشخص است. مقدار μ_{MAX} نشان‌دهنده حداکثر میزان تقاضا در صورت عدم وجود کمبود است و یا به عبارتی، حداکثر سهم شرکت از بازار محصولات را نشان می‌دهد. مقدار μ می‌تواند بین مقادیر μ_{MAX} و 0 باشد که این معادله در رابطه (۶) نمایش داده شده است:

$$0 \leq \mu \leq \mu_{MAX} \quad (6)$$

هرچه مقدار "حجم سفارش" یا Q بیشتر باشد تعداد دفعاتی که سیستم با کمبود مواجه می‌شود کمتر شده، فاصله زمانی بین دو سیکل افزایش می‌یابد و کمبودها با فاصله زمانی بیشتری رخ می‌دهند. این موضوع، باعث جلب اعتماد مشتریان و افزایش تقاضا می‌گردد. برای مثال، در نقطه مشخصی که مقادیر R, Q, μ در معادله (۵) صدق می‌کنند، با افزایش مقدار Q ، مقدار S_R می‌تواند افزایش یابد که در صورت ثابت فرض کردن R ، این تغییر با افزایش μ و σ (افزایش تقاضا) همراه است.

با افزایش نقطه "سفارش دهی" یا R ، احتمال مواجه شدن با کمبود و تعداد مورد انتظار کالاهای مواجهه با کمبود به ازای تقاضای فعلی (μ) کاهش یافته، این امر باعث افزایش رضایت مشتریان و تقاضا می‌گردد. سپس با افزایش تقاضا یا μ مقدار S_R مجدداً افزایش می‌یابد. طبق رابطه فوق افزایش تقاضا تا حدی رخ می‌دهد که مقادیر جدید R, Q, μ رابطه فوق صدق کنند.

امکان ساده‌سازی معادله (۵) به نحوی که μ را بر اساس دو متغیر دیگر بیان شود، وجود ندارد، به عبارتی، امکان محاسبه تغییرات متغیر μ نسبت به دو متغیر Q, R به صورت کلی (نه به صورت نقطه‌ای) و نمایش آن به صورت معادله وجود نداشته و نقاط بهینه محلی تابع سود لزوماً محدود نبوده، که بتوان بعد از محاسبه، آنها را مقایسه نمود و بهترین نقطه را به عنوان جواب بهینه انتخاب کرد، برای محاسبه نقطه بهینه تابع $B_{r,q}$ از الگوریتم‌های ابتکاری استفاده شده و فضای جستجو نیز به اعداد صحیح محدود شده است. همچنین، در واقعیت نیز مقادیر Q, R بیانگر تعداد یا حجمی از کالا بوده و معمولاً دارای مقادیر صحیح هستند و در صورت اعشاری بودن این مقادیر می‌توان با تغییر واحد، این مقادیر را به عدد صحیح تبدیل کرد.

در ذیل برای تشریح مساله مورد نظر یک مثال ارائه می‌گردد. فرض کنید در این مثال، هزینه ثابت سفارش‌دهی برابر با ۱۰۰۰، حداکثر تقاضا ۱۰۰، حداکثر انحراف معیار ۲۵، هزینه نگهداری به ازای هر کالا در واحد زمان ۳۰۰، هزینه مواجهه با کمبود به ازای هر کالا در واحد زمان ۴۰۰، حداکثر درصد کمبود مجاز برای مشتریان ۰,۰۰۰۰۱ و تفاوت قیمت فروش با قیمت تمام شده ۵۰۰ واحد پولی باشد. این مساله دارای چندین نقطه بهینه محلی است که در زیر ۲ نقطه آن نشان داده شده است.

- a. $(r, q) = (196, 36) \Rightarrow \mu \approx 100$
 $\sigma \approx 25 \quad B_{r,q} = 13021$
 b. $(r, q) = (197, 30) \Rightarrow \mu \approx 99$
 $\sigma \approx 24.88 \quad B_{r,q} = 13046$

$$TIC_{r,q} = THC_{r,q} + TOC_{r,q} + TSC_{r,q} \quad (9)$$

$TSC_{r,q}$ و $THC_{r,q}, TOC_{r,q}$

به ترتیب نشان‌دهنده مجموع هزینه‌های سفارش‌دهی، مجموع هزینه‌های نگهداری و مجموع هزینه‌های کمبود بوده و در معادلات (۱۰) تا (۱۲) نشان داده شده‌اند.

$$TOC_{r,q} = C * \frac{\mu}{Q} \quad (10)$$

$$THC_{r,q} = h * I \quad (11)$$

$$TSC_{r,q} = S * \frac{\mu}{Q} * S_R \quad (12)$$

در معادلات فوق S, h, C, u, u' به ترتیب نشان‌دهنده هزینه مواجهه با کمبود به ازای هر واحد در زمان، هزینه نگهداری به ازای هر واحد در زمان، هزینه ثابت سفارش‌دهی، قیمت فروش کالا و قیمت تمام‌شده کالا هستند.

همچنین، I نشان‌دهنده سطح موجودی بوده و با تقریب ارائه شده توسط لائوا و لائو^{۱۶} (۲۰۰۲) بر اساس معادلات (۱۳) تا (۱۵) محاسبه خواهد شد.

$$Z_1 = (R - \mu) / \sigma \quad (13)$$

$$Z_2 = (Q + R - \mu) / \sigma \quad (14)$$

$$\begin{cases} \text{if } Z_1 \geq 0.6, I = \frac{1}{2}Q + R - \mu \\ \text{if } Z_1 < 0.6 \text{ and } Z_2 \geq -0.5, \\ I = \frac{1}{2}Q + R - \mu + \frac{1}{2}(R - \mu)^2 / Q \\ \text{else, } I = 0 \end{cases} \quad (15)$$

همان‌طور که در معادله (۵) نشان داده شده است محدوده متغیر μ به دو متغیر Q, R وابسته بوده و μ باید بیشترین مقدار ممکن را اختیار کند، از آنجا که

همان‌طور که در شکل ۲ مشاهده می‌گردد، میانگین تقاضا نسبت به تغییرات "نقطه سفارش" حساس بوده، با افزایش مقدار "نقطه سفارش" میانگین تقاضا تا رسیدن به حداکثر مقدار خود افزایش می‌یابد، اما میانگین تقاضا نسبت به "حجم سفارش" چندان حساس نبوده، با افزایش "حجم سفارش" مقدار کمی افزایش پیدا می‌کند.

