

مدیریت تولید و عملیات، دوره ششم، شماره (۱)، پیاپی (۱۰)، بهار و تابستان ۱۳۹۴

دریافت: ۹۲/۲/۶ پذیرش: ۹۳/۴/۱

صص: ۱۱۳-۱۲۶

ارائه یک روش جدید به منظور محاسبه نرخ بازگشت سرمایه داخلی

بهنام بابایی سعیدآبادی^۱، آزاده زندی^۲، احمد اصل حداد^{۳*}

۱- دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت، تهران

۲- کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه خواجه نصیر طوسی، تهران

۳- استادیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه خواجه نصیر طوسی، تهران

چکیده

روش های متعددی برای تعیین اقتصادی بودن و رتبه بندی پروژه های رقابتی وجود دارد. روش نرخ بازگشت سرمایه داخلی یکی از پر کاربرد ترین روش هایی است که به منظور تعیین مطلوبیت پروژه ها می شود. اما علی رغم محبوبیت، این روش دارای مشکلات و محدودیت های جدی است. بعد از سال ها تلاش به منظور بهبود روش و غلبه بر مشکلاتش، مگنی در سال ۲۰۱۰، رویکرد جدید و متمایزی را ارائه نمود که توانست اغلب مشکلات روش نرخ بازگشت سرمایه داخلی را حل نماید و گام بزرگی را در موضوع بردارد. این مقاله به ارائه یک روش جدید می پردازد به طوری که از رویکرد مگنی نشات گرفته ولی دارای محاسباتی به مراتب ساده تر از روش او بوده و در عین حال تمامی مشکلات روش نرخ بازگشت سرمایه داخلی را پوشش می دهد.

واژه های کلیدی: نرخ بازگشت سرمایه داخلی، جریان سرمایه گذاری، نرخ بهره یک دوره ای،

تصمیم گیری

۱- مقدمه

مفهوم نرخ بازگشت سرمایه داخلی^۱ (IRR) توسط کینز^۲ (۱۹۳۶) و بولدینگ^۳ (۱۹۳۵ و ۱۹۳۶) معرفی شد و بیش از هشتاد سال است که به عنوان یکی از پر کاربردترین روش‌ها در تعیین اقتصادی بودن پروژه‌ها و مقایسه اقتصادی آنها استفاده می‌شود.

اگر روش IRR به درستی استفاده شود، سرمایه‌گذار یا تصمیم‌گیرنده قادر است تصمیم صحیحی را (سازگار با روش ارزش فعلی خالص^۴) در مورد پذیرش و یا رد پروژه اتخاذ نماید. اما اگر تصمیم‌گیرنده درصدد استفاده از این روش است، باید آگاه باشد که روش IRR دارای مشکلات جدی است که بدون در نظر گرفتن آنها، صحت تصمیمات اتخاذی در هاله‌ای از ابهام قرار خواهد گرفت. این مشکلات عبارتند از:

۱) امکان بوجود آمدن چند نرخ بازگشت سرمایه داخلی واقعی^۵

۲) امکان عدم وجود نرخ بازگشت سرمایه داخلی واقعی (بوجود آمدن نرخ بازگشت سرمایه داخلی موهومی^۶)

۳) حتی اگر نرخ بازگشت سرمایه منحصر به فرد باشد، باز هم سازگاری نتایج به دست آمده از روش IRR با روش ارزش فعلی قابل تضمین نیست.

۴) رتبه بندی پروژه‌های رقابتی مطابق روش IRR معمولاً با روش ارزش فعلی سازگاری ندارد.

۵) وقتی نرخ بازار طی دوره‌های مختلف متغیر باشد، آنگاه به منظور تعیین اقتصادی بودن پروژه‌ها نمی‌توان از روش IRR استفاده نمود.

طی سال‌های گذشته تلاش زیادی به منظور حل مشکلات ذکر شده انجام گرفت، که در اینجا به ذکر تعدادی از آنها خواهیم پرداخت.

سامولسن^۷ (۱۹۶۴) و هیرشلیفر^۸ (۱۹۵۸) به این مساله پرداختند که ضرورتی بر منحصر به فرد بودن IRR در جریان‌های فرآیند مالی وجود ندارد.

نورستروم^۹ (۱۹۷۲) به معرفی شرایط مناسب برای وجود یک نرخ بازگشت سرمایه داخلی غیر منفی منحصر به فرد در ارزیابی اقتصادی پروژه‌های سرمایه‌گذاری پرداخت. روش ارائه شده توسط او دارای جذابیت بیشتری بود، زیرا با محاسباتی ساده و با استفاده از فرآیندهای مالی تجمعی توانست دامنه وسیعی از موقعیت‌های عملی را پوشش دهد. سپس اوکمپ و ایکارت^{۱۰} (۱۹۷۶) به توسعه‌ی این شرایط مناسب پرداختند. به طوری که این شرایط، پیشنهاد نورستروم را به عنوان یک مورد خاص در بر می‌گیرد. آرو و لوهاری^{۱۱} (۱۹۶۹) بر روی پیشینه سازی ارزش فعلی پروژه‌هایی که دارای عمر قابل قطع بدون هزینه^{۱۲} هستند کار کردند و نشان دادند که فقط یک نرخ وجود خواهد داشت که ارزش خطی پیشینه شده را صفر می‌کند.

فلمینگ و رایت^{۱۳} (۱۹۷۱) به توسعه تحقیق آرو و لوهاری پرداختند و نشان دادند که نتایج مشابهی ممکن است برای دامنه بزرگتری از توابع نزولی^{۱۴} به وجود آید. راس^{۱۵} (۱۹۸۰) و دیگران از فرض قابلیت قطع پروژه^{۱۶} به منظور بوجود آوردن نرخ بازگشت سرمایه داخلی منحصر به فرد استفاده نمودند.

و عدم وجود نرخ بازگشت سرمایه داخلی را حل نماید.

پیرو^{۲۹} (۲۰۱۰) نیز به بررسی مشکلات چند نرخی و عدم وجود نرخ بازگشت سرمایه داخلی پرداخت و سعی کرد به طور ساده معنی و مفهوم تعدد نرخ بازگشت سرمایه را بیان نماید.

