

مدیریت تولید و عملیات، دوره هفتم، شماره (۱)، پیاپی (۱۲)، بهار و تابستان ۱۳۹۵

دریافت: ۹۱/۱/۲۴ پذیرش: ۹۲/۸/۱۶

صص: ۲۳۴-۲۱۵

مدل سازی ریاضی برای مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با حمل برگشتی و حل آن با الگوریتم کلونی مورچه چندگانه

عزیزاله جعفری^۱، رضا توکلی مقدم^{۲*}، محسن فرقانی^۳، رحمت عرب^۴

- ۱- استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه علم و فرهنگ، تهران، ایران
- ۲- استاد دانشکده مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران
- ۳- دانشجوی دکترای مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یزد، یزد، ایران
- ۴- دانشجوی دکترای مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

چکیده

در این مقاله، مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با حمل برگشتی همراه با یکسری محدودیت‌های عملیاتی بررسی می‌شود. مشتریان به دو گروه مشتریان خط رفت که تحویل کالا به آن‌ها صورت می‌گیرد و مشتریان خط برگشت که کالا از آن‌ها دریافت می‌شود، تقسیم می‌شوند. همچنین، اولویت خدمت‌رسانی با مشتریان خط رفت است. نکته حائز اهمیت در این تحقیق آنکه، امکان تقسیم تقاضا برای مشتریانی که تقاضای آن‌ها از بزرگترین وسیله نقلیه موجود بیشتر است و همچنین، محدودیت عملیاتی جدید عدم دسترسی به بعضی از وسایل نقلیه برای تعدادی از مشتریان، به صورت توأمان در نظر گرفته می‌شود. دپوی مرکزی شامل ناوگانی از وسایل نقلیه با ظرفیت‌های مختلف و به تعداد نامحدود بوده و تقاضای مشتریان به صورت پویا است و در هر دوره قابل تغییر است. این مسأله از نوع چند جمله‌ای نامعین سخت (NP-hard) است و با توجه به ساختار خاص آن و بررسی ادبیات موضوع، یک الگوریتم کلونی مورچه چندگانه جدید^۱ (NM-ACO) برای حل آن پیشنهاد می‌شود. در این مقاله، پس از آشنایی با کلیات و پیشینه تحقیق، مدل ریاضی جدیدی برای مسأله مورد نظر ارائه می‌شود و در ادامه الگوریتم کلونی مورچه چندگانه پیشنهادی که شامل دو فاز تخصیص و مسیریابی است، تشریح می‌گردد. در پایان، به تحلیل نتایج عددی حاصل از این الگوریتم برای مسایل آزمون طراحی شده پرداخته می‌شود.

واژه های کلیدی: مسیریابی وسایل نقلیه با حمل بازگشتی، ناوگان ناهمگن وسایل نقلیه، تقسیم تقاضا،

سیستم کلونی مورچه، جستجوی محلی.

۱- مقدمه

حمل و نقل از بخش‌های عمده و مهم اقتصاد هر کشوری به شمار می‌رود و از مهم‌ترین اجزای تشکیل دهنده هزینه تمام‌شده محصول نهایی است. یکی از جذابیت‌های مسأله حمل و نقل ارزش اقتصادی آن در توسعه کشور و یا اثربخشی آن در سودآوری شرکت‌ها و سازمان‌ها است. هدف عمده برنامه‌ریزی حمل و نقل کمینه‌سازی هزینه حمل و نقل کالا و مواد بین دو سطح تولیدکننده و مصرف‌کننده است، به طوری که تقاضای هر مصرف‌کننده بایستی توسط تولیدکنندگان ارضاء شود. با توجه به نوع مسأله مورد بررسی، عواملی مانند طول مسیر، کیفیت مسیر از لحاظ ساختاری و محیطی، ترافیک مسیر، ظرفیت وسایل نقلیه، تقاضای مشتریان، سطح خدمت‌رسانی و غیره مدنظر قرار می‌گیرند. اولین مسأله کلاسیک در این زمینه مسأله فروشنده دوره‌گرد بود که در آن یک فروشنده یا توزیع‌کننده باید به چند شهر مراجعه کرده و به آنها خدمتی ارایه کند. در ادامه مسأله مسیریابی وسایل نقلیه^۱ (VRP) که در قلب مدیریت توزیع واقع شده است، به عنوان مسأله‌ای که روزانه هزاران سازمان و کمپانی برای تحویل و جمع‌آوری کالا یا افراد با آن مواجه هستند مطرح شد (بارنهارت و همکاران ۲۰۰۷). به عنوان نمونه مسیریابی اتوبوس‌های داخل شهری، جمع‌آوری ضایعات، مسیریابی فروشنده‌های دوره‌گرد، واحدهای تعمیر و نگهداری و شرکت‌های توزیع کالا، حالت‌های خاصی از شبکه حمل و نقل هستند که به عنوان مسأله مسیریابی وسایل نقلیه مطرح می‌شوند. هدف VRP تعیین مسیر حرکت خودروها به گونه‌ای است که هر مسیر شامل یک وسیله نقلیه بوده - که از انبار مربوطه مسیر را شروع و در همان جا به اتمام

می‌رساند - به طوری که نیاز همه مشتریان مسیر برآورده شود، هر مشتری حداکثر یک بار ملاقات شده، همه محدودیت‌های عملیاتی ارضا گردیده و هزینه حمل و نقل عمومی حداقل شود.

مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با حمل برگشتی^۳ (VRPB)، توسعه داده شده مسأله مسیریابی وسایل نقلیه ظرفیت‌بندی شده^۴ (CVRP) است. در VRPB، مشتریان به دو گروه خط رفت^۵ (تحویل کالا) و خط برگشت^۶ (دریافت کالا) تقسیم‌بندی می‌شوند. مشتری خط رفت به تعدادی کالا نیاز دارد که باید به آن تحویل داده شود و مشتری خط برگشت نیز نیازمند آن است که تعدادی کالا از آن دریافت شود. این مسأله در قالب تئوری گراف به صورت زیر تعریف می‌شود: یک گراف کامل متقارن $G(V, N)$ را در نظر بگیرید که مجموعه $N = \{0\} \cup L \cup B$ شامل $l + b + 1$ گره و زیرمجموعه‌های $L = \{1, \dots, l\}$ و $B = \{l + 1, \dots, l + b\}$ به ترتیب بیان‌گر مشتریان خط رفت و برگشت هستند. مجموعه $A = \{(i, j); i, j \in N\}$ برای هر کمان (i, j) یک هزینه غیر منفی C_{ij} وجود دارد و برای هر گره i ، یک مقدار غیر منفی q_i گره صفر بیانگر دپوی مرکزی (با تقاضای صفر) که v وسیله نقلیه یکسان با ظرفیت Q در آن‌جا مستقر هستند. تابع هدف شامل طراحی مسیرهای با حداقل هزینه، به طوری که کل فرآیند بارگیری در خط برگشت یا باراندازی در خط رفت از ظرفیت وسیله نقلیه در هر مسیر تجاوز نکند. در صورتی که $B = \emptyset$ باشد به یک مسأله CVRP تبدیل خواهد شد که از مسایل شناخته شده NP-hard است، لذا، مسأله VRPB یک مسأله NP-hard است. این مسأله به دنبال جایگزینی یک حرکت سودآور به جای برگشت

متناسب با مسأله تعریف شده ارائه می‌شود. در ادامه ساختار الگوریتم کلونی مورچگان چندگانه پیشنهادی برای حل مسأله مورد نظر تشریح می‌گردد و در پایان نتایج به دست آمده از الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی را با روش ابتکاری کوتاه‌ترین مسیر اصلاح شده^۹ مورد مقایسه و ارزیابی قرار می‌گیرد.

۲- پیشینه تحقیق

دیف و بودین^{۱۰} (۱۹۸۴)، یک روش ابتکاری برای حل مسائل VRPB براساس الگوریتم کلارک و رایت ارائه دادند. آن‌ها فرض اولویت سرویس‌دهی به مشتریان خط رفت را نسبت به مشتریان خط برگشت لحاظ نموده و برای به تأخیر انداختن الحاق نقاط مشتریان خط برگشت، از یک ضریب جریمه استفاده کردند. لذا تمامی مسیرهای ایجاد شده به دو بخش، مجموعه رفت و برگشت، تقسیم شدند.

گلدن و همکاران (۱۹۸۵) سعی کردند با بهره‌گیری از الگوریتم کلارک و رایت و روش ابتکاری ارزان‌ترین درج، یک روش جدید بوجود آورند. نتایج به دست آمده نشان داد که تعداد نقاط دریافت‌کننده بعد از نقاط عرضه‌کننده رابطه معکوس با مقدار جریمه دارد و هر چه جریمه زیاد می‌شود، تعداد این نقاط کاهش می‌یابد تا به صفر می‌رسد و طول سفر نیز افزایش می‌یابد. همچنین، کاسکو^{۱۱} و همکاران (۱۹۸۸) روشی را ارائه کردند که ابتدا با توجه به ظرفیت وسایل نقلیه و به کمک روش کلارک و رایت مسیرهایی را تولید و در هنگام تصمیم‌گیری در درج نقاط عرضه‌کننده به ماهیت آنها توجه می‌شد.

خالی وسایل نقلیه به دپوی مرکزی است. بدین معنا که هزینه‌های توزیع را به وسیله بهره‌گیری از ظرفیت بلا استفاده وسایل هنگام برگشت کاهش می‌دهد.