۳- ارائه الگوریتم پیشنهادی

۳-۱ الگوریتم ژنتیک

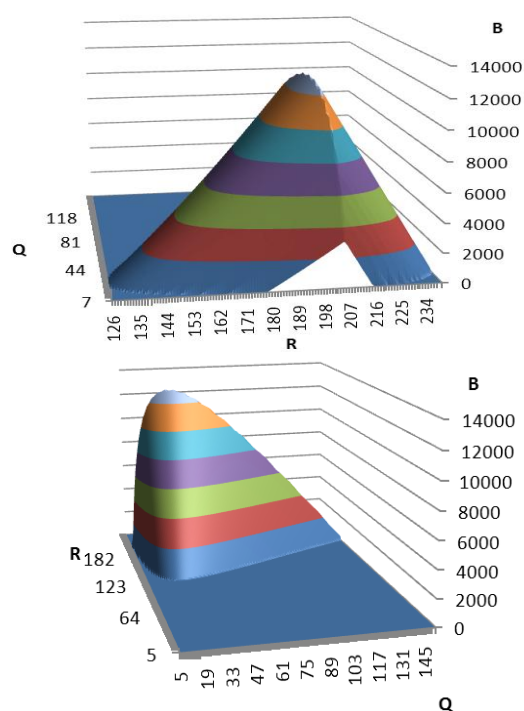
الگوریتم ژنتیک یک متدولوژی عمومی برای جستجو در فضاهای جواب گسسته، مطابق با روش به‌کار گرفته شده در فرآیندهای طبیعی انتخاب در سیستم‌های بیولوژیکی است. الگوریتم ژنتیک جزئی از محاسبات تکاملی است که خود جزئی از هوش مصنوعی است. ویژگی‌های خاص این الگوریتم باعث می‌شود که نتوانیم آن را یک جستجوگر تصادفی ساده قلمداد کنیم. در واقع، ایده اولیه این روش از نظریه تکاملی داروین الهام گرفته شده است و کارکرد آن بر اساس ژنتیک طبیعی استوار است. الگوریتم ژنتیک در حل بسیاری از مسایل بهینه‌سازی عملکرد خوبی از خود نشان داده و در این تحقیق نیز به‌عنوان یکی از الگوریتم‌های ابتکاری، به‌کار گرفته شده است (فتاحی، ۱۳۸۸).

در هر الگوریتم، پارامترها و اجزایی وجود دارند که بر کیفیت الگوریتم تاثیر بسزایی دارند، لذا در ذیل پارامترهای موثر بر الگوریتم ژنتیک پیشنهادی برای مساله مورد نظر بررسی می‌گردند.

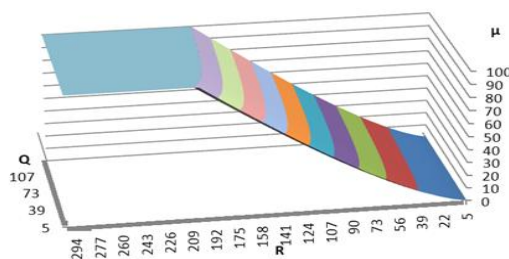
۳-۱-۱ جمعیت اولیه

در این تحقیق چندین نقطه بهینه محلی جزو جمعیت اولیه خواهند بود. در این مرحله چندین بار نقاط تصادفی (R و Q های تصادفی) انتخاب می‌گردد و سپس هر بار یکی از پارامترهای R یا Q انتخاب شده

شکل تابع سود مثال فوق به ازای مقادیر سود بیشتر از صفر از دو زاویه مختلف در شکل ۱ نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، یال موجود به صورت دندان‌دار بوده، نشان‌دهنده نقاط بهینه محلی در مثال فوق است. همچنین، تغییرات تقاضا به ازای تغییرات R و Q در شکل ۲ نمایش داده شده است.



شکل ۱- تابع سود مثال فوق به ازای مقادیر سود بیشتر از صفر.



شکل ۲- تغییرات تقاضا به ازای تغییرات نقطه سفارش و حجم سفارش

برای مثال، اگر در یک مساله A برابر با ۳ و حداکثر تقاضا ۱۰۰ فرض شود، تعداد ژن های لازم برای نشان دادن هر یک از متغیرهای R ، Q برابر با ۹ عدد است و لذا طول کروموزوم برابر با ۱۸ خواهد بود.

$$\rightarrow 2^{bits} - 1 \geq A * \mu_{max} = 9$$

مقدار پارامتر A بیان کننده حداکثر مقدار متغیرهای R ، Q است. با افزایش مقدار A فضای جستجو برای متغیرهای فوق و زمان لازم برای حل مساله افزایش می یابد. در صورتی که مقادیر R ، Q به ترتیب ۲۵ و ۱۲۷ باشد، کروموزوم مثال فوق مطابق شکل (۴) خواهد بود.

R	Q
۰ ۰ ۰ ۰ ۱ ۱ ۰ ۰ ۱	۰ ۰ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱

شکل ۴- ساختار کروموزوم برای الگوریتم پیشنهادی

۳-۱-۳ عملگر تقاطع

عملگرهای تقاطع متعددی برای جمعیت فوق می توان تعریف کرد. در زیر چهار عملگر متفاوت ارائه و مورد مقایسه شده اند. این عملگرها در زیر شرح داده شده اند.

عملگر تقاطع تک نقطه ای: در این جا عملگر تقاطع از نقطه اتصال دو متغیر برای تقاطع عمل می کند و یا به عبارتی، مقادیر R و Q در تولید فرزندان بین دو والد تعویض می شوند.

عملگر تقاطع دو نقطه ای: در این عملگر یکی از نقاط در محدوده میانی ژن های R و دیگری در محدوده میانی ژن های Q به صورت تصادفی انتخاب می گردد و عمل تقاطع انجام می شود. نقطه

(مثلا Q) و با افزایش (یا کاهش) یکنواخت آن در راستای حداکثر کردن تابع هدف به مقدار جدیدی برای این پارامتر رسیده می شود. سپس همین کار را با پارامتر دیگر (مثلا R) و با مقدار جدید به دست آمده (Q) انجام داده، چرخه بالا را تا جایی که تغییر در یک پارامتر باعث بهبود تابع هدف نشود، تکرار می کنیم. نقطه R و Q به دست آمده یکی از نقاط مورد نظر ما برای جمعیت اولیه است. به صورت خلاصه این الگوریتم در شکل ۳ نمایش داده شده است.

۳-۱-۲ ساختار نمایش

برای معرفی ساختار نمایش کروموزوم از کدگذاری باینری استفاده می گردد. در این روش، نیمی از ژن های کروموزوم، نشان دهنده مقدار متغیر R و نیمه دیگر نشان دهنده متغیر Q هستند. طول هر کروموزوم یا تعداد ژن های آن با توجه به مساله متفاوت است و در هر مساله حداکثر مقدار هر یک از متغیرها تا A برابر حداکثر مقدار متوسط تقاضا در نظر گرفته شده است. بنابراین، طول هر کروموزوم برابر با دو برابر تعداد ژن های لازم برای نمایش A برابر تقاضاست.

قدم ۱- انتخاب نقطه تصادفی R ، Q
 قدم ۲- ثابت نگهداشتن Q و افزایش (یا کاهش) R مادامی که به بهبود تابع هدف منجر می شود
 قدم ۳- ثابت نگهداشتن R و افزایش (یا کاهش) Q مادامی که به بهبود تابع هدف منجر می شود
 قدم ۴- تکرار قدم های ۲ و ۳ تا زمانی که نقاط R ، Q تغییر نکنند.
 قدم ۵- مراحل فوق را به اندازه جمعیت تکرار کنید.

شکل ۳- الگوریتم ابداعی برای ایجاد جمعیت اولیه

علت استفاده از روش فوق، متغیر بودن طول کروموزومهاست، در صورتی که احتمال جهش برای هر ژن از پیش تعیین شده و طول کروموزوم کوتاه باشد، ممکن است الگوریتم در بهینه محلی گرفتار شود و در مواقعی که طول کروموزوم بلند باشد، الگوریتم را تبدیل به جستجوگر تصادفی می‌کند. برای مثال، در صورتی که طول کروموزوم ۵۰ و احتمال جهش هر ژن ۰,۰۳ در نظر گرفته شود احتمال جهش نکردن کروموزوم برابر با ۰,۲۱ و در صورتی که طول کروموزوم ۱۰ باشد، این احتمال برابر با ۰,۷۳ درصد است.