مگنی^{۳۰} در سال ۲۰۱۰ با ارائه یک رویکرد جدید چندین مشکل روش IRR را مورد بحث قرار داد. در روش پیشنهادی او نیازی به محاسبه نرخ (های) بازگشت سرمایه داخلی جریان فرآیند مالی نیست، بلکه او با تعریف یک بردار جریان سرمایه گذاری دلخواه و با استفاده از مفهوم متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی^{۳۱} (AIRR) توانست عمده مشکلات روش IRR را برطرف نماید. او در ادامه در سال ۲۰۱۱ رویکرد دیگری را ارائه نمود که در آن با تعریف شاخص مجموع درآمد بر سرمایه گذاری^{۳۲} (AROI) به رتبه بندی و تعیین اقتصادی بودن پروژه‌ها می پردازد. مهمترین مزیت این روش این است که در محاسبه نرخ بازگشت سرمایه داخلی نیازی به استفاده از نرخ بازار نیست، اما این روش توانایی تخصیص مقدار عددی مناسب به شاخص IRR را دارا نیست. علاوه بر مقاله های ذکر شده، مگنی (۲۰۱۳) شاخص جدیدی به نام متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی اقتصادی^{۳۳} (EAIRR) را معرفی نمود که توانست مقدار عددی IRR را با دقت بالاتری برآورد نماید، اما این روش توانایی حل بخشی از مشکلات روش IRR را دارد. بنابراین می توان بیان کرد که بهترین روش ارائه شده از سوی او روش AIRR است.

فلیشر^{۱۷} (۱۹۹۴)، اچنباک^{۱۸} (۱۹۹۵) و پارک^{۱۹} (۱۹۹۷) در مورد مشکلات چند نرخ و عدم وجود نرخ بحث کردند و جریان فرآیند مالی تکی را بررسی کردند.

برلی^{۲۰} و همکاران (۲۰۰۶) به بررسی مساله رتبه بندی پروژه ها بر اساس IRR پرداختند و نشان دادند که می توان این مشکل را با تحلیل تفاوت نموی بین دو گزینه حل نمود.

لین^{۲۱} (۱۹۷۶)، آتاناساپولوس^{۲۲} (۱۹۷۸)، لوهمن^{۳۳} (۱۹۸۸) و هاژداسینسکی^{۲۴} (۲۰۰۴) فرض سرمایه گذاری مجدد در معیار IRR و انطباق آن با نرخ بازگشت سرمایه داخلی اصلاح شده^{۲۵} را تجزیه و تحلیل کردند.

کیرولف^{۲۶} (۲۰۰۸) مشکلات موجود در بحث ارزش فعلی خالص و نرخ بازگشت سرمایه داخلی را تشریح کرد و به توضیح چگونگی کاربرد روش IRR در حل ضعف های اصلی بحث NPV و IRR پرداخت.

اوزبورن^{۲۷} (۲۰۱۰) با استفاده از همه ی نرخ های بازگشت سرمایه داخلی، اعم از واقعی یا موهومی، مثبت یا منفی به تشریح یک رویکرد جدید در ناسازگاری رتبه بندی پروژه ها بر اساس NPV و IRR پرداخت و یک رابطه جدید بین NPV و IRR معرفی نمود.

هازن^{۲۸} (۲۰۰۳ و ۲۰۰۹) با تعریف جریان فرآیند مالی بر حسب جریان سرمایه گذاری خالص یا جریان قرض گیری خالص، دیدگاه جدیدی را ارائه نمود که توانست با استفاده از آن مشکلات چند نرخ

اگر فرآیند مالی X یک پروژه سرمایه گذاری باشد، آنگاه پروژه X اقتصادی است، اگر و فقط اگر نرخ بازگشت سرمایه داخلی بزرگتر مساوی نرخ بازار ($K \geq r$) باشد. در ضمن اگر جریان فرآیند مالی X به صورت یک پروژه قرض گیری تعریف شده باشد، آنگاه پروژه X اقتصادی است، اگر و فقط اگر نرخ بازگشت سرمایه داخلی کوچکتر مساوی نرخ بازار ($K \leq r$) باشد.

فرض کنید $C_t \in \mathbb{R}$ و $t = 0, 1, 2, \dots, T$ باشد. آنگاه خواهیم داشت:

$$c_t = c_{t-1} \cdot (1+k_t) - x_t, t = 1, 2, \dots, T \quad (3)$$

$$c_0 = -x_0 \text{ و } c_T = 0$$

به طوری که پارامتر C_{t-1} بیان کننده میزان سرمایه گذاری شده (قرض گرفته شده) در دوره $[t-1, t]$ است و پارامتر K_t نمایانگر نرخ بهره در دوره t است. در واقع، در ابتدای هر دوره به میزان C_{t-1} با نرخ بهره K_t سرمایه گذاری می شود (یا قرض گرفته می شود). به هر بردار $C = (c_0, c_1, \dots, c_{T-1}) \in \mathbb{R}^T$ که معادله (۳) را ارضا نماید، بردار جریان سرمایه گذاری گفته می شود. اگر ارزش فعلی بردار جریان سرمایه گذاری مثبت باشد ($PV(C|r) > 0$)، آنگاه پروژه X یک جریان سرمایه گذاری خالص^{۳۴} است و اگر ارزش فعلی بردار جریان سرمایه گذاری منفی باشد ($PV(C|r) < 0$)، آنگاه پروژه X یک جریان قرض گیری خالص^{۳۵} است.

توالی $K = (k_1, k_2, \dots, k_T) \in \mathbb{R}^T$ یک بردار نرخ بهره داخلی است و تعداد نا محدودی توالی K از اعداد حقیقی وجود دارد که معادله $PV(X|K) = 0$ را ارضا می کند.

این مقاله به ارائه یک روش توسعه یافته و جدید می پردازد که از رویکرد مگنی نشات گرفته اما دارای مراحل حل کمتر و آسان تری نسبت به روش مگنی است. در روش پیشنهادی مقاله نه تنها نیازی به محاسبه نرخ (های) بازگشت سرمایه داخلی جریان فرآیند مالی نمی باشد، بلکه حتی نیازی به تشریح بردار جریان سرمایه گذاری هم نیست. در این روش با به کارگیری یک رابطه جدید، مقادیر بردار نرخ بهره تک دوره ای محاسبه شده و سپس تصمیم گیرنده می تواند با استفاده از یک میانگین حسابی ساده از مقادیر بردار نرخ بهره به دست آمده، اقتصادی بودن پروژه را تعیین نماید.

۲- فرضیات ریاضی و نتایج اولیه

یک پروژه $X = (x_0, x_1, \dots, x_T) \in \mathbb{R}^{T+1}$ یک توالی از جریان فرآیند مالی می باشد. ارزش فعلی خالص پروژه X عبارت است از:

$$PV(X|r) = \sum_{t=0}^T x_t \cdot (1+r)^{-t} \quad (1)$$

به طوری که پارامتر r معرف نرخ بازار می باشد و دامنه تغییرات مجاز آن $r > -1$ است.