در این مقاله، با حالت سرویس‌دهی به صورت ترکیبی سروکار نداریم. یعنی فرض بر آن است که هر وسیله نقلیه ابتدا با برآورده کردن تقاضای مشتریان خط رفت، تخلیه می‌شود و بعد از آن با جمع‌آوری کالا از مشتریان خط برگشت، بارگیری می‌شود. نمونه بارز آن صنایع خواربارفروشی است. در این مثال سوپر مارکت‌ها مشتریان دریافت‌کننده (خط رفت) بوده و تأمین‌کنندگان خواربار، مشتریان ارسال‌کننده (خط برگشت) به شمار می‌آیند. همچنین، ناوگانی از وسایل نقلیه با ظرفیت‌های مختلف در اختیار است، به طوری که تعداد در دسترس از هر نوع وسیله نقلیه نامحدود است^۷. برای هر نوع وسیله یک هزینه ثابت استفاده از ناوگان و یک هزینه متغیر مسیریابی که هر دو هزینه وابسته به نوع وسیله انتخابی است، در نظر گرفته می‌شود. به علت عدم قطعیت تقاضای مشتری‌ها، امکان این که تقاضای بعضی از مشتریان از ظرفیت بزرگ‌ترین وسیله نقلیه موجود بیشتر باشد، وجود دارد، لذا امکان تقسیم تقاضای^۸ این مشتریان بر اساس قاعده خاصی بین وسایل نقلیه لحاظ شده است. در مواردی امکان تخصیص بعضی از وسایل نقلیه به بعضی از مشتریان (گره‌ها) به علت وجود محدودیت‌های عملیاتی (از قبیل عدم وجود محل مناسب بارگیری یا باراندازی در محل مشتری مورد نظر و غیره) امکان‌پذیر نیست. با توجه موارد مطرح شده ساختار این نوشتار بدین صورت است که ابتدا با مبانی نظری و پیشینه مسأله VRPB آشنا می‌شویم. در قسمت بعد مدل ریاضی

توت و ویگو (۱۹۹۶) الگوریتم: اول خوشه‌بندی، دوم مسیریابی^{۱۵} را برای VRPB با عنوان TV پیشنهاد کردند. این روش با یک جواب (ممکن است غیر قابل قبول باشد) از ساده کردن^{۱۶} VRPB حاصل شده، شروع می‌کند و سعی دارد تا یک مجموعه مسیر قابل قبول را با جابجایی گره‌ها و کمان‌ها به دست آورد و در مرحله دوم با انجام یک سری تغییرات توسط الگوریتم‌های بهبوددهنده، $2 - Opt$ و $3 - Opt$ ، با برقراری شرط قابل قبول بودن، سعی در بهبود جواب ارایه شده دارد. روش TV جواب‌های بهتری نسبت به LHBH و SF ارایه کرد. این دو محقق (۱۹۹۷) با بهره‌گیری از تحقیق قبلی خود، سعی در رسیدن به جواب بهینه داشتند. بدین ترتیب که از حد پایین به دست آمده در مرحله اول تحقیق قبلی به-عنوان حد پایین و از نتیجه آن به‌عنوان حد بالا استفاده کردند و از روش شاخه و حد، مسأله را حل کردند. توت و ویگو (۱۹۹۹) یک روش جدید خوشه‌بندی که از اطلاعات وابسته به حد پایین ناشی از آزادسازی لاگرانژ استفاده می‌کند را پیشنهاد نمودند. علاوه بر مطالب فوق، تعدادی مطالعه نیز وجود دارد که انواع دیگر مسأله VRPB و حالت بدون اولویت‌بندی مشتریان (سرویس‌دهی ترکیبی) را مورد بررسی قرار داده‌اند (تانگیا^{۱۷} و همکاران (۱۹۹۶)، توت و ویگو (۱۹۹۶)، آنیلی (۱۹۹۶)، وید و سالهی (۲۰۰۲)). یانو و همکاران (۱۹۸۷) یک روش حل دقیق با استفاده از متد پوشش مجموعه^{۱۸} مبتنی بر آزادسازی لاگرانژ و چارچوب شاخه و کران را برای مسأله VRPB ارایه دادند. آن‌ها این روش را برای مسأله مسیریابی با تعداد مشتریان اندک به کار بردند. به علت محدودیت روش‌های حل دقیق در مسائل بزرگ و محدودیت کیفیت جواب برای

جاکوب و گوتچالک (۱۹۸۹) یک روش دو مرحله‌ای را برای حل مسائل VRPB پیشنهاد دادند. در روش پیشنهادی هیچ نقطه عرضه‌کننده نمی‌تواند قبل از نقاط دریافت‌کننده سرویس بیند. در مرحله اول یک جواب اولیه با کیفیت خوب توسط منحنی پوشش‌دهنده فضا^{۱۲}، ایجاد - البته نقاط عرضه‌کننده و دریافت‌کننده کالا جداگانه بررسی می‌شوند - و سپس در هر مسیر روی هم سوار می‌شوند. در مرحله دوم، برای بهبود نتایج به دست آمده مرحله اول از روش‌های ابتکاری بهینه محلی مانند الگوریتم گریس^{۱۳}، $K - Median$ ، $2 - Opt$ و $3 - Opt$ استفاده می‌شود. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که زمان مرحله اول نسبت به روش کِلارک و رایت بسیار وابسته به اندازه مسأله است و از طرفی کیفیت جواب‌های اولیه این دو روش قابل قیاس با یکدیگر نیستند. این الگوریتم قابلیت به‌کارگیری در مسایلی که تعداد وسایل نقلیه در دسترس ثابت هستند را نداشت. جاکوب و گوتچالک (۱۹۹۳) روش ابتکاری دیگری به نام LHBH را برای حل VRPB توسعه دادند. مدل ایشان، VRPB را به سه زیر مسأله تجزیه می‌کند. دو زیر مسأله اولیه مربوط به خوشه‌بندی کردن^{۱۴} مشتریان دریافت‌کننده و عرضه‌کننده کالا هستند که به طور کاملاً مستقل از یکدیگر صورت می‌گیرند. در مرحله سوم برای k مسیر مستقل به کمک روش ابتکاری ارزان‌ترین درج به جواب می‌رسد. نتایج نشان می‌دهد که این روش نسبت به روش کِلارک و رایت از کیفیت جواب مناسبی برخوردار است ولی زمان رسیدن به جواب بیشتر است. به علاوه وقتی اندازه مسأله بزرگ‌تر می‌شود این روش نسبت به روش کِلارک و رایت کندتر نیز می‌شود.

همچنین، توسط ژینو وانگ^{۲۳} و همکاران (۲۰۰۹) یک روش ابتکاری ۲ فاز را برای مسأله VRPB مطرح شد. تاتنگیو (۲۰۱۰) یک الگوریتم طماع تصادفی همراه با جستجوی برنامه ریزی حافظه انطباقی^{۲۴} برای مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با ناوگان ناهمگن وسایل نقلیه ارائه داده و همین الگوریتم برای HFFVRPB به کار برده شد. وی این رویکرد را به صورت یک سیستم تصمیم‌گیری بصری اجرا و امکان اینکه افراد بتوانند با توجه به تجارب و دانش خود، آلترناتیوهای مختلف تصمیم‌گیری در حوزه مسأله مورد بررسی را دخیل نمایند، فراهم کرده است. زاکارادیس و همکاران (۲۰۱۲) یک الگوریتم جستجوی محلی کارا را برای VRPB مطرح کردند که به بررسی همسایگی‌ها در یک راه‌حل توانمند و متشکل از تبادلات میان توالی‌های مشتریان با طول مسیر متغیر می‌پردازد. هزینه‌های عملیاتی مربوط به وسایل نقلیه و نیروی انسانی برای تحویل کالا، از هزینه‌های مهم در فرآیند تولید است، بنابراین کارکنان (۲۰۱۲) دو الگوریتم ابتکاری صرفه جویی اصلاح شده به همراه یک الگوریتم ژنتیک برای یک مسأله VRPB دو هدفه شامل حداقل کردن هزینه کل مسیریابی و هزینه طول تور سفر استفاده نموده‌اند و اینکه سالهی و همکاران (۲۰۱۳) برای مسأله FSMVRPB یک مدل ILP و الگوریتم ابتکاری افزاینده را ارائه نموده که از حل این مدل جواب بهینه برای مسائل در اندازه کوچک ایجاد و برای مثال‌های بزرگ یک حد بالا و پایین ایجاد می‌شود.

اخیراً بر روی حل مسأله VRP با استفاده از الگوریتم کلونی مورچگان توجه بیشتری شده است. برای شناخت و معرفی الگوریتم مورچگان می‌توان به دوریگو و همکاران (۱۹۹۶) مراجعه کرد. بولان

روش‌های ابتکاری، یک روش فراابتکاری در تلاش است تا یک روش ابتکاری ساده را با آزادسازی محدودیت زمان محاسباتی بهبود بخشد. یک روش فراابتکاری ممکن است زمان CPU بیشتری را در برداشته باشد، اما یک جواب با کیفیت بهتری را تولید می‌کند.

پوتوین و همکاران (۱۹۹۶) از الگوریتم ژنتیک برای حل مسأله VRPB استفاده کردند. دوآمل و همکاران (۱۹۹۷) با استفاده از الگوریتم جستجوی ممنوع، مسأله VRPBTW را حل نمودند. ریمان و همکاران (۲۰۰۲) یک الگوریتم مورچگان الحاقی^{۱۹} را برای همین مسأله ارائه کردند. عثمان و واسان (۲۰۰۲) یک الگوریتم جستجوی ممنوع واکنشی^{۲۰} (RTS) را برای مسأله VRPB پیشنهاد دادند. علاوه بر آن واسان (۲۰۰۴) برنامه‌ریزی حافظه انطباقی^{۲۱} (AMP) را با روش جستجوی ممنوع ترکیب کرده و روش RTS-AMP را پیشنهاد داد. در هر دو روش جستجوی ممنوع از تغییرات k تایی پیشنهاد شده توسط واسان (۱۹۹۳) استفاده شده است. روش RTS-AMP یک مجموعه از جواب‌ها را که جواب‌های نخبه نامیده می‌شود، نگهداری می‌کند و از این جواب‌ها برای تغییر جهت جستجو، به سمت نواحی کشف نشده از فضای جواب استفاده می‌کند. وید و سالهی (۲۰۰۴) یک سیستم مورچه برای حل مسأله VRPB با حالت سرویس‌دهی ترکیبی به کار برد. برانداو (۲۰۰۶) یک الگوریتم جستجوی ممنوع جدیدی را ارائه داد که جواب اولیه آن از یک شبه حد پایین مبتنی بر روش درخت k تایی^{۲۲} به دست می‌آید. توکلی مقدم و همکاران (۲۰۰۶) الگوریتمی ممیک را برای حل مسأله VRPB ارائه دادند.