۳-۱-۵ عملگر انتخاب

در این تحقیق، به علت اختلاف زیاد بین مقادیر برازندگی برای انتخاب کروموزومها از روش رتبه‌بندی خطی استفاده شده است. در حالتی که اختلاف بین مقادیر برازندگی یک جمعیت زیاد باشد، معمولاً از روش رتبه‌بندی برای انتخاب استفاده می‌شود. در این حالات، روش رتبه‌بندی موجب می‌گردد که از همگرایی بیش از حد سریع الگوریتم جلوگیری کند. در روش رتبه‌بندی خطی، افراد جمعیت برحسب برازندگی‌شان به ترتیب از ۱ تا N (تعداد جمعیت) رتبه‌بندی می‌شوند. نرخ انتظار هر فرد هم به جای بستگی به برازندگی مطلق، به رتبه آن فرد بستگی دارد. پس از رتبه‌بندی افراد جمعیت، هر عضو با احتمالی برابر با نسبت رتبه آن عضو به مجموعه رتبه‌های کل جمعیت انتخاب می‌گردد.

۳-۱-۶ تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک

به منظور بهینه‌سازی پارامترهای الگوریتم ژنتیک، مقدار پارامترهای این الگوریتم را متغیر فرض کرده و

اول به صورت تصادفی در نیمه اول کروموزوم و نقطه دوم نیز به صورت تصادفی در نیمه دوم کروموزوم انتخاب می‌گردد.

عملگر تقاطع چهار نقطه‌ای: این عملگر از هر قسمت کروموزوم (کروموزومها دارای دو بخش به طول مساوی و به ترتیب بیان‌کننده نقطه سفارش‌دهی و حجم سفارش هستند) دو نقطه تصادفی انتخاب کرده، عمل تقاطع بین نقاط انجام می‌گیرد. نقطه‌های اول و دوم به صورت تصادفی در نیمه اول، و نقطه‌های سوم و چهارم در نیمه دوم انتخاب می‌گردد.

در عملگر تقاطعی یکنواخت، ژن‌ها به صورت تصادفی از والد ۱ یا والد ۲ انتخاب می‌شوند.

۳-۱-۴ عملگر جهش

در این مقاله، احتمال جهش بیان‌کننده احتمال رخ دادن جهش در هر کروموزوم است. بدین ترتیب، با داشتن طول هر کروموزوم احتمال جهش برای ژن‌های آن محاسبه شده، ژن‌های کروموزوم با احتمال به دست آمده متمم می‌شوند. برای مثال، در صورتی که احتمال جهش یک کروموزوم به طول ۲۰ را ۲۰٪ در نظر بگیریم، احتمال جهش هر ژن آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

احتمال رخ ندادن جهش در کروموزوم

$$1 - 0.2 = 0.8$$

احتمال رخ دادن جهش در هر ژن کروموزوم به

طول:

$$20 : 1 - \sqrt[20]{0.8} = 0.011$$

دارای کارایی بوده‌اند. به همین علت در ارزیابی‌ها عملگر یکنواخت به عنوان عملگر مناسب برای ادغام انتخاب گردید.

جدول ۲ - نتایج بهترین پارامترها برای مساله ژنتیک با عملگرهای متفاوت

شماره عملگر تقاطع	شماره مساله	اندازه جمعیت	تعداد فرزندان	پارامتر جهش	متوسط تعداد نقاط جستجو شده
۱	۱	۲۸	۲۴	۰,۳۵	۲۵۰۰۰
۲	۱	۳۲	۲۰	۰,۲۲	۱۶۶۱۰
۳	۱	۲۸	۱۲	۰,۲۸	۱۵۷۱۰
۴	۱	۵۲	۴۰	۰,۲۳	۱۱۲۵۰
۱	۲	۳۲	۲۴	۰,۳۹	۲۳۵۰۰
۲	۲	۴۴	۲۸	۰,۳۸	۲۰۸۵۰
۳	۲	۱۶	۸	۰,۴۳	۶۵۰۰
۴	۲	۱۲	۸	۰,۳۶	۵۷۰۰
۱	۳	۴۸	۴۰	۰,۲۵	۴۰۰۰۰
۲	۳	۲۸	۲۴	۰,۳۴	۴۱۰۰۰
۳	۳	۲۰	۸	۰,۳۱	۸۰۰۰
۴	۳	۱۲	۸	۰,۴۳	۸۰۰۰
۱	۴	۲۴	۲۰	۰,۳۳	۳۴۹۲۰
۲	۴	۱۶	۸	۰,۴۸	۲۰۱۸۰
۳	۴	۱۶	۱۲	۰,۲۶	۱۹۸۱۲
۴	۴	۲۴	۱۶	۰,۴۶	۱۵۹۲۰
۱	۵	۲۴	۱۶	۰,۳۷	۱۶۱۶۰
۲	۵	۳۲	۲۸	۰,۲۹	۸۲۶۰
۳	۵	۲۰	۱۲	۰,۳۸	۹۱۵۶
۴	۵	۱۶	۸	۰,۵۸	۵۵۴۴
۱	۶	۲۰	۱۶	۰,۳۷	۴۴۹۶
۲	۶	۳۶	۲۸	۰,۴۳	۲۵۲۰
۳	۶	۲۸	۲۴	۰,۱۹	۱۲۲۴
۴	۶	۲۴	۱۶	۰,۲۵	۸۴۸

سپس برای تنظیم سایر پارامترها، شش مساله مورد بررسی با هر شش حالت این پارامترها حل گردیده و

توسط رویه تکراری مقادیر آنها مورد ارزیابی قرار گرفته است (فتاحی، ۱۳۸۸). در محاسبات فوق، معیار ارزیابی پارامترها، تعداد نقاط جستجو شده در الگوریتم ژنتیک تا رسیدن به نقطه بهینه فرض شده است. برای این منظور، الگوریتم ژنتیک برای هر حالت پارامترها، ۲۰ بار اجرا و متوسط نقاط جستجو شده به عنوان معیار ارزیابی پارامترها محاسبه شده است. نقطه بهینه مطلق نیز برای مسایل مورد استفاده (جدول شماره ۱) در الگوریتم فوق به روش جستجوی نقطه به نقطه محاسبه گردیده است.