در ضمن، ارزش آینده پروژه X در انتهای دوره t عبارت است از:

$$PV_t(X|r) = PV(X|r) \cdot (1+r)^t \quad (2)$$

آنگاه پروژه X اقتصادی است، اگر و فقط اگر ارزش فعلی آن مثبت باشد. ($PV(X|r) \geq 0$)
نرخ بازگشت سرمایه داخلی پروژه X ، یک نرخ ثابت $K \neq -1$ است که ارزش فعلی پروژه X تحت آن نرخ برابر با صفر است ($PV(X|K) = 0$).

این مقاله در ادامه این بخش به توضیح چگونگی تعیین اقتصادی بودن پروژه و رتبه‌بندی پروژه‌های رقابتی مطابق رویکرد مگنی خواهد پرداخت.

۳-۱- نحوه تعیین مطلوبیت پروژه مطابق رویکرد مگنی

جریان فرآیند مالی $X = (x_0, x_1, \dots, x_T)$ و جریان سرمایه‌گذاری دلخواه $C = (c_0, c_1, \dots, c_{T-1})$ را در نظر بگیرید. به منظور تعیین اقتصادی بودن جریان فرآیند مالی X باید گام‌های زیر را طی نمود:

(۱) دلخواهانه یک بردار جریان سرمایه‌گذاری C انتخاب کنید به طوری که ارزش فعلی آن برابر با صفر نباشد.

(۲) با استفاده از معادله (۳) و (۵) به ترتیب مقادیر نرخ بهره و متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی را محاسبه نمایید.

(۳) اگر جریان فرآیند مالی X یک جریان سرمایه‌گذاری خالص (قرض‌گیری خالص) باشد، آنگاه پروژه X اقتصادی خواهد بود، اگر و فقط اگر متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی بزرگتر (کوچکتر) از نرخ بازار باشد.

مثال ۱-۳- جریان فرآیند مالی $X = (-20, 10, 15, 10)$ را در نظر بگیرید و فرض کنید نرخ بازار برابر با ۵٪ باشد. در ابتدا دو جریان سرمایه‌گذاری دلخواه را به صورت $C^I = (20, -10, -20)$ و $C^{II} = (20, 10, 10)$ تعریف می‌کنیم.

به منظور تشخیص اقتصادی بودن پروژه X ، باید بردار نرخ بهره مربوط به هر جریان سرمایه‌گذاری را محاسبه نموده و سپس متوسط نرخ بازگشت سرمایه

یک نرخ بازگشت سرمایه داخلی (IRR) اگر با مقدار حقیقی وجود داشته باشد، فقط یک مورد خاص از بردار نرخ بهره داخلی است که همه اجزای آن مقدار ثابت K است ($K = (k, k, \dots, k)$). در این حالت معادله (۳) را می‌توان به شکل زیر بیان نمود:

$$c_t = c_{t-1} \cdot (1+k) - x_t, t = 1, 2, \dots, T \quad (4)$$

$$c_0 = -x_0 \text{ و } c_T = 0$$

۳- تشریح دیدگاه مگنی

در رویکرد مگنی، نیازی به محاسبه نرخ (های) بازگشت سرمایه داخلی جریان فرآیند مالی نیست. بلکه می‌بایست تحلیل گر یک بردار جریان سرمایه‌گذاری را به طور دلخواه انتخاب نماید و سپس با استفاده از معادله (۳)، مقادیر بردار نرخ بهره را محاسبه نموده و در نهایت اقتصادی بودن پروژه X را با محاسبه یک میانگین وزنی از مقادیر بردار نرخ بهره تعیین نماید.

مگنی این میانگین وزنی از مقادیر نرخ بهره را تحت مفهوم متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی (AIRR) معرفی نمود و برای محاسبه آن رابطه زیر را پیشنهاد داد:

$$\bar{K} = \frac{\sum_{t=1}^T k_t \cdot c_{t-1} \cdot (1+r)^{-(t-1)}}{PV(C)_r} \quad (5)$$

در واقع AIRR متوسط مقادیر نرخ بهره به دست آمده از بردار جریان سرمایه‌گذاری است که دلخواهانه توسط تحلیل گر انتخاب شده است.

(۱) برای هر پروژه یک جریان سرمایه‌گذاری دلخواه انتخاب کنید، به طوری که ارزش فعلی بردارهای جریان سرمایه‌گذاری با یکدیگر برابر باشد.

(۲) اگر جریان‌های فرآیند مالی به صورت یک جریان سرمایه‌گذاری خالص (قرض‌گیری خالص) تعریف شده باشند، آنگاه پروژه‌ای دارای اولویت بالاتر است که متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی بزرگتری (کوچکتری) داشته باشد.

$$C_2 = (20, 21, 22, 1), C_1 = (30, 15, 5, 16, 0, 5)$$

$$C_3 = (40, 10, 10)$$

شایان ذکر است که ارزش فعلی هر سه بردار جریان سرمایه‌گذاری معادل یکدیگر و برابر با ۵۷,۳۵ است. چون بردارهای جریان سرمایه‌گذاری به صورت سرمایه‌گذاری خالص تعریف شده‌اند، بنابر این پروژه‌ای دارای اولویت بالاتر است که متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی بزرگتری داشته باشد. در نتیجه رتبه‌بندی پروژه‌ها مطابق جدول (۲) برابر با $X_3 > X_1 > X_2$ است که مطابق با روش ارزش فعلی است.

مطابق جدول فوق، ارزش فعلی بردار جریان سرمایه‌گذاری C^I برابر با ۲۶,۶۶- است، بنابر این جریان سرمایه‌گذاری C^I یک جریان قرض‌گیری خالص است و از آنجایی که متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی آن (۴۲-٪) کوچکتر از نرخ بازار ۵٪ است، در نتیجه جریان فرآیند مالی X اقتصادی است. ارزش فعلی بردار جریان سرمایه‌گذاری C^{II} برابر با ۳۸,۵۹ است و از آنجایی که متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی آن (۳۷٪) بزرگتر از نرخ بازار ۵٪ است، بنابر این جریان فرآیند مالی X اقتصادی است. ارزش فعلی فرآیند مالی X تحت نرخ بازار ۵٪ برابر با ۱۱,۷۷ است و این تاییدی بر صحت نتایج به دست آمده از روش مگنی خواهد بود.

داخلی (AIRR) مربوط به هر کدام از بردارهای جریان سرمایه‌گذاری را تعیین نمود. خلاصه نتایج در جدول (۱) قابل مشاهده است.