محدودیت جدید عدم دسترسی به بعضی از وسایل نقلیه برای بعضی از مشتریان به طور همزمان بررسی شده و در محدودیت‌های ۲، ۷، ۸ و ۱۱ این دو اصل مهم در کنار یکدیگر نشان داده شده است. از طرفی، در بخش (۴-۱-۱) الگوی متفاوت برای تقسیم تقاضا در نظر گرفته شده که در ادامه ارائه خواهد شد. مدل برنامه‌ریزی مختلط عدد صحیح مسأله به شرح زیر است:

۳-۱- پارامترهای ورودی

L : مجموعه مشتریان خط رفت $L = \{1, \dots, n\}$

B : مجموعه مشتریان خط برگشت

$$B = \{n + 1, \dots, n + m\}$$

گره 0 و $n + m + 1$ به عنوان دپو شناخته می‌شوند.

$A = \{(i, j) | i, j \in L, B; i \neq j\}$: مجموعه یال‌ها

(اتصالات مابین گره‌ها (نقاط تقاضا)).

d_{ij} : طول یال ما بین دو گره i و j به طوری که

$$(i, j) \in A \text{ و } d_{ij} = d_{ji} \text{ (شبکه راه‌ها متقارن است).}$$

T : مجموعه انواع وسایل نقلیه در دسترس و تعداد

وسایل از هر نوع نامحدود است. $T = \{1, \dots, K\}$

f_k : هزینه ثابت استفاده از هر وسیله نقلیه ($k \in T$)؛

$$(\forall k \in T; f_1 < f_2 < \dots < f_k)$$

g_k : هزینه متغیر مسیریابی برای هر وسیله نقلیه

(هزینه هر واحد مسافت طی شده برای هر نوع

وسيله نقلیه).

C_{ijk} : هزینه حرکت خودروی k ($k \in T$) به ازای

$$\text{سفر در مسیر } (i, j) \text{ ؛ } C_{ijk} = d_{ij} \times g_k$$

Q_k : ظرفیت وسیله نقلیه k ($k \in T$) (از نظر

$$\text{وزنی)؛ } Q_1 < Q_2 < \dots < Q_k$$

R_i : تقاضای مشتریان خط رفت (از نظر وزنی)؛

$$(i \in L)$$

هیمر و همکاران (۱۹۹۹) برای نخستین بار یک سیستم مورچه را برای حل مسأله VRP طراحی کردند. این الگوریتم بعدها در سال ۲۰۰۲ توسط درنر و همکاران، با ترکیب آن با روش ابتکاری صرفه‌جویی، بهبود داده شد. همچنین، ریمان (۲۰۰۴) یک الگوریتم سیستم مورچه مبتنی بر تجزیه $(D - Ants)$ را برای مسأله CVRP ارائه دادند. در این الگوریتم، مسأله به چندین زیر مسأله تجزیه شده و هر زیر مسأله با استفاده از سیستم کلونی مورچه مبتنی بر صرفه‌جویی حل شده است. در سال‌های اخیر، از جمله کارهای انجام شده در زمینه کاربرد الگوریتم مورچگان می‌توان به کار مارک ریمان و همکاران (۲۰۰۶) برای مسأله VRPBTW، کار ژن (۲۰۰۸) برای مسأله CVRP و کار گاژپال و همکاران (۲۰۰۹) برای مسأله VRPB در حالت عمومی با تعداد محدودی وسیله نقلیه یکسان اشاره کرد.

چندین مطالعه در زمینه استفاده از الگوریتم جستجوی ممنوع برای حل مسایل VRPB وجود دارد، اما در خصوص کاربرد الگوریتم کلونی مورچه برای حالتی از مسأله VRPB که در این مقاله تعریف شده است، متدی معرفی نشده است. لذا در ادامه ضمن تشریح کامل مدل ریاضی برای مسأله VRPB جدید تعریف شده، یک الگوریتم حل فراابتکاری کلونی مورچه چندگانه جدید که متناسب با نیازهای مسأله ارائه شده است، پیشنهاد خواهد شد.

۳- مدل ریاضی

در مقایسه با مطالعات پیشین، در این مقاله یک مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با حمل در بازگشتی ارائه شده که ضمن وجود یک ناوگان ناهمگن از وسایل نقلیه برای شبکه توزیع، امکان تقسیم تقاضا با

هم قابل تفکیک بوده و اگر مشتریانی در هر دو خط رفت و برگشت قرار بگیرند باید با شماره مختلف و به صورت دو مشتری مجزا در نظر گرفته بشوند.

۳-۲- متغیرهای تصمیم‌گیری

اگر مشتری i نام بعد از مشتری i نام توسط ماشین k سرویس‌دهی شود. در غیراین صورت

$$\left. \begin{array}{l} 1 \\ 0 \end{array} \right\} = x_{ijk}$$

y_{ik} : کسری از تقاضای مشتری i نام که توسط وسیله نقلیه k سرویس‌دهی می‌شود.

P_i : تقاضای مشتریان خط برگشت (از نظر وزنی)؛
($i \in B$)

M : یک عدد دلخواه بزرگ

$$C_{0,n+m+1,k} = 0; d_{0,n+m+1} = d_{n+m+1,0} = 0$$

$$\forall i > 1, d_{ii} \gg \infty; R_0 = P_{n+m+1} = 0$$

اگر وسیله نقلیه k به مشتری i نام قابل تخصیص باشد. در غیراین صورت

$$\left. \begin{array}{l} 1 \\ 0 \end{array} \right\} = U_{ik}$$

نکته بسیار مهم این که باید در اندیس‌گذاری مشتریان خط رفت و برگشت کاملاً دقت شود تا از

۳-۳- فرمولاسیون

$$\text{Min } Z = \sum_{k=1}^K f_k \sum_{j=1}^{n+m} x_{0jk} + \sum_{i=0}^{n+m} \sum_{j=0}^{n+m} \sum_{k=1}^K C_{ijk} x_{ijk} \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{n+m} x_{ijk} \leq 1 \quad ; i = 1, \dots, n+m, k = 1, \dots, K \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{n+m} x_{ipk} - \sum_{j=1}^{n+m} x_{pjk} = 0 \quad ; p = 1, \dots, n+m, k = 1, \dots, K \quad (3)$$

$$\sum_{j=0}^{n+m+1} x_{ojk} = 1 \quad ; k = 1, \dots, K \quad (4)$$

$$\sum_{i=0}^{n+m+1} x_{i(n+m+1)k} = 1 \quad ; k = 1, \dots, K \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^K y_{ik} = 1 \quad ; i = 1, \dots, n+m \quad (6)$$

$$y_{ik} \leq \sum_{j=1}^{n+m} x_{jik} \quad ; i = 1, \dots, n+m; k = 1, \dots, K \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^{n+m} x_{jik} \leq M \cdot y_{ik} \quad ; i = 1, \dots, n+m; k = 1, \dots, K \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n y_{ik} \cdot R_i \leq Q_k \quad ; k = 1, \dots, K \quad (9)$$

$$\sum_{i=n+1}^{n+m} y_{ik} \cdot p_i \leq Q_k \quad ; k = 1, \dots, K \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^{n+m} x_{jik} \leq U_{ik} \quad ; i = 1, \dots, n+m \quad ; k = 1, \dots, K \quad (11)$$

$$\sum_{i=n+1}^{n+m} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^K x_{ijk} = 0 \quad (12)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1 \quad ; S \subseteq \{1, \dots, n+m\}; \quad 2 \leq |S| \leq n+m-2 \quad (13)$$

$$y_{ik} \geq 0 \quad ; i = 1, \dots, n+m \quad ; k = 1, \dots, K \quad (14)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad ; k = 1, \dots, K \quad ; i, j = 0,1,2, \dots, n+m+1 \quad (15)$$

هستند که فرآیند بارگیری در هر دو مسیر رفت و برگشت نباید از ظرفیت وسیله نقلیه تجاوز کند. در صورتی که امکان تخصیص بعضی از وسایل نقلیه به بعضی از مشتریان وجود نداشته باشد، محدودیت ۱۱ این موضوع را تضمین می‌کند. محدودیت ۱۲ بیانگر این موضوع است که اولویت ابتدا با مشتریان خط رفت (Linehaul/Delivery) است و سپس مشتریان خط برگشت (Backhaul/Pickup) سرویس‌دهی می‌شوند. یعنی امکان این که از یک مشتری با شماره اندیس برگشت به سمت یک مشتری با شماره اندیس رفت مسیر وجود داشته باشد وجود ندارد. محدودیت ۱۳ برای حذف زیرتور استفاده می‌شود.

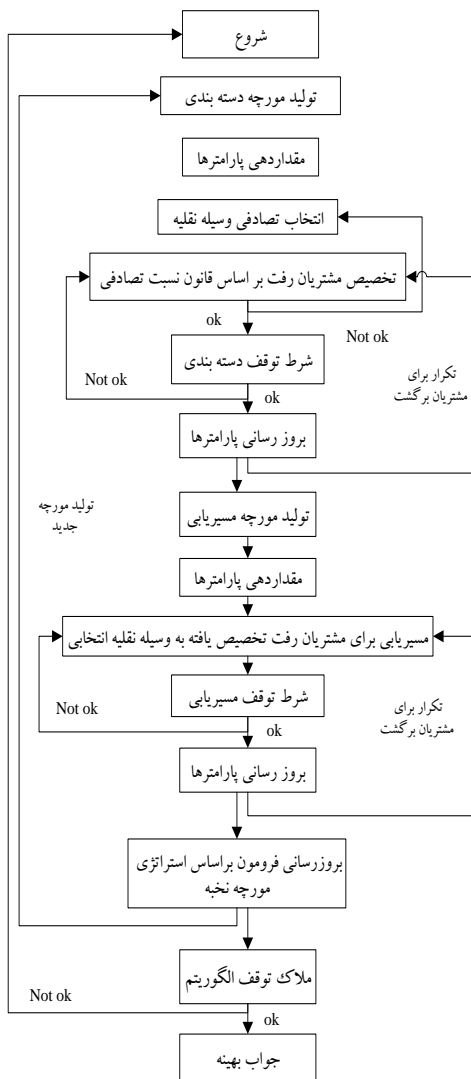
۴- سیستم کلونی مورچه چندگانه پیشنهادی

با توجه به ساختار مسأله VRPB مطرح شده و نتایج حاصل از بخش دوم در خصوص روش‌های حل ارائه شده برای این دست از مسایل، استراتژی پیشنهادی برای حل مسأله، سیستم کلونی مورچه چندگانه^{۲۵} (MACS) است. موضوع MACS برای نخستین بار در سال ۱۹۹۹ توسط گامبارالا و همکاران (۱۹۹۷) که برای حل مسأله VRPBTW به کاربرده شد، مطرح شد. آن‌ها از دو نوع مورچه برای حداقل کردن دو تابع هدف به کار بردند: یکی حداقل کردن