جدول ۱ - خصوصیات مساله‌ها برای تنظیم پارامتر الگوریتم ژنتیک

شماره مساله	μ_{MAX}	σ_{MAX}	j	h	s	c	$u-u$
۱	۱۰۰۰	۳۰	۰,۰۰۰۱	۱۰۰	۴۰۰	۱۰۰۰	۵۰۰
۲	۱۰۰	۳۵	۰,۰۱	۱۰۰	۴۰۰	۱۰۰۰	۵۰۰
۳	۱۰۰۰۰	۲۵۰	۰,۰۰۱	۱۰۰	۴۰۰	۱۰۰۰	۵۰۰
۴	۱۰۰۰	۱۲۴	۰,۰۰۱	۵۸	۸۵۰	۵۴۰۰	۸۹۸
۵	۵۴۸۵	۱۲۴	۰,۰۱	۶۵۰	۹۵۰	۵۰۰	۳۷۸
۶	۴۴۵	۲۱	۰,۰۰۰۱	۶۵۷	۷۴۵	۳۲۱۵	۷۸۶۵۴

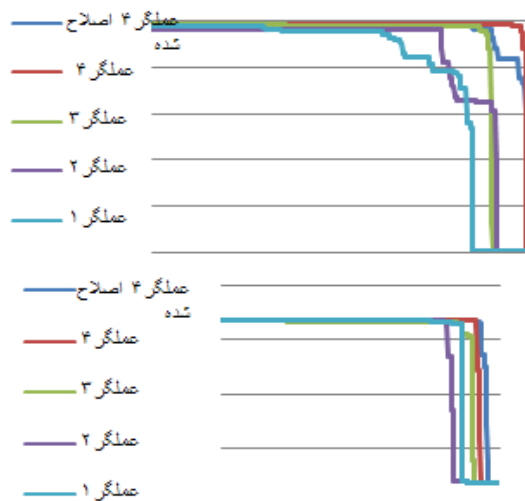
نتایج بهترین پارامترها برای مساله ژنتیک با عملگرهای متفاوت در جدول ۲ نمایش داده شده است. در ابتدا به تحلیل کارایی عملگرهای انتخابی می‌پردازیم. براساس جدول شماره ۲ مشخص شد که عملگر شماره ۴ که همان عملگر یکنواخت برای ادغام است، نتایج بهتری را نسبت به بقیه به دست آورده است. همچنین، براساس نتایج به دست آمده، عملگرها به ترتیب ذیل دارای کارایی بهتر هستند. ابتدا عملگر یکنواخت (شماره ۴) بهترین نتیجه و سپس عملگر چهار نقطه‌ای (شماره ۳)، عملگر دو نقطه‌ای (شماره ۲)، و عملگر تک نقطه‌ای (شماره ۱)

کوچکتر بودن مقادیر نقاط جستجو شده در الگوریتم جدید از آزمون فرض برابری میانگین‌های دو جامعه نرمال با واریانس‌های نامعلوم و نه لزوماً مساوی استفاده شده است.

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

μ_1 نشان‌دهنده متوسط نقاط جستجو شده در عملگر تقاطعی یکنواخت است و μ_2 نشان‌دهنده متوسط نقاط جستجو شده در عملگر تقاطعی یکنواختی است که به ازای هر ۵۰ نسل شعاع کوچکی اطراف بهترین نقطه جمعیت را به صورت نقطه به نقطه جستجو می‌کند پس از انجام آزمون‌ها، فرض صفر در همه نمونه‌ها در سطح معنادار ۰,۹۵ رد می‌شود. شکل ۵ نشان‌دهنده روند همگرایی پنج عملگر فوق در دو مساله تصادفی است. همچنین، تعداد نسل‌ها را برابر با میانگین نسل‌ها تا رسیدن به جواب بهینه یعنی ۶۱۱ قرار می‌دهیم.



شکل ۵ - مقایسه روند همگرایی ۵ عملگر در دو مساله تصادفی

کمترین مجموع تعداد نقاط جستجو شده برای شش مساله، معیار ارزیابی این پارامترها قرار گرفته است. نتایج در جدول ۳ نمایش داده شده‌اند. پارامترهای بهینه الگوریتم علاوه بر عملگر یکنواخت که برای ادغام استفاده شده بود عبارتند از: اندازه جمعیت ۱۲، تعداد فرزندان ۸، احتمال جهش ۰,۳۶.

جدول ۳ - حل ۶ مساله مورد بررسی با ترکیب پارامترهای مورد مطالعه

اندازه جمعیت	تعداد فرزندان	پارامتر جهش	مجموع تعداد نقاط جستجو شده
۵۲	۴۰	۰,۲۳	۷۵۴۴۰
۱۲	۸	۰,۳۶	۵۱۳۵۲
۱۲	۸	۰,۴۳	۵۸۳۵۲
۲۴	۱۶	۰,۴۶	۶۵۴۲۴
۱۶	۸	۰,۵۸	۵۶۲۴۰
۲۴	۱۶	۰,۲۵	۶۴۵۴۴

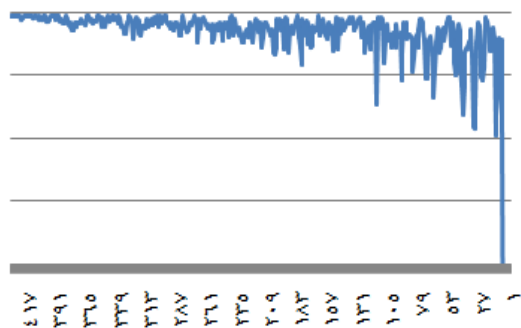
همچنین در الگوریتم ژنتیک استفاده شده در این مساله به ازای هر چند نسل (در اینجا ۵۰ نسل)، شعاع کوچکی از بهترین نقطه موجود فعلی به صورت نقطه به نقطه بررسی می‌شود و بهترین نقطه موجود در این شعاع به جمعیت الگوریتم ژنتیک افزوده می‌شود. این امر باعث افزایش چشمگیر سرعت حل مساله می‌گردد. برای نشان دادن این موضوع، تعدادی مساله تصادفی طرح شده و میانگین زمان حل و نقاط جستجو شده برای ۱۰ بار اجرا معیار مقایسه قرار گرفته است. زمان حل برنامه و انحراف معیار نمونه‌ها در الگوریتم جدید کوچکتر از روش قبلی است که برتری این روش را نسبت به الگوریتم عادی ژنتیک نشان می‌دهد. به منظور اثبات

الگوریتم ادامه می‌یابد تا شرایط مورد نظر برای خاتمه الگوریتم حاصل گردد (مثلاً دمای الگوریتم به زیر دمای حداقل تعریف شده برسد) (فتاحی، ۱۳۸۸).

برای تعیین مقادیر بهینه پارامترهای الگوریتم انجماد تدریجی نیز از روش استفاده شده در تعیین مقادیر بهینه پارامترهای الگوریتم ژنتیک، استفاده شده است. نتایج به شرح جدول ۴ است.

به منظور تعیین بهترین حالت، هر شش مساله با شش حالت پارامترهای فوق حل گردیده و مجموع نقاط جستجو شده برای هر پارامتر معیار ارزیابی بهترین پارامتر قرار گرفته است و نتیجتاً دمای اولیه ۲۰۹۹، نرخ کاهش دما ۰،۱۷، و تعداد نقاط پذیرش شده لازم در هر حلقه ۹ عدد است. همچنین، در الگوریتم فوق در صورتی که بیش از ۴۰۰ نقطه جستجو شود، دما کاهش می‌یابد.

برای تعیین دمای پایانی الگوریتم، مسایل را با پارامترهای فوق دمای اولیه ۲۰۹۹، نرخ کاهش دما ۰،۱۷، و تعداد نقاط پذیرش شده لازم در هر حلقه ۹ عدد حل کرده و حداقل دمایی که الگوریتم به جواب بهینه رسیده، برابر با ۱،۲ به عنوان دمای پایانی الگوریتم فرض می‌شود. روند همگرایی نقاط پذیرش شده در الگوریتم انجماد تدریجی در شکل ۶ نمایش داده شده است.