جدول (۱): مقادیر بردار نرخ بهره و متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی

دوره	۰	۱	۲	۳	PV (C r)	AIRR
C^I	۲۰	-۱۰	-۲۰	۰	-۲۶,۶۶	٪-۴۲
K_t	--	-۱	-۰,۵	-۱,۵		
C^{II}	۲۰	۱۰	۱۰	۰	۳۸,۵۹	٪۳۷
K_t	--	۰	۱,۵	۰		

ارزش فعلی بردار جریان سرمایه‌گذاری C^{II} برابر با ۳۸,۵۹ است و از آنجایی که متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی آن (۳۷٪) بزرگتر از نرخ بازار ۵٪ است، بنابراین جریان فرآیند مالی X اقتصادی است. ارزش فعلی فرآیند مالی X تحت نرخ بازار ۵٪ برابر با ۱۱,۷۷ است و این تاییدی بر صحت نتایج به دست آمده از روش مگنی خواهد بود.

۲-۳ رتبه‌بندی پروژه‌ها مطابق رویکرد مگنی

یکی از مهم‌ترین مشکلات روش نرخ بازگشت سرمایه داخلی، رتبه‌بندی پروژه‌های رقابتی به صورت سازگار با روش ارزش فعلی است، چون رتبه‌بندی پروژه‌ها مطابق روش نرخ بازگشت سرمایه داخلی معمولاً با روش ارزش فعلی سازگاری ندارد.

طی چندین دهه گذشته، تلاش‌های گسترده‌ای به منظور حل مشکل رتبه‌بندی پروژه‌ها انجام شد، اما هیچ‌کدام به طور شایان توجه موثر واقع نشد و این مشکل تا قبل از مگنی به صورت حل نشده باقی ماند. مگنی گام‌های زیر را به منظور رتبه‌بندی پروژه‌ها پیشنهاد نمود:

نرخ بهره خواهد بود. در ادامه، این مقاله با استفاده از نکته ذکر شده رابطه جدیدی را به منظور محاسبه مقادیر نرخ بهره معرفی می‌نماید.

قضیه ۱-۴- فرض کنید $X = (X_0, X_1, \dots, X_T)$ یک جریان فرآیند مالی باشد. آنگاه با استفاده از رابطه زیر می‌توان مقادیر بردار نرخ بهره را طی دوره های مختلف محاسبه نمود.

$$K_t = \begin{cases} \frac{X_t}{-X_0(1+r)^{t-1} + r} & t = 1, 2, \dots, T-1 \\ \frac{X_t}{-X_0(1+r)^{t-1} - 1} & t = T \end{cases} \quad (6)$$

پارامتر T برابر با عمر مفید فرآیند مالی و پارامتر K_t بیانگر نرخ بهره در دوره t است.

اثبات:

مطابق ادعای مگنی بردار جریان سرمایه گذاری را به صورت $C_t = -X_0(1+r)^t$ برای $t = 1, 2, \dots, T-1$ تعریف می‌نماییم. با جایگزینی مقدار $-X_0(1+r)^t$ به جای C_t و مقدار $-X_0(1+r)^{t-1}$ به جای C_{t-1} در معادله (۳) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} -X_0(1+r)^t &= -X_0(1+r)^{t-1} \cdot (1+k_t) - x_t \\ \rightarrow K_t &= \frac{x_t}{-X_0(1+r)^{t-1} + r} \end{aligned} \quad (7)$$

سپس با جایگزینی مقدار صفر به جای پارامتر C_T و $-X_0(1+r)^{T-1}$ به جای C_{T-1} خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} 0 &= \left[-X_0(1+r)^{T-1}(1+k_T) \right] - x_T \\ \rightarrow K_T &= \frac{x_T}{-X_0(1+r)^{T-1} - 1} \end{aligned} \quad (8)$$

بعد از محاسبه مقادیر نرخ بهره با استفاده از معادله (۶)، آنگاه متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی به راحتی قابل محاسبه بوده و برابر با میانگین حسابی ساده مقادیر بردار نرخ بهره است.

جدول (۲): رتبه بندی پروژه ها مطابق روش مگنی

دوره	۰	۱	۲	۳
پروژه X_1	-۳۰	۲۰	۱۰	۱۵
جریان سرمایه گذاری دلخواه	۳۰	۱۵,۵	۱۶,۰۵	۰
نرخ بهره	---	%-۱۵	%۱۰۰,۳۲	%-۶۸,۸۵
متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی پروژه X_1				%۲۴,۸۱
پروژه X_2	-۲۰	۱۰	۱۵	۵
جریان سرمایه گذاری دلخواه	۲۰	۲۱	۲۲,۱	۰
نرخ بهره	---	%۵۵	%۷۶,۶۷	%-۷۷,۳۸
متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی پروژه X_2				%۲۰,۰۵
پروژه X_3	-۴۰	۳۰	۲۰	۱۰
جریان سرمایه گذاری دلخواه	۴۰	۱۰	۱۰	۰
نرخ بهره	---	%-۵۰	%۱۵۰	%-۵۰
متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی پروژه X_3				%۳۱,۶۹
رتبه بندی		$X_3 > X_1 > X_2$		

۴- ارائه روش جدید به منظور محاسبه نرخ بازگشت سرمایه داخلی

تعیین اقتصادی بودن و رتبه بندی پروژه های رقابتی از مهم ترین و قابل شایان ترین مسائلی است که مدیران و تصمیم گیرندگان با آن مواجه هستند. این مقاله در این بخش به معرفی یک روش جدید می‌پردازد که به طور کامل با روش ارزش فعلی سازگاری دارد و نسبت به روش مگنی آسان تر و قابل فهم تر است.

مگنی بیان نمود که اگر تحلیلگر بردار جریان سرمایه گذاری را به صورت $C_t = -X_0(1+r)^t$ با $C_T = 0$ تعریف نماید، آنگاه متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی پروژه، یک میانگین حسابی ساده از مقادیر

چون متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی
 (AIRR=۲۵,۶٪) بزرگتر از نرخ بازار ۵٪ می باشد،
 بنابراین جریان فرآیند مالی X اقتصادی است و این
 نتیجه مطابق روش ارزش فعلی می باشد.