تابع هدف بیانگر حداقل‌سازی هزینه‌های مربوط به استفاده از ناوگان حمل‌ونقل و هزینه مسیریابی است. محدودیت ۲ تضمین می‌کند؛ هر وسیله نقلیه هر مشتری را تنها یک‌بار ملاقات می‌کند. محدودیت سه بیانگر آن است که هر وسیله نقلیه که به هر گره وارد می‌شود، حتماً از آن خارج می‌شود و بدین ترتیب پیوستگی مسیر حفظ می‌شود. محدودیت چهار تمام وسایل نقلیه را مجبور می‌کند که مسیر توزیع خود را از دپوی مرکزی آغاز و محدودیت پنج هر وسیله نقلیه را ملزم می‌کند تا مسیر خود را به دپوی مرکزی ختم کند. محدودیت ۶ بیانگر آن است که تمام تقاضای مشتریان هم در خط رفت و هم در خط برگشت برآورده می‌شوند. محدودیت‌های ۷ و ۸ تضمین می‌کنند که تقاضای گره i در صورتی تکمیل می‌شود که حداقل یک وسیله نقلیه از آنجا عبور کند. در واقع محدودیت اصلی بدین صورت است:

$$\sum_{j=1}^{n+m} \sum_{k=1}^K x_{jik} \cdot y_{ik} = 1 \quad ; i = 1, \dots, n+m \quad (16)$$

که این محدودیت غیر خطی است و پس از فرآیند خطی‌سازی به صورت دو محدودیت ۷ و ۸ تعریف می‌شود. محدودیت‌های ۹ و ۱۰ بیانگر آن



نمودار ۱- رویه کلی الگوریتم کلونی مورچه چندگانه پیشنهادی

۱-۴- تولید جواب توسط مورچه

پارامترهای مورد نیاز برای تولید جواب عبارتند

از:

L : مجموعه مشتریان خط رفت $L = \{1, \dots, n\}$

B : مجموعه مشتریان خط برگشت

$$B = \{n + 1, \dots, n + m\}$$

N : تعداد کل مشتریان، شامل

تمام مشتریان خط رفت و برگشت.

تعداد وسایل نقلیه مورد استفاده و دیگری حداقل کردن طول مسیر طی شده است.

الگوریتم پیشنهادی جدید شامل دو فاز است: ابتدا دسته‌بندی و سپس مسیریابی^{۲۶}؛ و در آن از دو نوع مورچه برای ساخت یک جواب استفاده می‌شود. نوع اول که به مورچه وسیله (Customer-ants) معروف است، برای تخصیص مشتریان به وسایل نقلیه و دومی مورچه مسیر (Route-ants)، که برای ساخت مسیر برای وسایل نقلیه تخصیص داده شده به مشتریان استفاده می‌شود.

از ویژگی‌های بازار این روش علاوه بر قوانین انتخاب جدیدی که در دو فاز دسته‌بندی و مسیریابی به کمک مورچه وسیله و مورچه مسیر می‌آیند؛ در فاز دوم (مسیریابی) از الگوریتم صرفه‌جویی و قانون تحول وضعیت روش سیستم کلونی مورچه^{۲۷} (ACS) که دستور انتخاب مهاجمانه‌تر و فعال‌تری را نسبت به سایر الگوریتم‌های مبتنی بر سیستم مورچه دارد، استفاده شده و در پایان فاز دوم از الگوریتم جستجوی محلی $2 - Opt$ به منظور بهبود جواب تولید شده کمک گرفته شده است. برای بروزآوری اثر فرمومون از استراتژی مورچه نخبه استفاده شده است. اثر فرمومون مورچه وسیله (τ_{1ki}) بیان‌گر شدت اثر گرفتن خدمت مشتری k ام از وسیله نقلیه k ام است و اثر فرمومون مورچه مسیر (τ_{2ij}) نشان‌دهنده شدت اثر ملاقات مشتری i ام بلافاصله بعد از مشتری j ام است. در ابتدای حل مسأله مقدار اولیه اثر فرمومون در هر دو فاز تولید جواب برابر با ۱ در نظر می‌گیریم $(\tau_{2ij} = \tau_{1ki} = 1)$. روند کلی به دست آوردن جواب به شرح زیر است (نمودار ۱)

$\delta = 0$
ابتدا از مجموعه T یک وسیله نقلیه به صورت تصادفی انتخاب و وسیله نقلیه k نامیده می شود. حال از مجموعه ψ^l یک مشتری را که باید توسط وسیله نقلیه k خدمت دهی شود پس از برقراری شرط ۱۸، طبق قانون نسبت تصادفی^{۲۸} زیر انتخاب می شود.

$$\eta_i = \frac{1}{d_{\delta i}} \times \frac{Q_k}{AC_k^l - q_i + 0.01}$$

اگر مشتری i مربوط به مشتریان خط رفت باشد. شاخص ابتکاری (قابلیت مرئی بودن) η_i بیانگر آن است که مشتری که ظرفیت بیشتری را به خود اختصاص می دهد، احتمال انتخاب بیشتری را دارد، چرا که زمان های بارگیری و باراندازی کمتری توسط وسیله نقلیه صرف شده و از طرفی شاخص ارزیابی خدمت به مشتریان در بهترین زمان ممکن محقق می شود. همچنین، نزدیک بودن گره های بعدی نسبت به مشتری فعلی نیز از اهمیت خاصی برخوردار است که شاخص ابتکاری فوق در برگیرنده دو عامل ذکر شده است.

در صورتی که هیچ مشتری انتخاب نشد، فرآیند فوق از ابتدا شروع می شود و در غیر این صورت طبق قانون فوق مشتریان به صورت پی در پی انتخاب می شوند تا شرط توقف برقرار شود. نکته شایان ذکر آن که پس از انتخاب هر مشتری مجموعه های ψ^l ، δ ، C_k^l و AC_k^l به هنگام می شوند. دو پارامتر $\alpha 1$ و $\beta 1$ بیانگر شدت اثر فرومون و شاخص ابتکاری مورد نظر هستند. در ادامه برای همان وسیله نقلیه، روند فوق برای مشتریان خط برگشت تکرار می شود، یا مشتری ای به آن وسیله تخصیص نمی یابد و یا اینکه

R_i : تقاضای مشتری i نام.
 Q_k : ظرفیت وسیله نقلیه نوع k ($k = 1, \dots, K$).
 C_k^l : مجموعه مشتریان خط رفت که توسط وسیله نقلیه نوع k سرویس دهی می شوند.
 C_k^b : مجموعه مشتریان خط برگشت که توسط وسیله نقلیه نوع k سرویس دهی می شوند.
 AC_k^l : ظرفیت قابل استفاده وسیله نقلیه نوع k برای تخصیص به یک مشتری خط رفت.
 AC_k^b : ظرفیت قابل استفاده وسیله نقلیه نوع k برای تخصیص به یک مشتری خط برگشت.
 ψ^l : مجموعه مشتریان خط رفت که هنوز سرویس دهی نشده است.
 ψ^b : مجموعه مشتریان خط برگشت که هنوز سرویس دهی نشده است.

δ : درایه ای که در هر مرحله اندیس آخرین مشتری تخصیص یافته در آن ذخیره می شود.
 Z_m^l : درایه ای که مقدار تابع هدف حاصل از مورچه m در دور l ام را در خود ذخیره می کند.
مجموعه $T = \{1, \dots, K\}$ انواع وسایل نقلیه موجود.

$$\forall i \in \psi^l ; \text{ if } AC_k^l \geq q_i \quad (17)$$

$$P_{ki} = \begin{cases} \frac{(\tau_{1ki})^{\alpha 1} \cdot (\eta_i)^{\beta 1}}{\sum_{i \in \psi^l} (\tau_{1ki})^{\alpha 1} \cdot (\eta_i)^{\beta 1}} & \text{if } i \in \psi^b \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (18)$$

۴-۱-۱- تخصیص مشتری ها به وسایل نقلیه.

برای شروع کار ابتدا پارامترهای فوق را مقداردهی می کنیم:

$$\begin{aligned} L &= 1, \dots, n & ; \\ B &= n + 1, \dots, n + m \\ C_k^l &= C_k^b = \phi & ; \\ AC_k^l &= AC_k^b = Q_k \\ \psi^l &= 1, \dots, n & ; \\ \psi^b &= n + 1, \dots, n + m \end{aligned}$$

مشتریان خط رفت تخصیص یافته به وسیله نقلیه k ام، بررسی می شود و هنگامی که تمام مشتریان خط رفت ملاقات شدند، مشتریان خط برگشت تخصیص یافته به همان وسیله نقلیه k ام مسیریابی می شوند. بدین ترتیب که مورچه از دپوی مرکزی شروع به حرکت کرده و طبق قانون نسبت تصادفی زیر از میان مشتریان تخصیص یافته به وسیله نقلیه k ام یعنی مجموعه R که مقدارش را از مجموعه C_k^l گرفته است مشتری بعدی (یعنی مشتری j ام) را به صورت پی درپی تعیین و جواب مورد نظر را ایجاد می کند. ارزش تمایل به انتخاب مشتری j ام بلافاصله بعد از مشتری i ام به صورت زیر تعریف می شود:

$$\varepsilon_{ij} = (\tau_{2ij})^{\alpha_2} \cdot (s(i, j))^{\beta_2}$$

α_2 تأثیر نسبی شدت فرومون و β_2 بیانگر تأثیر نسبی ارزش صرفه جویی^{۲۹} است. ارزش صرفه جویی $S(i, j) = d_{i0} + d_{0j} - d_{ij}$ بیانگر صرفه جویی ناشی از سرویس دهی به هردو مشتری i و j توسط یک وسیله نقلیه نسبت به حالتی که توسط دو وسیله نقلیه مجزا سرویس دهی صورت پذیرد، است. مفهوم صرفه جویی در سال ۱۹۶۴ توسط کِلارک و رایت (۱۹۶۴) مطرح شد و این شاخص ابتکاری جواب بهتری نسبت به سایر شاخص های ابتکاری برای حل مسأله CVRP توسط سیستم مورچگان به دست داده به طوری که در مقالات ریمان و همکاران (۲۰۰۲)، (۲۰۰۴)، الگوریتم مذکور با چندین الگوریتم جستجوی ممنوع در مورد مسأله مسیریابی وسایل نقلیه مقایسه شد و نتایج نشان می دهد که این الگوریتم بهتر از الگوریتم جستجوی ممنوع مورد بررسی، عمل می کند. قانون نسبت تصادفی برای