شکل ۶ - نمایش روند همگرایی نقاط پذیرش شده

در الگوریتم انجماد تدریجی

۲-۳ الگوریتم انجماد تدریجی
الگوریتم انجماد تدریجی (SA^{IV}) یا انجماد تدریجی یک روش تصادفی بوده که از مکانیزم آماری برای یافتن جواب‌های مسایل بهینه‌سازی استفاده می‌کند. بر مبنای فرایند آنیلینگ شکل گرفته است. جستجوی جواب با استفاده از SA با تولید یک نقطه اولیه آغاز می‌شود و هر جواب به عنوان یک آرایش مولکولی با سطح انرژی برابر با مقدار تابع هدف برای رشته جواب متناظر در نظر گرفته می‌شود، سپس دمای اولیه الگوریتم با تابع از پیش تعریف شده‌ای کاهش داده شده و در هر دما چندین نقطه تولید و سپس ارزیابی می‌شود (فتاحی، ۱۳۸۸).

جدول ۴ - نتایج بهترین پارامترها برای الگوریتم

انجماد تدریجی

شماره مساله	دمای اولیه	نرخ کاهش دما	تعداد نقاط پذیرش شده لازم در هر حلقه	متوسط نقاط جستجو شده
۱	۲۱۴۹	۰،۰۶	۸	۱۹۷۵
۲	۲۰۹۹	۰،۱۷	۹	۱۶۴۴
۳	۱۸۰۰	۰،۱۸	۱۱	۱۸۹۰
۴	۱۴۴۲	۰،۱۴	۹	۲۴۳۶
۵	۲۳۰۶	۰،۱۸	۱۳	۱۸۳۲
۶	۲۰۹۱	۰،۱۷	۱۲	۱۵۵۵

جواب‌های بهتر جایگزین جواب‌های قبلی شده و جواب‌های بدتر در هر مرحله با احتمال P_n جایگزین رشته جواب قبلی می‌شوند. شانس جا به جایی یک جواب خوب با یک جواب بدتر، خروج الگوریتم از بهینه محلی را تضمین می‌کند و از طرف دیگر، کاهش احتمال پذیرش جواب بدتر با کاهش دما، موجب تضمین همگرایی SA است. به همین ترتیب،

۴- تجزیه و تحلیل

جدول ۵ - خصوصیات مسایل دسته اول

شماره مساله	σ_{MAX}	μ_{MAX}	j	h	s	c	$u' - u$
۱	۷۳۰	۳۲۶	۰,۰۰۴۳۲	۷۲۴	۲۳۱۲	۵۳۹۲	۲۱۴۲
۲	۲۴۲	۱۰۶۵	۰,۰۰۴۷۱	۲۸۸	۳۸۱	۱۵۵۹۶	۶۳۱
۳	۴۱	۱۰۳۲	۰,۰۰۲۹۶	۱۶۸۰	۳۶۴۱	۲۶۵۶۶	۴۴۵۴
۴	۹۹	۲۳۹۶	۰,۰۰۰۴۴	۴۴۵	۱۷۷۷	۲۸۸۱۰	۲۳۰۷
۵	۲۶۶	۱۰۶۰	۰,۰۰۴۳۷	۱۲۶	۴۳۴	۲۳۳۹۵	۴۸۲۱
۶	۱۱۶	۶۷۴	۰,۰۰۴۴۷	۴۱۸	۸۴۳	۷۸۰۵	۱۴۰۸
۷	۷۶۷	۲۸۲۶	۰,۰۰۳۸۳	۲۷۸	۲۱۰۴	۵۱۷۹	۱۸۴۶
۸	۴۳۵	۲۳۳۷	۰,۰۰۳۵	۵۴۸	۱۴۷۵	۴۳۴۱	۱۱۸۵
۹	۱۹۳	۲۸۱۸	۰,۰۰۲۱۸	۸۸	۷۴۴	۲۵۹۹۸	۹۶۱
۱۰	۲۱۴	۱۳۴۶	۰,۰۰۳۲۹	۶۴	۹۵۲	۱۴۷۶۱	۱۰۵۰

۴-۱ مقایسه دو الگوریتم ژنتیک و انجماد تدریجی

پس از تعیین پارامترهای هر یک از الگوریتم‌ها به منظور مقایسه دو الگوریتم ژنتیک و انجماد تدریجی تعدادی مساله تصادفی طرح شده و نتایج آزمایش‌ها در زیر مقایسه شده‌اند. مسایل را در سه دسته کوچک (جدول ۵)، متوسط (جدول ۷)، بزرگ (جدول ۹) بر اساس مقدار حداکثر تقاضا تقسیم می‌کنیم:

تقاضاهای کمتر از ۳۰۰۰ مسایل کوچک، بین ۳۰۰۰ تا ۲۰۰۰۰ مسایل متوسط و از ۲۰۰۰۰ به بالا مسایل بزرگ. در هر دسته ۱۰ مساله تصادفی طرح گردیده و پس از ۱۰ بار حل هر مساله توسط هر دو الگوریتم، این الگوریتم‌ها براساس بهترین پاسخ، کمترین انحراف معیار و متوسط مقدار پاسخ مقایسه گردیده‌اند.

۴-۱-۱-۱ دسته اول مسایل کوچک

از نظر بهترین نقطه ۹۰٪ نتایج یکسان، و ۱۰٪ مواقع الگوریتم انجماد تدریجی، از نظر میانگین ۴۰٪ مواقع نتایج یکسان و در ۶۰٪ مواقع الگوریتم انجماد تدریجی نتایج بهتری حاصل نموده است. همچنین، از نظر تعداد نقاط جستجو شده به طور کلی الگوریتم انجماد تدریجی نقاط کمتری را مورد جستجو قرار داده و زمان حل الگوریتم بسیار کمتر از الگوریتم ژنتیک است (جدول ۶). شایان ذکر است که مجموع نقاط جستجو شده در الگوریتم ژنتیک ثابت و برابر ۶۸۸۸ نقطه است.

شکل‌های ۷ تا ۹ نشان‌دهنده روند همگرایی در الگوریتم ژنتیک و انجماد تدریجی در دو مساله تصادفی در هر دسته از مسایل است، خطوط آبی نشان‌دهنده بهترین نقطه جمعیت در هر مرحله از الگوریتم ژنتیک و خطوط قرمز نشان‌دهنده بهترین نقطه در هر ۸ بار جستجو در الگوریتم انجماد تدریجی است. دلیل انتخاب هر ۸ بار هم مقیاس کردن دو الگوریتم انجماد تدریجی و ژنتیک است، زیرا در هر مرحله از الگوریتم ژنتیک حداقل ۸ نقطه جدید به دست می‌آید (تعداد فرزندان برابر با ۸ است).

۴-۱-۲ دسته دوم مسایل متوسط

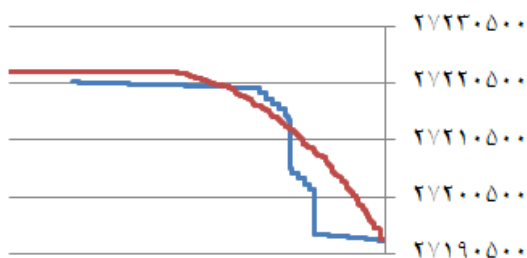
در ارتباط با این دسته از مسائل، از نظر بهترین نقطه ۴۰٪ نتایج یکسان، و ۶۰٪ مواقع الگوریتم انجماد تدریجی نتایج بهتری حاصل نموده است. همچنین، از نظر میانگین نتایج و انحراف معیار در همه موارد الگوریتم انجماد تدریجی نتایج بهتری نسبت به الگوریتم ژنتیک به دست آورده است (جدول ۸).