لم ۱-۴- جریان فرآیند مالی $X = (x_0, x_1, \dots, x_T)$ را
 در نظر بگیرید. آنگاه می توان ارزش فعلی پروژه X
 را تحت بازار I به صورت زیر به دست آورد:

$$PV(X|r) = \frac{(r - \bar{K}) \cdot X_0 \cdot T}{(1+r)} \quad (10)$$

اثبات:

با جایگزینی مقادیر نرخ بهره (معادله (۶)) در معادله
 (۹) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \bar{K} &= \frac{\sum_{t=1}^T \frac{X_t}{-X_0 \cdot (1+r)^{t-1}} + (T \cdot r) + r - 1}{T} = \\ r + \frac{\sum_{t=1}^T \frac{X_t}{-X_0 \cdot (1+r)^{t-1}} - (1+r)}{T} &= \\ r + \frac{\left(\frac{1+r}{-X_0}\right) \cdot \left(\sum_{t=1}^T \frac{X_t}{(1+r)^t}\right) - (1+r)}{T} &= \\ r + \frac{\left(\frac{1+r}{-X_0}\right) \cdot \left(\sum_{t=1}^T \frac{X_t}{(1+r)^t} + X_0\right)}{T} &= \\ r + \frac{\left(\frac{1+r}{-X_0}\right) \cdot (PV(X|r))}{T} &= \end{aligned} \quad (11)$$

$$\bar{K} = r + \frac{(1+r) \cdot PV(X|r)}{-X_0 \cdot T} \rightarrow$$

$$PV(X|r) = \frac{(r - \bar{K}) \cdot X_0 \cdot T}{(1+r)}$$

مثال ۲-۴- مثال (۱-۴) را مجدداً در نظر بگیرید. حال
 با استفاده از معادله (۱۰) ارزش فعلی پروژه X را
 محاسبه می کنیم.

$$\bar{K} = \frac{K_1 + K_2 + \dots + K_T}{T} = \frac{\sum_{t=1}^T K_t}{T} \quad (9)$$

در نهایت تصمیم گیرنده می تواند اقتصادی بودن
 پروژه X را به صورت زیر تعیین نماید:

(۱) اگر مقدار اولیه جریان فرآیند مالی کمتر از صفر
 باشد ($x_0 < 0$)، سپس جریان فرآیند مالی X اقتصادی
 خواهد بود، اگر و فقط اگر متوسط نرخ بازگشت
 سرمایه داخلی بزرگتر از نرخ بازار ($K \geq r$) باشد.

(۲) اگر مقدار اولیه جریان فرآیند مالی بزرگتر از صفر
 باشد ($x_0 > 0$)، سپس جریان فرآیند مالی X اقتصادی
 خواهد بود، اگر و فقط اگر متوسط نرخ بازگشت
 سرمایه داخلی کوچکتر از نرخ بازار ($K \leq r$) باشد.

مثال ۱-۴- جریان فرآیند مالی پروژه X را به صورت
 $X = (-20, 10, 15, 10)$ در نظر بگیرید و نرخ بازار را
 برابر با ۵٪ فرض کنید. ارزش فعلی خالص پروژه X
 تحت نرخ بازار ۵٪ برابر با ۱۱,۷۷ و مقدار اولیه
 جریان فرآیند مالی X برابر با ۲۰- است، پس بنابر
 قضیه (۱-۴)، پروژه X اقتصادی خواهد بود، اگر و
 فقط اگر متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی بزرگتر
 از نرخ بازار ۵٪ باشد. در ابتدا باید با استفاده از رابطه
 پیشنهادی مقاله (معادله (۶))، مقادیر بردار نرخ بهره
 را محاسبه نمود.

$$K_1 = \frac{x_1}{-x_0} + r = \frac{10}{20} + 0.05 = 0.55$$

$$K_2 = \frac{x_2}{-x_0(1+r)} + r = \frac{15}{20 \times 1.05} + 0.05 = 0.764$$

$$K_3 = \frac{x_3}{-x_0(1+r)^2} - 1 = \frac{10}{20 \times (1.05)^2} - 1 = -0.546$$

میانگین حسابی ساده مقادیر نرخ بهره برابر است با:

$$\bar{K} = \frac{K_1 + K_2 + K_3}{3} = \frac{0.550 + 0.764 - 0.546}{3}$$

$$= 0.256 \text{ یا } 25.6\%$$

$$PV(X|r) = \frac{(0.05 - 0.256) \times 3 \times -20}{1.05} = 11.77$$

مقدار به دست آمده دقیقاً برابر با ارزش فعلی خالص پروژه X است.

قضیه ۲-۴- پروژه های رقابتی X_1, X_2, \dots, X_n را با عمر مفید و مقدار اولیه فرآیند مالی برابر در نظر بگیرید. حال اگر مقدار اولیه فرآیند مالی (X_0) منفی (مثبت) باشد، آنگاه پروژه ای دارای اولویت بالاتر است که مقدار متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی بزرگتری (کوچکتری) داشته باشد.

نرخ بازگشت سرمایه داخلی بزرگتری داشته باشد. جدول (۳) خلاصه ای از محاسبات متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی هر سه پروژه را نشان می دهد.

جدول (۳): رتبه بندی پروژه های رقابتی با عمر برابر و هزینه اولیه یکسان

	K_1	K_2	K_3	AIRR	NPV
X_1	٪۵۰	٪۲۸،۱۸	٪-۳۳،۸۸	٪۱۴،۷۷	۱۲،۹۹۸
X_2	٪۸۰	٪۳۷،۲۷	٪-۷۵،۲۱	٪۱۴،۰۲	۱۰،۹۶۹
X_3	٪۷۰	٪۵۵،۴۵	٪-۷۹،۳۴	٪۱۵،۳۷	۱۴،۶۵

بنابر این رتبه بندی پروژه ها بر اساس شاخص AIRR به صورت $X_3 > X_1 > X_2$ خواهد بود که مطابق روش ارزش فعلی است.

لم ۲-۴- پروژه های X^1, X^2, \dots, X^n را به ترتیب با طول عمر T_1, T_2, \dots, T_n و با مقادیر اولیه متفاوت در نظر بگیرید. به منظور رتبه بندی پروژه ها مطابق قضیه (۲-۴)، ابتدا باید طول عمر و مقدار اولیه پروژه ها را به صورت زیر با هم برابر نمایید:

(۱) پارامتر T را برابر با بزرگترین طول عمر پروژه ها در نظر بگیرید ($T = \max(T_1, T_2, \dots, T_n)$). سپس با اضافه کردن مقدار صفر به انتهای جریان فرآیند مالی پروژه هایی که طول عمر کوچکتری از T دارند، طول عمر همه پروژه ها را با هم برابر کنید.