طبق قانون احتمالی زیر مشتریان مناسب به وسیله نقلیه k ام اختصاص می یابد و پس از انتخاب هر مشتری مجموعه های ψ^b, C_k^b, δ و AC_k^b به هنگام می شوند.

$$\forall i \in \Psi^b ; \text{ if } AC_k^b \geq q_i \quad (19)$$

$$P_{ki} = \begin{cases} \frac{(\tau_{1ki})^{\alpha_1} \cdot (\eta_i)^{\beta_1}}{\sum_{i \in \Psi^b} (\tau_{1ki})^{\alpha_1} \cdot (\eta_i)^{\beta_1}} & \text{if } i \in \Psi^b \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

محاسبه η_i برای خط برگشت به صورت زیر خواهد بود:

$$\eta_i = \frac{1}{d_{\delta i}} \times \frac{Q_k}{AC_k^b - q_i + 0.01}$$

یکی از فرض های مسأله VRPB مطرح شده، موضوع تقسیم تقاضا است. برای این منظور تقاضای این نوع مشتریان براساس ظرفیت وسایل نقلیه موجود، به چندین مشتری مجزا تقسیم بندی شده و یک مشتری با چنین تقاضایی به چندین مشتری مجزا با اندیس های متفاوت تفکیک خواهد شد. یکی دیگر از فرض های مسأله، موضوع عدم امکان استفاده از بعضی وسایل نقلیه برای بعضی از مشتریان است که این موضوع را در فاز اول، هنگام انتخاب مشتریان برای وسایل نقلیه، با در نظر گرفتن یک شرط و استفاده از یک پارامتر صفر و یک، قابل اعمال است.

۴-۱-۲- مسیریابی مشتریان تخصیص یافته به هر وسیله نقلیه

پس از این مرحله برای همان وسیله نقلیه انتخاب شده در فاز اول مستقیماً فاز دوم یعنی ساخت مسیر، اجرا می شود. این عمل با حل یک مسأله فروشنده دوره گرد انجام می شود. یعنی ابتدا

بعدی (j) ابتدا یک مقدار تصادفی q از بازه $[0,1]$ تولید می‌شود و چنانچه مقدار q از q_0 کمتر بود، آن گاه از میان شهرهای موجه برای انتخاب مستقیم، شهری انتخاب می‌شود که بیشترین مقدار عبارت ε_{ij} را داشته باشد. یعنی این که از اطلاعات گذشته و مقدار فرمون بر جای مانده بهره‌برداری شده و در صورتی که q از q_0 بزرگ‌تر بود از تابع احتمالی بالا برای انتخاب شهر بعدی استفاده می‌کنیم.

۴-۲- بهبود جواب با استفاده از الگوریتم

بهبوددهنده $Opt - 2$

پس از این که تمام مشتریان مسیریابی شدند و در واقع یک جواب کامل تشکیل گردید. با استفاده از الگوریتم بهبود دهنده $Opt - 2$ مسیرهای تولید شده فعلی را به سمت بهینه محلی ارتقاء می‌دهیم.

۴-۳- به‌روزرسانی فرمون با استفاده از استراتژی

مورچه نخبه

در این روش، با استفاده از استراتژی مورچه‌های نخبه مسیرهای پیموده شده به‌هنگام می‌شوند. برای فاز ۱ خواهیم داشت:

انتخاب مشتری j ام بلافاصله بعد از مشتری i ام به صورت زیر است:

$$P_{ki} = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{ij}}{\sum_{l \in R} \varepsilon_{il}} & \text{if } j \in R \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (21)$$

هنگامی که لیست R خالی شد، این مجموعه بصورت مشتریان خط برگشت تخصیص یافته به وسیله نقلیه k ام، به‌هنگام می‌شود و سپس فاز مسیریابی در این مجموعه انجام خواهد شد. روند فوق ادامه پیدا می‌کند تا هر دو مجموعه ψ^l و ψ^b تهی شوند.

نکته قابل توجه آن که در این الگوریتم از قانون تحول وضعیت روش ACS در حل مساله فروشنده دوره گرد^{۳۰} (TSP) که دستور انتخاب مهاجمانه‌تر و فعال‌تری را نسبت به سایر الگوریتم‌های AS دارد، استفاده می‌شود.

$$j = \begin{cases} \arg \max_{l \in R} \varepsilon_{il} & \text{if } q \leq q_0 \\ J & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (22)$$

در این معادله q یک مقدار تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه $[0,1]$ بوده و q_0 یک پارامتر است که بصورت $0 \leq q_0 \leq 1$ تعریف می‌شود. همچنین، J توسط توزیع احتمال فوق به دست می‌آید. زمانی که یک مورچه در شهر i قرار دارد، برای انتخاب شهر

$$\tau_{ki}^{new} = \rho \tau_{ki}^{old} + \sum_{r=1}^{w-1} (w-r) \Delta \tau_{ki}^r + w \Delta \tau_{ki}^{bs} \quad ; k=1, \dots, K \quad ; i=1, \dots, n, n+1, \dots, m \quad (23)$$

$$\Delta \tau_{ki}^r = \begin{cases} \frac{1}{L^r} & \text{اگر مشتری } i \text{ ام توسط وسیله نقلیه } k \text{ ام در جواب } r \text{ امین مورچه نخبه سرویس دهی شود.} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (24)$$

$$\Delta \tau_{ki}^{bs} = \begin{cases} \frac{1}{L^{bs}} & \text{اگر مشتری } i \text{ ام توسط وسیله نقلیه } k \text{ ام در بهترین جواب پیدا شده تاکنون سرویس دهی شود.} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (25)$$

بهترین جواب ایجاد شده تاکنون است. همچنین برای فاز دوم نیز خواهیم داشت:

$$\tau_{ij}^{new} = \rho \tau_{ij}^{old} + \sum_{r=1}^{w-1} (w-r) \Delta \tau_{ij}^r + w \Delta \tau_{ij}^{bs} \quad ; k = 1, \dots, K \quad ; i = 1, \dots, n, n+1, \dots, m \quad (26)$$

$$\Delta \tau_{ij}^r = \begin{cases} \frac{1}{L^r} & \text{اگر مشتری } i \text{ ام توسط وسیله نقلیه } k \text{ ام در جواب } r \text{ امین مورچه نخبه سرویس دهی شود.} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (27)$$

$$\Delta \tau_{ij}^{bs} = \begin{cases} \frac{1}{L^{bs}} & \text{اگر مشتری } i \text{ ام توسط وسیله نقلیه } k \text{ ام در بهترین جواب پیدا شده تاکنون سرویس دهی شود.} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (28)$$

جواب آن را با یک الگوریتم ابتکاری و یا فراابتکاری مقایسه کرد.

۱-۵- تنظیم پارامترها

کیفیت جواب‌های به دست آمده از حل مسأله با الگوریتم پیشنهادی، به تعداد مورچگان مورد استفاده، حداقل تکرار و شرط توقف در نظر گرفته شده بستگی دارد. در مورد شرط توقف، حداقل تکراری بین ۵۰-۱۰۰ (با توجه به ابعاد مسأله) برای برنامه در نظر گرفته و برای حالتی که بعد از ۲۰ تکرار در بهترین جواب حاصل شده تغییری حاصل نشد، مسأله متوقف بشود. تعداد مورچه برای مسایل کوچک ۲۵ و مسایل بزرگتر ۵۰ در نظر گرفته شد. همچنین، در مورد سایر پارامترها پس از تست، مقادیر زیر را برای الگوریتم در نظر گرفتیم: مقادیر شدت اثر فرومون و قابلیت مرئی بودن (شاخص ابتکاری) در دو فاز الگوریتم به صورت زیر است: $\alpha_1 = \beta_1 = 3$ و $\alpha_2 = \beta_2 = 1$. مقدار w (تعداد مورچه‌های نخبه) را برابر با ۶، برای پارامتر ρ

به طوری که L^r طول دور کامل تشکیل شده در جواب r امین مورچه نخبه و L^{bs} طول دور کامل

در این روش بر خلاف سیستم کلونی مورچگان مطرح شده توسط بولان هیمر (۱۹۹۹) برای مسأله VRP، فرآیند به روزآوری فرومون برای تمام مورچگان نخبه با اهمیت یکسان انجام می‌شود. گرچه دادن اهمیت بیشتر به جواب بهترین مورچه نخبه و اهمیت کم‌تر به جواب سایر مورچه‌های نخبه، می‌تواند عملیات جستجو را به سمت مینیمم کلی منحرف کند، اما ریسک قرار گرفتن در دام حداقل محلی را افزایش می‌دهد.

۵- مثال عددی

از آنجا که مسأله VRPB مطرح شده در این مقاله، هم از لحاظ ترکیب بندی محدودیت‌های آن و هم از لحاظ الگوریتم کلونی مورچه چندگانه پیشنهادی، جدید است. لذا ابتدا باید صحت عملکرد الگوریتم پیشنهادی را برای حل این مسأله بررسی شده و سپس برای پی بردن به کارا بودن آن نسبت به سایر روش‌های حل موجود برای این دست از مسایل،

طراحی و کدنویسی نموده و به عنوان یک حد بالا برای مسایل مورد نظر در جهت موجه بودن نتایج استفاده کرده است.

برای تست مسأله با ابعاد مختلف، مثال‌هایی با ۷ مشتری (FP1)، ۱۷ مشتری (FP2)، ۲۵ مشتری (FP3)، ۳۶ مشتری (FP4)، ۵۲ مشتری (FP5) و ۷۲ مشتری (FP6) طراحی شد و برای هر کدام در دو حالت وجود (B) و عدم وجود (A) محدودیت در تخصیص بعضی از وسایل نقلیه به بعضی از مشتریان، مسأله حل و نتایج تجزیه و تحلیل شد که در جدول ۱ خلاصه شده است.