۴-۱-۳ دسته سوم مسایل بزرگ

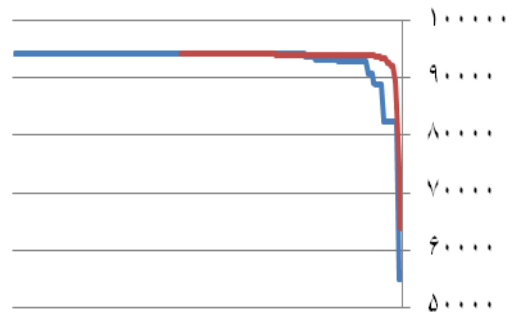
در این مسایل، الگوریتم انجماد تدریجی در همه موارد نتایج بهتری نسبت به الگوریتم ژنتیک ارائه کرده، اما متوسط نقاط جستجو شده به شدت افزایش یافته و به طور متوسط ۵۵ برابر نقاط جستجو شده در الگوریتم ژنتیک است. نتایج در جدول ۱۰ و شکل شماره ۹ نمایش داده شده است. همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود، الگوریتم انجماد تدریجی سریعتر و یکنواخت‌تر به سمت نقطه بهینه نزدیک می‌شود.

جدول ۹. خصوصیات مسایل دسته سوم

شماره مساله	$u' - u$	c	s	h	j	σ_{MAX}	μ_{MAX}
۱	۳۰۵۵	۴۱۲۷۶	۲۰۳۲	۲۰۱	۰,۰۰۰۴۰۴	۳۰۵۵	۲۷۰۴۶
۲	۱۲۶۷۶۹	۳۴۳۹۰	۱۶۸	۲۷	۰,۰۰۰۰۵۸	۳۴۲۰۴	۱۲۶۷۶۹
۳	۱۳۹۸۷۵	۸۲۲۳	۶۳۳	۱۹۱	۰,۰۰۰۴۶۳	۱۱۷۴۹	۱۳۹۸۷۵
۴	۲۶۵۹۵	۴۵۴۴۸	۳۶۳۴	۷۰۲	۰,۰۰۰۳۲۷	۱۰۵	۲۶۵۹۵
۵	۱۹۲۹۵۲	۱۳۲۰۶	۲۰۸۱	۱۳۰۴	۰,۰۰۰۱۵۱	۵۶۳۹۰	۱۹۲۹۵۲
۶	۷۸۸۱۰	۱۵۹۰۹	۴۱۸۷	۷۶۳	۰,۰۰۰۲۵۶	۱۶۱۱۹	۷۸۸۱۰
۷	۱۶۲۱۳۵	۴۶۱۸	۳۱۱۴	۱۵۱۹	۰,۰۰۰۴۴۶	۲۷۰۱۳	۱۶۲۱۳۵
۸	۱۶۵۹۵۴	۳۰۲۹۶	۲۱۲۳	۱۱۴۲	۰,۰۰۰۴۰۴	۲۲۰۶۹	۱۶۵۹۵۴
۹	۸۰۶۱۷	۳۵۲۷۴	۲۶۲۴	۱۴۴۶	۰,۰۰۰۲۹۱	۴۹۸۶	۸۰۶۱۷
۱۰	۱۸۲۳۶۵	۲۰۷	۲۰۰۳	۹۷۳	۰,۰۰۰۱۰۹	۳۴۳۰۰	۱۸۲۳۶۵



شکل ۹- مقایسه همگرایی الگوریتم SA و GA برای دسته سوم مسایل

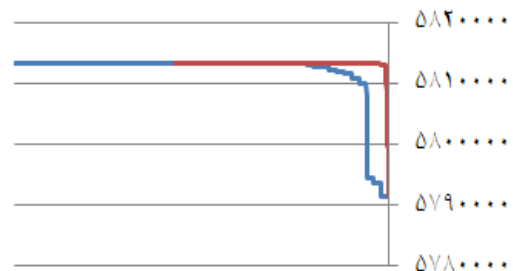


شکل ۷- مقایسه همگرایی الگوریتم SA و GA برای دسته اول مسایل

جدول ۷- خصوصیات مسایل دسته دوم

شماره مساله	$u' - u$	c	s	h	j	σ_{MAX}	μ_{MAX}
۱	۱۷۱۴	۷۷۰۲	۱۶۸۳	۵۳۶	۰,۰۰۰۲۹۷	۵۰۳۷	۱۷۸۰۱
۲	۷۹۹	۵۴۸۶	۲۹۶	۲۸۴	۰,۰۰۰۲۸۶	۴۵۳	۹۷۴۳
۳	۳۹۴۰	۳۶۸۹۹	۶۹۴	۴۱۳	۰,۰۰۰۰۲۳	۶۳۹	۳۶۱۲
۴	۲۷۴۸	۲۱۲۸۱	۱۹۱۳	۷۸۵	۰,۰۰۰۲۹۸	۴۰۱۲	۱۷۱۱۰
۵	۱۹۵۳	۴۳۵۳۳	۱۷۱۱	۷۵۴	۰,۰۰۰۳۶۶	۱۸۴۴	۹۱۲۰
۶	۴۴۷۲	۴۳۵۹	۳۰۹۲	۱۹۲۴	۰,۰۰۰۱۹۳	۴۵۶۹	۲۲۶۰۵
۷	۳۱۵۱	۷۶۵۱	۱۱۴۸	۳۶۷	۰,۰۰۰۰۹۴	۲۱۹۰	۱۱۳۸۶
۸	۹۰۵	۲۷۸۷۷	۱۷۳	۱۶۱	۰,۰۰۰۱۷۵	۳۲۹۷	۲۰۵۷۰
۹	۸۷۲	۳۰۴۴	۵۲۹	۱۸۸	۰,۰۰۰۰۸۵	۲۲۵۲	۱۰۸۸۰
۱۰	۴۸۷۰	۲۰۲۷۱	۴۴۶۴	۲۴۲۰	۰,۰۰۰۴۷۱	۱۰۸۴	۳۵۹۹

از نظر تعداد نقاط جستجو شده، به طور کلی الگوریتم انجماد تدریجی نقاط کمتری را مورد جستجو قرار داده است و زمان حل الگوریتم بسیار کمتر از الگوریتم ژنتیک است.



شکل ۸- مقایسه همگرایی الگوریتم SA و GA برای دسته دوم مسایل

هزینه‌های کمبود مرتبط با اعتبار سازمان در فضای رقابتی بر تقاضای سازمان است.

در الگوریتم ژنتیک مورد استفاده در این مقاله، به ازای هر چند نسل (در اینجا ۵۰ نسل)، شعاع کوچکی از بهترین نقطه موجود فعلی به صورت نقطه به نقطه بررسی می‌شود و بهترین نقطه موجود در این شعاع به جمعیت الگوریتم ژنتیک افزوده می‌شود. این امر باعث افزایش چشمگیر سرعت حل مساله می‌گردد. نتایج محاسباتی کارایی الگوریتم ژنتیک توسعه یافته را نشان می‌دهد.