(۲) پارامتر X_p را برابر با بزرگترین مقدار عددی بین مقادیر اولیه پروژه ها در نظر بگیرید. سپس با اضافه کردن عملگر مناسب Z_i به هر پروژه، مقدار اولیه تمام پروژه ها را با هم برابر نمایید.

$$Z_i = ((X_p - X_0), \dots, -(X_p - X_0) \cdot (1+r)^T)$$

اثبات:

در این روش بردار جریان سرمایه گذاری به صورت $C_t = -X_0 \cdot (1+r)^t$ تعریف شده است، بنابر این ارزش فعلی بردار جریان سرمایه گذاری برابر با $-nx_0$ است. حال مطابق قضیه (۱-۶) مگنی، اگر X_0 منفی (مثبت) باشد، آنگاه ارزش فعلی بردار جریان سرمایه گذاری مثبت (منفی) بوده و در نتیجه جریان فرآیند مالی یک جریان سرمایه گذاری خالص (قرض گیری خالص) خواهد بود. سپس، پروژه ای دارای اولویت بالاتر است که مقدار متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی بزرگتری (کوچکتری) داشته باشد.

مثال ۳-۴- پروژه های زیر را در نظر بگیرید و فرض کنید نرخ بازار برابر با ۱۰٪ باشد.

$$X_2 = (-100, 70, 30, 30), X_1 = (-100, 40, 20, 80)$$

$$X_3 = (-100, 60, 50, 25)$$

بدیهی است که هر سه پروژه دارای عمر برابر و هزینه اولیه یکسان می باشند. مطابق قضیه (۲-۴)، چون مقدار اولیه جریان فرآیند مالی پروژه ها منفی است، بنابراین پروژه ای اقتصادی تر است که متوسط

حال با استفاده معادله (۶)، مقادیر بردار نرخ بهره را برای هر پروژه محاسبه نموده و سپس پروژه ها را بر اساس میانگین حسابی ساده مقادیر نرخ بهره رتبه بندی می کنیم.

جدول (۴): رتبه بندی پروژه ها با طول عمر و مقدار

اولیه متفاوت

	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	AIRR
X ₁	%۹۰	%۱۳۷,۳	%۱۰	%-۱۰۰	%۳۴,۳۲
X ₂	%۶۰	%۶۴,۵۵	%۳۴,۷۹	%-۴۵	%۲۸,۵۸
X ₃	%۹۰	%۲۸,۱۸	%۲۶,۵۳	%۳,۰۳	%۳۶,۹۳

همان طور که در جدول (۴) قابل مشاهده است، رتبه بندی پروژه ها به صورت $X_3 > X_1 > X_2$ است که با روش ارزش فعلی سازگاری دارد. به عنوان آخرین نکته در این بخش، به این مطلب اشاره می کنیم که وقتی نرخ بازار در دوره های مختلف متفاوت باشد، آنگاه تصمیم گیرنده نمی تواند از روش IRR استفاده نماید. مگنی به منظور حل این مشکل، مفهوم متوسط نرخ بازار (\bar{r}) را پیشنهاد داد و به منظور محاسبه آن رابطه زیر را ارائه نمود:

$$\bar{r} = \frac{\sum_{t=1}^T C_{t-1} \cdot r_t \cdot V_t}{\sum_{t=1}^T C_{t-1} \cdot V_t} \quad (12)$$

پارامتر r_t بیانگر نرخ بازار طی دوره $[t-1, t]$ است. در ضمن V_t ضریب تنزیل^{۳۶} است و به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$V_t = [(1+r_1) \times (1+r_2) \times \dots \times (1+r_t)]^{-1} \quad (13)$$

ارزش فعلی پروژه X^i بعد از اضافه کردن عملگر Z_i تغییری نخواهد کرد، زیرا ارزش فعلی عملگر Z_i برابر با صفر است.

$$PV(Z_i + X^i | r) = PV(X^i | r), (PV(Z | r) = 0)$$

مثال ۴-۴- پروژة های زیر را به همراه مقادیر ارزش فعلی آنها تحت نرخ بازار ۱۰٪ در نظر بگیرید.

$$X_1 = (-100, 80, 140), PV(r | X_1 = 10\%) = 88,43$$

$$X_2 = (-50, 50, 60, 30), PV(r | X_2 = 10\%) = 67,58$$

$$X_3 = (-20, 80, 20, 20, 20), PV(r | X_3 = 10\%) = 97,94$$

مطابق روش ارزش فعلی، رتبه بندی پروژه ها به صورت $X_3 > X_1 > X_2$ است. به منظور رتبه بندی پروژه ها با استفاده از روش پیشنهادی مقاله، ابتدا باید طول عمر تمامی پروژه ها را با هم برابر نماییم.

$$X_2 = (-50, 50, 60, 30, 0), X_1 = (-100, 80, 140, 0, 0)$$

$$X_3 = (-20, 80, 20, 20, 20)$$

با توجه به مقادیر اولیه جریان های فرآیند مالی، مقدار X_p برابر با ۱۰۰- می باشد. سپس با تعریف عملگرهای زیر مقدار اولیه تمامی پروژه ها را با هم برابر می کنیم.

$$Z_1 = ((-100+100), 0, 0, 0, 0) = (0, 0, 0, 0, 0)$$

$$Z_2 = ((-100+50), 0, 0, 0, 50(1,1)^4)$$

$$= (-50, 0, 0, 0, 73,205)$$

$$Z_3 = ((-100+20), 0, 0, 0, 80(1,1)^4)$$

$$= (-80, 0, 0, 0, 117,128)$$

$$X_1 + Z_1 = (-100, 80, 140, 0, 0)$$

$$X_2 + Z_2 = (-100, 50, 60, 30, 73,205)$$

$$X_3 + Z_3 = (-100, 80, 20, 20, 137,128)$$

چون مقدار اولیه جریان فرآیند مالی منفی (۲۰-) بوده و متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی (۳۴,۴٪) بزرگتر از متوسط نرخ بازار (۱۲,۲٪) است، آنگاه پروژه X اقتصادی است و نتیجه به دست آمده با روش ارزش فعلی مطابقت دارد.

شایان توجه است که کامل ترین روشی که تا کنون ارائه شده است روش مگنی است، اما این روش نیز به نوبه خود دارای نواقصی است که کاربرد این روش را در دنیای واقعی محدود ساخته است.

۵- مقایسه روش پیشنهادی مقاله با روش مگنی

روش AIRR (مگنی، ۲۰۱۰) یکی از با ارزش ترین روش هایی است که به منظور حل مشکلات روش IRR معرفی شده است، اما این روش از نقطه نظر اقتصادی کامل نیست و دارای معایب مهمی است. به عنوان مثال فرآیند مالی (۱۲۱، ۱۱۰، -۲۰۰) را در نظر بگیرید و فرض کنید نرخ بازار برابر با ۵ درصد باشد. این فرآیند مالی دارای یک نرخ بازگشت سرمایه داخلی با مقدار ۱۰٪ است و ارزش فعلی آن تحت نرخ بازار ۵٪ برابر با ۱۴,۵۱ است. بنابراین این فرآیند مالی X مطابق روش ارزش فعلی و هم بر اساس روش نرخ بازگشت سرمایه داخلی اقتصادی است.