با توجه به نتایج به دست آمده (نمودار ۲)، می‌توان استنباط کرد که الگوریتم پیشنهادی، نتایج منطقی و خوبی را برای مسأله جدید طراحی شده به ما می‌دهد. از طرفی برای هر مسأله، مقادیر مختلف تعداد مورچه و حداقل تکرار برای الگوریتم را تست کرده و بهترین نتایج آن در جدول فوق آورده شده است. آنچه در این آزمون‌ها به صراحت دیده می‌شود اینکه، با افزایش تعداد مشتریان، اختلاف نتایج میان این دو روش معنی‌دارتر شده و این گواه از این که روش فراابتکاری پیشنهادی جواب‌های بهتر و نزدیک به بهینه‌ای را تولید کرده و خود به نوعی کارایی الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد.

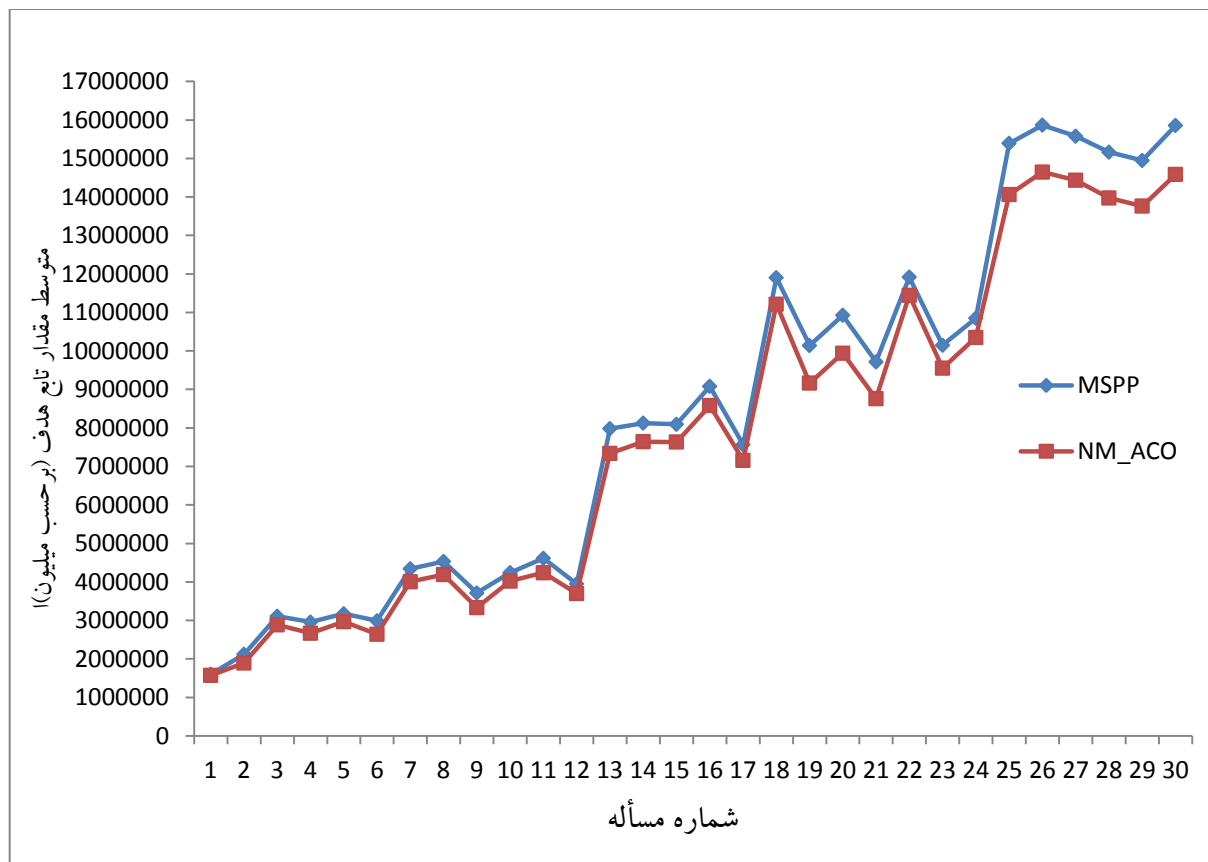
(ضریب تبخیر فرمون) مقدار $0/95$ را در نظر گرفته و مقدار q_0 برابر با $0/9$ جواب‌های مناسب‌تری را ارائه داد. فرآیند تقسیم تقاضا بر پایه دو نگرش کدنویسی شد، یکی بر اساس ماکزیمم ظرفیت وسیله نقلیه در دسترس و نگرش دوم براساس فرآیند نصف شدن تقاضا با توجه به ظرفیت بزرگ‌ترین وسیله نقلیه در دسترس بود. که با تست کردن هر دو روش، روش اول جواب بهتری را به دست داد.

۵-۲- مسایل آزمون و تحلیل نتایج

برای تحلیل نتایج حاصل از حل مسأله مورد نظر، مسایل آزمونی با چنین شرایط یافت نشد (به علت جدید بودن مسأله)، به همین منظور، محقق با توجه به شرایط حاکم در دنیای واقعی برای شرکت‌های توزیع کننده در ایران، چندین مسأله را طراحی کرده است. ابتدا برای تست عملکرد الگوریتم پیشنهادی، یک مسأله با ابعاد کوچک (FP1A) را به روش دقیق حل و با جواب الگوریتم مورد نظر مقایسه کرده که کاملاً باهم برابر بودند (جدول ۱). از طرفی برای تحلیل کارایی نتایج حاصل از الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی، یک الگوریتم ابتکاری کوتاه‌ترین مسیر اصلاح شده^{۳۱} (الگوریتمی است ترکیبی با کلونی مورچه که شامل ۲ مرحله است، یکی انتخاب وسایل نقلیه با کلونی مورچه و دیگری مسیریابی با روش کوتاهترین مسیر) را با توجه به شرایط خاص مسأله

جدول ۱- مقایسه نتایج روش‌های MSPP و NM-ACO

ردیف	نام مسأله	k	n	l	b	m	Min Iteration	Average of best solution Modified Shortest path problem	Average CPU time (s)	Average of best solution Proposed ACO	Average CPU time (s)
۱	FP1A	۴	۷	۴	۳	۲۵	۵۰	۱۶۰۰۶۴۴	۰/۵۴	۱۵۷۳۲۰۰	۸۰/۲
۲	FP1B	۴	۷	۴	۳	۲۵	۵۰	۲۱۱۹۴۹۵	۰/۶۲	۱۸۹۳۲۰۰	۱۰/۹۳
۳	FP2A	۴	۱۷	۱۰	۷	۴۰	۸۰	۳۱۰۸۱۶۸	۱/۰۲	۲۸۸۵۷۶۴	۲۸/۳۶
۴	FP2A	۴	۱۷	۵	۱۲	۴۰	۸۰	۲۹۵۵۴۲۰	۰/۸۵	۲۶۶۸۱۶۰	۲۹/۵۰
۵	FP2B	۴	۱۷	۱۰	۷	۴۰	۸۰	۳۱۷۲۸۲۶	۰/۹۴	۲۹۶۷۶۲۰	۳۰/۵۵
۶	FP2B	۴	۱۷	۵	۱۲	۴۰	۸۰	۲۹۸۸۷۹۴	۰/۸۱	۲۶۴۰۶۱۰	۲۸/۲۵
۷	FP3A	۴	۲۵	۱۵	۱۰	۴۰	۸۰	۴۳۴۱۷۵۷	۱/۱۹	۴۰۰۴۲۴۶	۴۴/۱۰
۸	FP3A	۴	۲۵	۶	۱۹	۴۰	۸۰	۴۵۳۱۸۲۲	۱/۱۰	۴۱۹۱۹۸۶	۴۳/۴۰
۹	FP3A	۴	۲۵	۱۲	۱۳	۴۰	۸۰	۳۷۱۲۵۵۰	۱/۱۵	۳۳۳۲۵۰۰	۴۵/۱۰
۱۰	FP3B	۴	۲۵	۱۵	۱۰	۴۰	۸۰	۴۲۴۱۱۲۲	۱/۵۴	۴۰۲۱۵۴۸	۴۶/۶۰
۱۱	FP3B	۴	۲۵	۱۸	۷	۴۰	۸۰	۴۶۱۳۱۶۳	۱/۳۴	۴۲۳۷۷۰۲	۴۹/۲۰
۱۲	FP3B	۴	۲۵	۹	۱۶	۴۰	۸۰	۳۹۴۸۴۰۰	۱/۱۳	۳۶۹۸۵۸۰	۴۳/۳۰
۱۳	FP4A	۴	۳۶	۲۲	۱۴	۵۰	۸۰	۷۹۸۱۶۵۲	۶/۰۹	۷۳۳۷۹۷۳	۷۳/۳۳
۱۴	FP4A	۴	۳۶	۸	۲۸	۵۰	۸۰	۸۱۲۵۰۸۰	۵/۵۴	۷۶۴۳۶۵۷	۷۴/۱۰
۱۵	FP4B	۴	۳۶	۲۲	۱۴	۵۰	۸۰	۸۰۹۴۵۳۰	۶/۳۰	۷۶۳۵۶۳۶	۷۵/۱۰
۱۶	FP4B	۴	۳۶	۳۰	۶	۵۰	۸۰	۹۰۸۱۰۲۲	۷/۷۶	۸۵۸۲۱۷۸	۸۸/۴۰
۱۷	FP4B	۴	۳۶	۱۲	۲۴	۵۰	۸۰	۷۵۶۴۳۳۰	۵/۲۳	۷۱۵۷۵۶۰	۶۵/۵۰
۱۸	FP5A	۴	۵۲	۳۴	۱۸	۵۰	۸۰	۱۱۹۰۲۸۳۶	۵/۷۲	۱۱۲۱۳۸۸۳	۱۳۸/۶۸
۱۹	FP5A	۴	۵۲	۱۵	۳۷	۵۰	۸۰	۱۰۱۴۰۵۵۶	۴/۵۶	۹۱۶۵۸۶۰	۱۱۷/۳۰
۲۰	FP5A	۴	۵۲	۲۵	۲۷	۵۰	۱۰۰	۱۰۹۲۷۶۴۵	۵/۴۷	۹۹۴۰۸۶۰	۱۱۹
۲۱	FP5A	۴	۵۲	۱۷	۳۵	۵۰	۱۰۰	۹۷۱۵۷۰۰	۵/۶۲	۸۷۶۰۸۸۰	۱۰۲/۵
۲۲	FP5B	۴	۵۲	۳۴	۱۸	۵۰	۸۰	۱۱۹۱۸۱۳۶	۶/۱۰	۱۱۴۴۵۸۱۱	۱۳۴/۲۱
۲۳	FP5B	۴	۵۲	۱۶	۳۶	۴۰	۹۰	۱۰۱۴۷۳۴۹	۴/۷۵	۹۵۵۳۱۹۲	۱۰۷/۲۵
۲۴	FP5B	۴	۵۲	۲۵	۲۷	۴۰	۹۰	۱۰۸۵۰۷۵۰	۴/۸۰	۱۰۳۵۰۳۷۵	۱۱۴/۴۳
۲۵	FP6A	۴	۷۲	۲۰	۵۲	۵۰	۱۰۰	۱۵۳۹۳۵۱۷	۷/۳۳	۱۴۰۶۳۱۴۸	۱۶۳/۴۲
۲۶	FP6A	۴	۷۲	۳۰	۴۲	۵۰	۱۰۰	۱۵۸۶۷۳۲۵	۶/۸۰	۱۴۶۴۶۲۷۸	۱۶۸/۶
۲۷	FP6A	۴	۷۲	۴۴	۲۸	۵۰	۱۰۰	۱۵۵۷۸۴۲۶	۷/۱۱	۱۴۴۳۴۸۶۹	۱۶۹/۶
۲۸	FP6B	۴	۷۲	۲۲	۵۰	۵۰	۱۰۰	۱۵۱۶۴۶۲۰	۶/۵۵	۱۳۹۷۴۲۱۲	۱۷۵/۳
۲۹	FP6B	۴	۷۲	۴۰	۳۲	۵۰	۱۰۰	۱۴۹۴۷۹۳۴	۷/۵	۱۳۷۶۳۹۵۲	۱۷۹/۶
۳۰	FP6B	۴	۷۲	۴۸	۲۴	۵۰	۱۰۰	۱۵۸۵۷۴۲۷	۷/۸۷	۱۴۵۸۵۷۳۴	