نتایج محاسباتی کارایی دو الگوریتم در یافتن نقاط نقطه سفارش و میزان سفارش در شرایطی که تقاضا متاثر از میزان کمبود است را نشان می‌دهد. همچنین، نتایج اهمیت توجه به موضوع، تاثیر کمبود روی تقاضا را نشان می‌دهد. در این حالت، هزینه کمبود به صورت واقعی تری مدنظر قرار گرفته است و نتایج در شرایط واقعی تری از مساله به دست می‌آید. در این میان نتایج مقایسه دو الگوریتم توسعه یافته نشان می‌دهد که در مجموع الگوریتم انجماد تدریجی ارایه شده نسبت به الگوریتم ژنتیک ارایه شده برای مساله مورد بررسی در این تحقیق نتایج بهتری را به دست می‌آورد. از نظر تعداد نقاط جستجو شده نیز به طور کلی الگوریتم انجماد تدریجی نقاط کمتری را مورد جستجو قرار داده است و زمان حل الگوریتم بسیار کمتر از الگوریتم ژنتیک است.

توسعه مدل فوق برای سفارش‌های چند کالایی با توجه به محدودیت‌های حداکثر فضای کل انبار و وجود نرخ‌های متفاوت J_i که نشان‌دهنده حداکثر کمبود قابل قبول برای هر کالا است، می‌تواند زمینه‌ای برای تحقیقات آینده باشد.

شایان ذکر است که سرعت حل برنامه‌ها به شدت تحت تاثیر دقت مورد محاسبه و پارامترهای ورودی مساله است. در نهایت، برای نشان دادن تفاوت بین افزایش هزینه‌های کمبود و مدل فوق که در چکیده بیان شد، فرض کنید با قرار دادن هزینه‌های کمبود برابر با ۲۰۰۰۰۰ در مثال ۱ علی‌رغم نزدیک شدن نقاط R و Q به نقاط بهینه، سود حاصله به طور کلی متفاوت بوده یا برای مثال در همه نقاطی که با کمبودهای بیش از ۰,۰۱٪ رو به رو شوند، نقاط غیرقابل قبول و مقدار سود آنها منفی است، در حالی که در مدل فوق آن نقاط نیز سودآور اما بهینه نیستند. در ضمن، از دید مدیریت پرداخت چنین هزینه‌ای برای کمبود کاملاً غیرعقلانی است. در دو مدل برای نقطه $(R, Q) = (150, 50)$: مدل فوق جواب $\mu = 71B_{r,q} = 3181$ و در حالتی که هزینه کمبود مطابق فوق باشد، داریم: $B_{r,q} = -59407$

۵- نتیجه گیری

آنچه در این تحقیق بررسی شده، شرایطی است که در آن مقدار تقاضا متاثر از درصد کمبود کالا است. تحت شرایط فوق در صورت افزایش موجودی و به تبع آن افزایش هزینه‌های نگهداری و کاهش درصد کمبود کالا، انتظار می‌رود مقدار تقاضا و درآمد شرکت افزایش یابد. مساله تعیین سیاست بهینه سفارش‌دهی در راستای حداکثر نمودن سود شرکت است.

همان طور که در مقدمه بیان شد، برای اعمال تاثیر هزینه‌های کمبود تاکنون مدل‌های متنوعی به وجود آمده و توسعه داده شده‌اند. در این پروژه این تاثیرپذیری به شکل دیگری مدل و بررسی شده است. هدف از این نوع مدل کردن، اعمال تاثیر

جدول ۶ - مقایسه الگوریتم ژنتیک و انجماد تدریجی، دسته مسایل کوچک

مساله	بهترین نقطه (SA)	میانگین نتایج (SA)	انحراف معیار نتایج (SA)	متوسط نقاط جستجو شده (SA)	بهترین نقطه (GA)	میانگین نتایج (GA)	انحراف معیار نتایج (GA)
۱	۵۲۸۵۱۰	۵۲۸۵۱۰	۰	۸۱۸۴	۵۲۸۵۱۰	۵۲۸۵۱۰	۰
۲	۴۲۹۸۲۱	۴۲۹۸۲۱	۰	۶۷۷۸	۴۲۹۸۲۱	۴۲۹۸۲۱	۰
۳	۵۳۲۱۹۸۶	۵۳۲۱۹۸۶	۰	۸۷۵۶	۵۳۲۱۹۸۶	۵۳۲۱۹۸۶	۰
۴	۵۱۹۲۳۹۲	۵۱۹۲۳۹۲	۰	۴۹۵۰	۵۱۸۰۴۱۴	۱۶۹۲۳	۱۶۹۲۳
۵	۴۹۶۵۶۶۰	۴۹۶۵۶۶۰	۰	۶۲۱۰	۴۹۶۵۱۰۷	۱۲۳۵	۱۲۳۵
۶	۷۷۹۶۳۷	۷۷۹۶۳۷	۰	۷۳۹۷	۷۷۹۶۳۷	۰	۰
۷	۴۵۸۲۰۷۸	۴۵۸۲۰۷۶	۴	۳۷۹۲	۴۵۶۸۱۹۰	۶۶۶۷	۶۶۶۷
۸	۲۰۶۳۶۶۵	۲۰۶۳۶۶۵	۰	۶۳۴۰	۲۰۵۸۹۵۲	۱۰۱۹۷	۱۰۱۹۷
۹	۲۵۵۹۷۴۵	۲۵۵۹۷۴۵	۰	۴۶۷۰	۲۵۵۹۱۳۶	۶۱۹	۶۱۹
۱۰	۱۳۳۳۴۰۲	۱۳۳۳۴۰۲	۰	۳۶۷۱	۱۳۳۳۴۰۱	۱	۱

جدول ۸ - مقایسه الگوریتم ژنتیک و انجماد تدریجی، دسته مسایل متوسط

مساله	بهترین نقطه (SA)	میانگین نتایج (SA)	انحراف معیار نتایج (SA)	متوسط نقاط جستجو شده (SA)	بهترین نقطه (GA)	میانگین نتایج (GA)	انحراف معیار نتایج (GA)
۱	۲۲۷۲۱۱۰۰	۲۲۷۲۱۰۷۲	۲۹	۱۰۹۸۲	۲۲۷۲۰۷۳۷	۲۲۷۲۰۷۳۷	۱۳۸۰۰۶
۲	۷۳۱۴۴۴۸	۷۳۱۴۴۴۸	۰	۶۴۴۴۰	۷۳۱۴۴۴۸	۷۳۱۴۴۴۸	۹۲۲۵۷
۳	۱۳۰۹۴۷۳۳	۱۳۰۹۴۷۲۸	۱۳	۴۴۵۳	۱۳۰۹۴۷۳۳	۱۳۰۹۴۷۳۳	۱۷۳۷۸
۴	۳۷۸۵۶۹۷۹	۳۷۸۵۶۹۷۶	۸	۹۰۸۸	۳۷۷۲۹۹۲۰	۳۷۷۲۹۹۲۰	۴۸۴۵۴۴
۵	۱۳۶۴۵۶۸۶	۱۳۶۴۵۶۱۴	۶۵	۴۸۷۰	۱۳۶۴۵۶۸۶	۱۳۶۴۵۶۸۶	۱۴۴۰۲۶
۶	۷۴۷۸۶۸۵۳	۷۴۷۸۶۲۸۶	۴۱۹	۸۶۱۶	۷۴۷۸۶۲۸۶	۷۴۷۸۶۲۸۶	۸۲۴۸۹۸
۷	۳۳۲۴۲۰۱	۳۳۲۴۲۰۱	۰	۶۶۸۴	۳۳۲۳۳۶۸۶	۳۳۲۳۳۶۸۶	۵۶۴۲۵
۸	۱۶۸۲۷۱۶۹	۱۶۸۲۷۱۶۷	۴,۶	۸۶۹۴	۱۶۸۲۷۱۶۹	۱۶۸۲۷۱۶۹	۵۰۸۲۱
۹	۸۰۹۷۱۰۲	۸۰۹۷۱۰۱	۲	۶۲۷۶	۸۰۸۸۱۴۷	۸۰۸۸۱۴۷	۳۵۷۰۱
۱۰	۱۰۳۱۲۳۳۹	۱۰۳۱۲۳۳۹	۰	۳۵۴۶	۱۰۳۱۲۳۳۹	۱۰۳۱۲۳۳۹	۴۰۸۶