به منظور تعیین اقتصادی بودن فرآیند مالی X مطابق روش AIRR، بردار جریان سرمایه گذاری دلخواه C_1 را به صورت $(۲۰۹، -۲۰۰)$ تعریف می کنیم. بعد از انجام محاسبات مقدار متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی برابر با ۱۶,۰۵٪ به دست آمد. چون ارزش فعلی بردار جریان سرمایه گذاری مثبت است

این مقاله به منظور حل این مشکل پیشنهاد می کند که با جایگزینی مقدار $-X_0 \cdot (1+\bar{r})^{t-1}$ به جای پارامتر C_{t-1} در معادله (۱۲) خواهیم داشت:

$$\bar{r} = \frac{\sum_{t=1}^T (1+\bar{r})^{t-1} \cdot r_t \cdot V_t}{\sum_{t=1}^T (1+\bar{r})^{t-1} \cdot V_t} \quad (14)$$

سپس تصمیم گیرنده با جایگزینی مقدار \bar{r} به جای r در تمامی محاسبات، می تواند از روش پیشنهادی مقاله استفاده نماید.

مثال ۵-۴- جریان فرآیند مالی $(۱۰، ۲۰، ۱۰، -۲۰)$ را در نظر بگیرید و فرض کنید مقادیر بردار نرخ بازار برابر با (۱۲٪، ۱۵٪، ۱۰٪) است. به منظور تعیین اقتصادی بودن پروژه، در ابتدا باید با استفاده از معادله (۱۴) مقدار متوسط نرخ بازار را تعیین نمود. بعد از حل، مقدار متوسط نرخ بازار (\bar{r}) برابر با ۱۲,۲٪ به دست آمد. ارزش فعلی پروژه تحت این نرخ برابر با ۱۱,۸۸ است. بعد از محاسبه متوسط نرخ بازار، باید مقادیر بردار نرخ بهره را محاسبه نمود:

$$K_1 = \frac{X_1}{-X_0} + r = \frac{10}{-20} + 0.122 = 0.622$$

$$K_2 = \frac{X_2}{-X_0 \cdot (1+r)} + r = \frac{20}{20 \times 1.122} + 0.122 = 1.013$$

$$K_3 = \frac{X_3}{-X_0 \cdot (1+r)^2} - 1 = \frac{10}{20 \times (1.122)^2} - 1 = -0.603$$

سپس باید میانگین حسابی ساده مقادیر نرخ بهره را به عنوان متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی پروژه X محاسبه نمود:

$$\bar{K} = \frac{K_1 + K_2 + K_3}{3} = \frac{0.622 + 1.013 - 0.603}{3}$$

$$= 0.344 \text{ یا } 34.4\%$$

پیچیده، منحصر بفرد نبودن جواب نهایی و عدم اطمینان به مقدار عددی AIRR به دست آمده به عنوان IRR، از جمله معایبی است که استفاده از این روش را برای تصمیم گیرنده دشوار ساخته و موجب عدم کاربرد این روش در عمل شده است.

در روش پیشنهادی مقاله دیگر نیازی به تعریف بردار جریان سرمایه‌گذاری نیست، بلکه تصمیم‌گیرنده با استفاده از رابطه‌ای مشخص، مقادیر بردار نرخ بهره را محاسبه می‌نماید. در ضمن همین امر موجب کوتاه تر و آسان تر شدن راه حل روش پیشنهادی مقاله نسبت به روش مگنی است.

با استفاده از روش پیشنهادی و بعد از انجام محاسبات، مقدار منحصر بفرد ۸٫۸٪ برای نرخ بازگشت سرمایه داخلی فرآیند مالی X به دست آمد که به مقدار نرخ بازگشت سرمایه داخلی واقعی فرآیند مالی (۱۰٪) نزدیک است. بنابر این، علاوه بر مزایای ذکر شده، مقدار عددی به دست آمده برای نرخ بازگشت سرمایه داخلی مطابق این روش نسبت به روش مگنی، مطمئن تر و دقیق تر است.

۶- نتیجه گیری

طی سال‌های گذشته تعداد زیادی از اساتید و محققان سعی در حل مشکلات روش نرخ بازگشت سرمایه داشتند اما تلاش هیچ کدام از آنها به طور شایان توجهی موثر واقع نشد. به عبارت دیگر، روش پیشنهادی تعدادی از مقاله‌ها قابل اعتماد نبود یا روش تعدادی از آنها نمی‌توانست تمامی مشکلات روش نرخ بازگشت سرمایه را پوشش دهد. تعداد معدودی از مقاله‌های منتشر شده مناسب و کارا بودند اما دارای

و متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی ۱۶٫۰۵٪ بزرگتر از نرخ بازار ۵٪ است، بنابراین فرآیند مالی X اقتصادی است. حال با اندکی تغییر در مقادیر بردار جریان سرمایه‌گذاری C_1 ، بردار جریان سرمایه‌گذاری C_2 را به صورت $C_2 = (200, -211)$ تعریف می‌نماییم. بعد از انجام محاسبات، مقدار متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی برابر با ۱۵۹۵٪ به دست آمد. چون ارزش فعلی بردار جریان سرمایه‌گذاری منفی است و متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی ۱۵۹۵٪ کوچکتر از نرخ بازار ۵٪ است، بنابراین فرآیند مالی X اقتصادی است.

نتیجه به دست آمده از تحلیل هر دو بردار جریان سرمایه‌گذاری C_1 و C_2 مشابه هم بوده و بر اقتصادی بودن فرآیند مالی X دلالت می‌کند. اما همان‌طور که مشاهده می‌کنید مقادیر به دست آمده برای متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی (۱۶٫۰۵٪ و ۱۵۹۵٪) کاملاً بی‌معنی بوده و هر دو مقدار از لحاظ عددی با نرخ بازگشت سرمایه داخلی واقعی جریان فرآیند مالی (۱۰٪) فاصله زیاد و قابل توجهی دارند.