شکل ۲- نمودار مقایسه نتایج دو الگوریتم MSPP و NM-ACO

تست برای این مسأله، آزمون مقایسات دوجه دو است.

در ابتدا آزمون فرض به شرح زیر برای مسأله ایجاد می‌کنیم (با فرض اینکه در محاسبه مقادیر d ، مقادیر حاصل از روش MSPP را از نتایج NM-ACO کم کنیم).

$$H_0: \mu_d = 0$$

$$H_1: \mu_d > 0$$

در این تست نتایج را به صورت دوجه دو با هم مقایسه می‌کنیم به این صورت که اختلاف بین دو نتیجه (d) را برای هر مسأله محاسبه می‌کنیم، سپس میانگین و پراش این پارامتر را به دست آورده که d دارای توزیع t با $n-1$ درجه آزادی با تابع احتمال زیر است.

۵-۳- تحلیل آماری

برای تحلیل و بررسی وجود تفاوت معنادار بین جواب‌های ناشی از روش‌های MSPP و NM-ACO از روش *Paired - Data Test* (*Paired t - test*) با جزئیات زیر استفاده کرده‌ایم. ۱۰ مسأله با شرایط متفاوت را با استفاده از دو الگوریتم پیشنهاد شده مورد آزمون قرار دادیم، بنابراین، دو جامعه آماری، از یکدیگر مستقل نیستند، از طرفی می‌خواهیم پی به این نکته ببریم که آیا اختلاف معناداری بین جواب‌های حاصله از این دو الگوریتم وجود دارد یا نه؟ در صورت وجود یک اختلاف معنادار، فرض بهتر بودن روش پیشنهادی پذیرفته می‌شود. بنابر توضیحات فوق مناسب‌ترین

جدول ۲- خلاصه نتایج آزمون فرض

MSPP	NM-ACO	d	$d - \bar{d}$	$(d - \bar{d})^2$	
۱۶۰۰۶۴۴	۱۵۷۳۲۰۰	۲۷۴۴۴	-۵۷۹۹۵۰	۳۳۶۳۶۲۰۷۹۸۲۶	$S_d^2 = ۱۴۸۸۶۶۴۰۵۲۳۳,۵۸$ $S_d = ۳۸۷۸۵۰,۵$ $t = 8.611 > 1.699$ $P_{value} = 0.05$
۱۸۹۳۲۰۰	۱۹۲۱۰۳۷	۲۲۶۲۹۵	-۳۸۱۰۹۹	۱۴۵۲۳۶۴۹۸۶۱۴	
۳۱۰۸۱۶۸	۲۸۸۵۷۶۴	۲۲۲۴۰۴	-۳۸۴۹۹۰	۱۴۸۲۱۷۳۵۱۴۳۲	
۲۶۶۸۱۶۰	۳۵۶۰۸۵۸	۲۸۷۲۶۰	-۳۲۰۱۳۴	۱۰۲۴۸۵۸۲۰۶۴۰	
۳۱۷۲۸۲۶	۲۹۶۷۶۲۰	۲۰۵۲۰۶	-۴۰۲۱۸۸	۱۶۱۷۵۵۲۴۰۹۶۹	
۲۹۸۸۷۹۴	۲۶۴۰۶۱۰	۳۴۸۱۸۴	-۲۵۹۲۱۰	۶۷۱۸۹۸۵۸۶۶۱	
۴۰۰۴۲۴۶	۴۰۰۴۲۴۶	۳۳۷۵۱۱	-۲۶۹۸۸۳	۷۲۸۳۶۸۶۹۶۷۳	
۴۱۹۱۹۸۶	۴۴۹۱۹۸۶	۳۳۹۸۳۶	-۲۶۷۵۵۸	۷۱۵۸۷۳۱۹۰۳۸	
۳۷۱۲۵۵۰	۳۳۳۲۵۰۰	۳۸۰۰۵۰	-۲۲۷۳۴۴	۵۱۶۸۵۳۲۴۶۴۸	
۴۲۴۱۱۲۲	۴۰۲۱۵۴۸	۲۱۹۵۷۴	-۳۸۷۸۲۰	۱۵۰۴۰۴۴۰۴۱۰۹	
۴۶۱۳۱۶۳	۴۲۳۷۷۰۲	۳۷۵۴۶۱	-۲۳۱۹۳۳	۵۳۷۹۲۹۴۷۴۱۳	
۳۹۴۸۴۰۰	۳۶۹۸۵۸۰	۲۴۹۸۲۰	-۳۵۷۵۷۴	۱۲۷۸۵۹۲۱۳۱۵۲	
۷۹۸۱۶۵۲	۷۳۳۷۹۷۳	۶۴۳۶۷۹	۳۶۲۸۵	۱۳۱۶۵۹۶۶۳۸۷	
۸۱۲۵۰۸۰	۷۶۴۳۶۵۷	۴۸۱۴۲۳	-۱۲۵۹۷۱	۱۵۸۶۸۷۰۹۶۳۷	
۸۰۹۴۵۳۰	۷۶۳۵۶۳۶	۴۵۸۸۹۴	-۱۴۸۵۰۰	۲۲۰۵۲۲۶۹۸۰	
۹۰۸۱۰۲۲	۸۵۸۲۱۷۸	۴۹۸۸۴۴	-۱۰۸۵۰۰	۱۱۷۸۳۱۱۶۹۷۳	
۷۵۶۴۳۳۰	۷۱۵۷۵۶۰	۴۰۶۷۷۰	-۲۰۰۶۲۴	۴۰۲۵۰۰۱۶۱۲۵	
۱۱۹۰۲۸۳۶	۱۱۲۱۳۸۸۳	۶۸۸۹۵۳	۸۱۵۵۸	۶۶۵۱۸۵۹۶۰۶	
۱۰۱۴۰۵۵۶	۹۱۶۵۸۶۰	۹۷۴۶۹۶	۳۶۷۳۰۱	۱۳۴۹۱۰۷۱۰۲۳۰	
۱۰۹۲۷۶۴۵	۹۹۴۰۸۶۰	۹۸۶۷۸۵	۳۷۹۳۹۰	۱۴۳۹۳۷۴۸۰۲۹۵	
۹۷۱۵۷۰۰	۸۷۶۰۸۸۰	۹۵۴۸۲۰	۳۴۷۴۲۵	۱۲۰۷۰۴۷۷۹۱۵۲	
۱۱۹۱۸۱۳۶	۱۱۴۴۵۸۱۱	۴۷۲۳۲۵	-۱۳۵۰۶۹	۱۸۲۴۳۶۵۲۷۷۰	
۱۰۱۴۷۳۴۹	۹۵۵۳۱۹۲	۵۹۴۱۵۷	-۱۳۲۷	۱۷۵۲۱۹۹۳۳	
۱۰۸۵۰۷۵۰	۱۰۳۵۰۳۷۵	۵۰۰۳۷۵	-۱۰۷۰۱۹	۱۱۴۵۳۰۸۰۶۳۰	
۱۵۳۹۳۵۱۷	۱۴۰۶۳۱۴۸	۱۳۳۰۳۶۹	۷۲۲۹۷۴	۵۲۲۶۹۲۷۵۴۲۲۸	
۱۵۸۶۷۳۲۵	۱۴۶۴۶۲۷۸	۱۲۲۱۰۴۷	۶۱۳۶۵۲	۳۷۶۵۶۹۹۲۵۸۸	
۱۵۵۷۸۴۲۶	۱۴۴۳۴۸۶۹	۱۱۴۳۵۵۷	۵۳۶۱۶۲	۲۸۷۴۷۰۶۹۱۰۸۰	
۱۵۱۶۴۶۲۰	۱۳۹۷۴۲۱۲	۱۱۹۰۴۰۸	۵۸۳۰۱۴	۳۳۹۹۰۵۲۴۶۴۶۰	
۱۴۹۴۷۹۳۴	۱۳۷۶۳۹۵۲	۱۱۸۳۹۸۲	۵۷۶۵۸۷	۳۳۲۴۵۳۶۴۴۸۶۵	
۱۵۸۵۷۴۲۷	۱۴۵۸۵۷۳۴	۱۲۷۱۶۹۳	۶۶۴۲۹۸	۴۴۱۲۹۳۰۷۲۸۲۷	
	$\bar{d} = ۶۰۷۳۹۴$		$\sum (d - \bar{d})^2 = ۴۳۱۷۱۲۵۷۵۱۷۷۴$		

نقلیه مختلف و محدودیت عدم امکان استفاده بعضی از مشتریان از بعضی وسایل نقلیه تعریف و مدل‌سازی شد. با مرور ادبیات در حوزه روش‌های حل مسأله VRP، الگوریتم کلونی مورچه را با توجه به نتایج بهتری که نسبت به سایر روش‌ها به دست داده است^{۳۲}، انتخاب گردید. الگوریتم پیشنهادی تحت عنوان کلونی مورچه چندگانه و متشکل از دو فاز تخصیص و مسیریابی برای مسأله طراحی شده است. از نکات حائز اهمیت آن که تعداد پارامترهای ورودی مسأله نسبتاً زیاد بوده و بالطبع با افزایش اندازه مسأله و پیچیدگی عملیات‌هایی که باید به طور همزمان در الگوریتم اجرا شوند زمان زیادی را نیاز داشته و نتایج، نشان از اجرای الگوریتم در زمان معقول و مناسب برای مسایل آزمون طراحی شده را دارد.