جدول ۱۰ - مقایسه الگوریتم ژنتیک و انجماد تدریجی، دسته مسایل بزرگ

مساله	بهترین نقطه (SA)	میانگین نتایج (SA)	انحراف معیار نتایج (SA)	متوسط نقاط جستجو شده (SA)	بهترین نقطه (GA)	میانگین نتایج (GA)	انحراف معیار نتایج (GA)
۱	۹۲۳۴۹۷۳۲	۹۲۳۴۹۷۳۲	۰	۳۵۴۷	۹۲۳۴۹۷۳۲	۹۲۳۴۹۷۳۲	۲۷۱۱۰
۲	۷۸۰۰۱۲۳۳	۷۸۰۰۱۲۲۵	۶	۷۲۷۵۱	۷۷۸۲۷۳۳۲	۷۷۸۲۷۳۳۲	۱۰۱۳۱۲
۳	۷۴۶۸۴۹۶۵	۷۴۶۸۴۹۶۵	۰	۱۸۲۸۹	۷۴۲۲۰۴۳۰	۷۴۲۲۰۴۳۰	۷۵۲۱۱۸
۴	۷۶۹۹۰۵۳۷	۷۶۹۹۰۵۳۷	۰	۳۹۴۹	۷۶۷۱۲۰۲۰	۷۶۷۱۲۰۲۰	۳۶۰۲۰۹
۵	۵۷۲۸۶۳۵۰۵	۵۷۲۸۶۲۰۷۷	۱۱۶۱	۸۹۴۷۷	۵۶۶۴۶۷۶۰۴	۵۶۲۰۰۱۳۲۴	۴۷۸۷۳۰
۶	۲۷۲۴۹۴۰۴۷	۲۷۲۴۹۳۹۶۷	۷۳	۳۲۲۷۲	۲۷۲۰۱۶۴۲۸	۲۷۱۳۴۲۰۶۳	۸۲۵۱۲۹
۷	۳۳۹۵۶۹۹۷۶	۳۳۹۵۶۹۹۷۶	۰	۵۱۵۸۷	۳۳۸۷۱۸۲۸۹	۳۳۳۴۹۶۰۵۵	۴۳۰۶۳۵۲
۸	۳۳۰۵۴۵۴۲۹	۳۳۰۵۴۵۳۰۶	۶۷	۳۷۸۶۵	۳۲۸۷۰۳۳۰۳	۳۲۶۵۵۰۶۲۴	۲۰۶۶۶۱۰
۹	۳۰۳۴۸۹۴۳۰	۳۰۳۴۸۹۴۲۴	۱۴	۱۰۲۰۲	۳۰۳۴۸۷۸۳۴	۳۰۰۰۸۳۴۵۷	۳۲۲۱۰۰۵
۱۰	۴۰۵۰۸۳۵۷۰	۴۰۵۰۸۳۵۷۰	۰	۵۶۶۴۳	۴۰۴۶۶۵۷۷۰	۴۰۲۸۰۴۹۳۵	۱۵۶۷۲۳۴

:

Silver, E.A., Pyke, D.F., Peterson, R. (1998). *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*. New York, Wiley.

Wang, S.P. (2002). An inventory replenishment policy for deteriorating items with shortages and partial backlogging, *Comput. Operation. Res.*, 29: 2043-2051.

You, P.S. (2005). Optimal replenishment policy for product with season pattern demand, *Operation. Res. Letter.*, 33: 90-96.

پی‌نوشت:

- ¹ Reorder point
- ² Order quantity
- ³ Montgomery, et al.
- ⁴ Rosenberg
- ⁵ Park
- ⁶ Impatient customer
- ⁷ Lee & Nahmias
- ⁸ Papachristos & Skouri
- ⁹ Chu & Chen
- ¹⁰ Wang
- ¹¹ San-Jose, et al.
- ¹² You
- ¹³ San-Jose, et al.
- ¹⁴ Krishnamoorthy & Artalejo
- ¹⁵ Silver, et al.
- ¹⁶ Laua, A.H , Lau
- ¹⁷ Simulated Annealing

منابع:

فتاحی، پرویز. (۱۳۸۸). الگوریتم‌های فراابتکاری، انتشارات دانشگاه بوعلی سینا. چاپ اول

Chu, P., Chen, P.S. (2002). "A note of inventory replenishment policies for deteriorating items in an exponentially declining market", *Comput. Operation. Res.* 29: 1827-1842.

Krishnamoorthy, J.R., Artalejo, A. (2006). "Numerical analysis of (S,s) inventory systems with repeated attempts", *Ann Oper Res* 141: 67-83.

Lee, H.L., Nahmias, S. (1993). "Single-product single-location models" in :S.C . Graves, A.H.C .Rinnoy, P.H .Zipkin (Eds)., *Handbooks in Operations Research and Management Science, Logistics of Production and Inventory*, 4, North-Holland, 3-55.

Laua, A.H , Lau, H.S. (2002). "A comparison of different methods for estimating the average inventory level in a (Q,R) system with backorders, *Int "J .Production Economics* 79: 303-306.

Montgomery, D.C., Bazaraa M.S., Keswani A.K. (1973). "Inventory models with a mixture of backorders and lost sales", *Naval Res. Logist. Quart.*, 20: 255-263.

Papachristos, S., Skouri, K. (2000)." An optimal replenishment policy for deteriorating items with time-varying demand and partial -exponential type -backlogging", *Operation .Res .Letter*, 27: 175-184.

Park, K.S. (1982). Inventory model with partial backorders", *Int. J. Syst. Sci.* 13:1313-1317

Rosenberg, D. (1979). A new analysis of a lot size model with partial backlogging, *Naval Res. Logistic. Quart.*, 26: 346-353.

San-Jose, L.A., Sicilia, L.A., Laguna, J.G (.2005). The lot size-reorder level inventory system with customers impatience functions, *Comput. Indus. Eng.* 49: 349-362.

San-Jose, L.A, Sicilia, J., GarcıLaguna, J.(2007). An economic lot-size model with partial backlogging hinging on waiting time and shortage period, *Applied Mathematical Modeling* 31: 2149-2159.