در ضمن با اندکی تغییر در تعریف بردارهای جریان سرمایه‌گذاری C_1 و C_2 ، مقدار متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی تغییر بسیار زیادی کرد (از ۱۶٫۰۵٪ به ۱۵۹۵٪ تغییر نمود). در نتیجه تصمیم‌گیرنده نمی‌تواند به هیچ وجه بر مقدار عددی AIRR به دست آمده از روش مگنی اعتماد کند و آن را به عنوان نرخ بازگشت سرمایه داخلی پروژه بپذیرد. این مشکلات از اینجا ناشی می‌شود که در روش AIRR، انتخاب بردار جریان سرمایه‌گذاری دلخواه بوده و بر عهده تصمیم‌گیرنده است. مراحل حل طولانی، محاسبات

- Boulding, K. E. (1936a). "Time and investment". *Economica*, 3(May), 196-220.
- Boulding, K. E. (1936b). "Time and investment: A reply". *Economica*, 3(November), 440-442.
- Brealey, R. A., Myers, S. C., & Allen, F. (2006). "Principles of corporate finance" (8th ed.). *Boston: McGraw-Hill/Irwin*.
- Eschenbach, T. G. (1995). "Engineering Economy: Applying Theory to Practice". Chicago: Irwin.
- Fleischer, G. A. (1994). "Introduction to Engineering Economy". *PWS Publishing, Boston*.
- Flemming, J. S., & Wright, J. F. (1971). "Uniqueness of the internal rate of return: A generalization". *The Economic Journal*, 81 (June), 256-262.
- Hajdasinski, M. M. (2004). "Technical note-the internal rate of return (IRR) as a financial indicator". *The Engineering Economist*, 49, 185-197.
- Hazen, G. B. (2003). "A new perspective on multiple internal rates of return". *The Engineering Economist*, 48(1), 31-51.
- Hazen, G. B. (2009). "An extension of the internal rate of return to stochastic cash flows". *Management Science*, 55(6) (June), 1030-1034
- Hirshleifer, J. (1958). "On the theory of optimal investment decision". *Journal of Political Economy*, 66 (August), 329-352.
- Keynes, J. M. (1936). "The General Theory of Employment, Interest and Money". *London: MacMillan*.
- Kierulff, H. (2008). "MIRR: A better measure". *Business Horizons*, 51, 321-329.
- Lin, A.Y.S. (1976). "The modified internal rate of return and investment criterion". *The Engineering Economist*, 21(4), 237-247.
- Lohmann, J. R. (1988). "The IRR, NPV and the fallacy of the reinvestment rate assumption". *The Engineering Economist*, 33(4) (summer), 303-330.

مراحل حل پیچیده و طولانی بودند به طوری که کاربرد آنها مشکل و برای عموم قابل فهم و تشریح نبود. این مقاله به ارائه یک روش جدید به منظور محاسبه نرخ بازگشت سرمایه داخلی می پردازد که از تفکرات مگنی نشات گرفته اما رویکرد او را بهبود می بخشد. در واقع روش پیشنهادی مقاله، یک رابطه جدید به منظور محاسبه مقادیر نرخ بهره معرفی می نماید به طوری که در آن نیازی به تعریف بردار جریان سرمایه گذاری نیست. به همین علت، روش پیشنهادی دارای مراحل حل کمتر نسبت به روش مگنی بوده و به تبع روشی آسان تر و قابل فهم تر است. مراحل حل آسان و کوتاه، قابلیت تشریح برای عموم، منحصر به فرد بودن و قابل اعتماد بودن جواب نهایی از مزایایی است که این روش را از سایر روش ها متمایز می سازد. شایان ذکر است که نتیجه به دست آمده از این روش چه در تعیین اقتصادی بودن و چه در رتبه بندی پروژه های رقابتی با روش ارزش فعلی کاملاً سازگاری دارد.

منابع

- Arrow, K. J., & Levhari, D. (1969). "Uniqueness of the internal rate of return with variable life of investment". *The Economic Journal*, 79 (September), 560-566.
- Athanasopoulos, P. J. (1978). "A note on the modified internal rate of return and investment criterion". *The Engineering Economist*, 23(2), 131-133.
- Aucamp, D. L., & Eckardt, W. L. (1976). "A sufficient condition for unique non-negative internal rate of return: Comment". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 11 (June), 329-332.
- Boulding, K. E. (1935). "The theory of the single investment". *Quarterly Journal of Economics*, 49 (May), 475-494.

- 8 – Hirshleifer
- 9 – Norstrom
- 10 – Aucamp and Eckart
- 11 – Arrow and Levhari
- 12 – Costless Truncated Life
- 13 – Flemming and Wright
- 14 – Discount Functions
- 15 – Ross
- 16 – Assumption of Project Truncability
- 17 – Fleischer
- 18 – Eschenbach
- 19 – Park
- 20 – Brealey
- 21 – Lin
- 22 – Athanasopoulos
- 23 – Lohmann
- 24 – Hajdasinski
- 25 – Modified Internal Rate of Return
- 26 – Kierulff
- 27 – Osborne
- 28 – Hazen
- 29 – Pierru
- 30 – Magni
- 31 – Average Internal Rate of Return
- 32 – Aggregate Return On Investment
- 33 – Economic Average Internal Rate of Return
- 34 – Net Investment Stream
- 35 – Net Borrowing Stream
- 36 – Discount Factor

Magni C. A. (2010). “Average Internal Rate of Return and investment decisions: A new perspective”. *The Engineering Economist*, 55(2), 150-180.

Magni C. A. (2011). “Aggregate Return on Investment and Investment Decisions: A Cash-Flow Perspective”. *The Engineering Economist*. 56(2), 140-169.

Magni C. A. (2013). “The Internal-Rate-Of-Return Approach and the AIRR Paradigm: A Refutation and Corroboration”. *The Engineering Economist*, 58(2), 73-111.

Norstrom, C. J. (1972). “A sufficient condition for a unique non-negative internal rate of return”. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 7(3) (June), 1835-1839.

Osborne, M. (2010). “A resolution to the NPV-IRR debate?”. *Quarterly Review of Economics and Finance*, 50 (2), 234-239.

Park, C. S. (1997). “Contemporary Engineering Economics”. *Addison-Wesley, Menlo Park, California*.

Pierru, A. (2010). “The Simple Meaning of Complex Rates of Return”. *The Engineering Economist*, 55(2), 105-117.

Riggs, J. L., & et al. (1998). “Engineering economist”. *Mcgraw-Hill, International edition*, 186-189.

Ross, S. A., Spatt, C. S., & Dybvig P.H. (1980). “Present values and internal rates of return”. *Journal of Economic Theory*, 23 (August), 66-81.

Samuelson, P. (1964). “Tax deductibility of economic depreciation to insure invariant valuations”. *Journal of Political Economy*, 72, 604-606.

پی نوشت

- 1 – Internal Rate of Return
- 2 – Keynes
- 3 – Boulding
- 4 – Net Present Value
- 5 – Real-Valued Internal Rate of Return
- 6 – Complex-Valued Internal Rate of Return
- 7 – Samulson