با توجه به ماهیت مساله و کارهایی که انجام شده است، می‌توان پیشنهادها را زیر را در نظر داشت: الف) در زمینه حل مساله می‌توان از روش‌های فراابتکاری کارآمد جدیدتری مانند جاذبه گرانشی استفاده کرد و نتایج را با روش کلونی مورچه مقایسه کرد.

ب) در کنار محدودیتهای مربوط می‌توان مساله را طوری بررسی کرد که محدودیتهای خط رفت و برگشت همزمان بررسی گردند.

ج) در کنار تابع هدف مذکور، می‌توان تابع هدفی در نظر داشت که مرتبط با حداکثرسازی استواری تصمیمات است.

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d / \sqrt{n}}$$

این تست برای $P_{value} = 0.05$ انجام شد و چنانچه مقدار حاصل این توزیع از مقدار موجود در جدول مربوط به توزیع t با درجه آزادی ۲۹ و $P_{value} = 0.05$ بزرگ‌تر باشد، فرض H_0 رد و معنادار بودن نتایج به اثبات می‌رسد. با توجه به نتایج فرض H_0 رد و فرض معنادار بودن نتایج با احتمال ۹۵٪ پذیرفته شد.

$$S_d^2 = \frac{\sum (d - \bar{d})^2}{n-1}$$

۶- نتیجه‌گیری و تحقیقات آتی

امروزه حضور در عرصه‌ی اقتصاد جهانی، تولیدکنندگان و شرکت‌های تجاری را با چالش‌های جدیدی مواجه نموده است. وجود تعداد زیاد عرضه‌کنندگان و رقابت فشرده آن‌ها و افزایش انتظارات مصرف‌کنندگان برای ارائه کیفیت بهتر و خدمات‌رسانی سریع‌تر، فشارهای زیادی را بر تولیدکنندگان وارد کرده، عواملی که شاید تا پیش از این وجود نداشته است. بنابراین سیستم توزیع کالا به عنوان بخش مهمی از فرآیند بازاریابی داخلی و بین‌المللی، می‌تواند در کنار و در خدمت تجارت و صنعت حمل و نقل کالای دنیا قرار بگیرد. مسیریابی وسایل نقلیه در میان نقشی ارزنده را ایفا می‌نماید. با توجه به محدودیتهای عملیاتی که در دنیای واقعی امکان مواجهه با آن وجود دارد و با رجوع به مطالعات انجام شده در این زمینه، مسأله جدیدی تحت عنوان مسأله مسیریابی ناوگان ناهمگن وسایل نقلیه با در نظر گرفتن محدودیت حمل در بازگشت، امکان تقسیم شده تقاضای یک مشتری بین وسایل

- Goetschalckx, M., Jacobsblecha, C., (1993). The vehicle routing problem with backhauls: Properties and solution algorithms. Georgia Institute of Technology, Technical Report, MHRC-TR-88-13.
- Liu, S. C., Chung, C. H., (2009), "A heuristic method for the vehicle routing problem with backhauls and inventory", *Journal of Intelligent Manufacturing* 20(1), 29–42.
- Osman, I.H., Wassan, N.A., (2002). A reactive tabu search meta-heuristic for the vehicle routing problem with back-hauls. *Journal of Scheduling* 5, 263–285.
- Potvin, J.-Y., Duhamel, C., Guertin, F., (1996). A genetic algorithm for vehicle routing with backhauling. *Applied Intelligence* 6, 345–355.
- Reimann, M., Doerner, K., Hartl, R.F., (2002). Insertion based ants for vehicle routing problems with backhauls and time windows. *Lecture Notes in Computer Science*, 135–148.
- Reimann, M., Doerner, K., Hartl, R.F., Ants, D., (2004). Savings based ants divide and conquer the vehicle routing problem. *Computers and Operations Research* 31, 563–591.
- Salhi, S., Wassan, N., Hajarat, M. (2013). The fleet size and mix vehicle routing problem with backhauls: formulation and set partitioning-based heuristics. *Transportation Research - Part E: Logistics and Transportation Review*, 56, 22–35.
- Tavakkoli-Moghaddam, R., Saremi, A.R., Ziaee M.S., (2006), "A memetic algorithm for a vehicle routing problem with backhauls". *Applied Mathematics and Computation* 181, 1049–1060.
- Thangiah, S., Potvin, J., Sun, T. (1996). "Heuristic approaches to vehicle routing with backhauls and time windows" *International Journal of Computers and operations Research* 23(11), 1043–1057.
- Thangiah, S.R., Potvin, J.Y., Sun, T., (1996). Heuristic approaches to vehicle routing
- Anily, S., (1996). The vehicle-routing problem with delivery and back-haul options. *Naval Research Logistics* 43, 415–434.
- Anbuudayasankar, S.P., Ganesh, K., Lenny Koh, S.C., Ducq, Y. (2012). Modified savings heuristics and genetic algorithm for bi-objective vehicle routing problem with forced backhauls. *Expert Systems with Applications* 39(3), 2296–2305.
- Brandao, J., (2006). A new tabu search algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research*, 173, 540–555.
- Bullnheimer, B., Hartl, R.F., Strauss, C., (1999). An improved ant system algorithm for the vehicle routing problem. *Annals of Operations Research* 89, 319–328.
- Barnhart, C. and Laporte, G. (Eds.), (2007), *Handbook in OR & MS*, Chapter 6 - Vehicle Routing Vol. 14.
- Dorigo, M., Maniezzo, V., Colorni, A., (1996). The ant system: Optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics – Part B* 26, 29–41.
- Duhamel, C., Potvin, J.Y., Rousseau, J.M., (1997). A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with backhauls and time windows. *Transportation Science* 31, 49–59.
- Gambardella, L.M., Taillard, E., Agazzi, G., (1999). MACS-VRPTW: A multiple ant colony system for vehicle routing problems with time windows. In: Corne, D., Dorigo, M., Glover, F. (Eds.), *New Ideas in Optimization*. McGraw-Hill, 63–76.
- Gajpal, Y., Abad, P.L., (2009), Multi-ant colony system (MACS) for a vehicle routing problem with backhauls, *European Journal of Operational Research*, 196(1), 102–117.
- Goetschalckx, M., Jacobsblecha, C., (1989). The vehicle-routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research*, 42, 39–51.

phase heuristic method for vehicle routing problem with backhauls”, *Computers & Mathematics with Applications* 57 (11-12), 1923–1928.

Zhen, T., Zhu, Y., Zhang, Q., (2008). “A hybrid ant colony algorithm for the capacitated vehicle routing problem”, *Proceedings of IEEE International Symposium on IT in Medicine and Education*, pp. 935–939.

پی‌نوشت

- 1 New Multi-Ant Colony Optimization (NM-ACO)
- 2 Vehicle Routing Problem (VRP)
- 3 VRP with Backhual
- 4 Capacitated VRP
- 5 Linehual
- 6 Backhual
- 7 Fleet Size and Mixed VRP
- 8 Split Service
- 9 Modified Shortest Path Algorithm (MSPA)
- 10 Deif and Bodin
- 11 Casco
- 12 Space-Filling Curve
- 13 Greedy
- 14 Clustering
- 15 Cluster First, Route Second
- 16 Relaxation
- 17 Thangiah
- 18 Set Covering
- 19 Insertion-based Ants
- 20 Reactive Tabu Search
- 21 Adaptive Memory Programming
- 22 *k*-tree Approach
- 23 Zhiwu Wang
- 24 Greedy Randomized Adaptive Memory Programming Search (GRAMPS)
- 25 Multi-Ant Colony System
- 26 Cluster First and Route Second
- 27 Ant Colony Optimization
- 28 Random-Proportional Rule
- 29 Saving Value
- 30 Travelling Salesman Problem (TSP)
- 31 Modified Shortest Path Problem (MAPP)

with backhauls and time windows. *Computers and Operations Research* 23, 1043–1058.

Toth, P., Vigo, D., (1996). A heuristic algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. In: Bianco, L., Toth, P. (Eds.), *Advanced Method in Transportation Analysis*. Springer-Verlag, Berlin, pp. 585–608.

Toth, P., Vigo, D., (1997). An exact algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. *Transportation Science* 31, 372–385.

Toth, P., Vigo, D., (1999). A heuristic algorithm for the symmetric and asymmetric vehicle routing problems with backhauls. *European Journal of Operational Research* 113, 528–543.

Tütüncü, G. Y. (2010). An interactive GRAMPS algorithm for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem with and without backhauls. *European Journal of Operational Research* 201(2), 593–600.

Wade, A.C., Salhi, S., (2002). An investigation into a new class of vehicle routing problem with backhauls. *Omega* 30, 479–487.

Wade, A.C., Salhi, S., (2004). An ant system algorithm for the mixed vehicle routing problem with backhauls. *Metaheuristics: Computer Decision-making*. Kluwer Academic Publishers, 699–719.

Wassan, N., (2004). Reactive tabu adaptive memory programming search for the vehicle routing problem with backhauls Canterbury Business School, University of Kent, Working Paper No. 56.

Yano, C., Chan, T., Richter, L., Cutler, T., Murty, K., McGettigan, D., (1987). Vehicle routing at quality stores. *Interfaces* 17, 52–63.

Zachariadis, E.E., Kiranoudis, C.T. (2012). An effective local search approach for the vehicle routing problem with backhauls. *Expert Systems with Applications* 39(3), 3174–3184.

Wang, Z., Wang, Z., (2009), “A novel two-