

مدیریت تولید و عملیات، دوره هفتم، شماره (۲)، پیاپی (۱۳)، پاییز و زمستان ۱۳۹۵  
دریافت: ۹۲/۶/۲۰ پذیرش: ۹۳/۸/۲  
صص: ۴۵-۶۲

## حل مسئله پوشش تدریجی خدمات درمانی با شبیه‌سازی تبرید و روش‌های خوشه‌بندی k-means و شبکه عصبی

مهدی بشیری<sup>۱\*</sup>، یونس گرمه‌ای<sup>۲</sup>، محسن یحیایی<sup>۳</sup>

۱- دانشیار، دانشکده فنی - دانشگاه شاهد - تهران - ایران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده فنی - دانشگاه شاهد - تهران - ایران

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده فنی - دانشگاه شاهد - تهران - ایران

### چکیده

در مسائل مکان‌یابی پوشش نوین، افزایش فاصله از تسهیل ارائه‌دهنده سرویس در ناحیه پوشش، موجب کم‌شدن سطح پوشش‌دهی می‌شود و تحت عنوان پوشش تدریجی در نظر گرفته می‌شود، با ازدیاد نقاط تقاضا، زمان حل در این گونه مسائل افزایش می‌یابد. لذا روش‌های مختلف حل از جمله دقیق، فراابتکاری و ابتکاری برای مدل‌های مختلف مسئله پوشش تدریجی مطرح شده است. در این مقاله مسئله پوشش تدریجی با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی تبرید، خوشه‌بندی شبکه عصبی و خوشه‌بندی k-means حل شده و جواب‌ها و زمان‌های بدست‌آمده از سه روش تحلیل شده است. نتایج به‌دست‌آمده نشان‌دهنده کارایی روش k-means در حل مسئله است و این روش می‌تواند در مدت‌زمان قابل‌قبول جواب‌هایی با دقت زیاد (نزدیک به جواب‌های به‌دست‌آمده از روش شبیه‌سازی تبرید) تولید کند. در ادامه کاربرد روش‌های خوشه‌بندی در مسئله پوشش تدریجی برای احداث بیمارستان تخصصی در ایران ارزیابی شده است و تسهیلات به‌دست‌آمده با این روش به مکان‌هایی اختصاص داده شده‌اند که بیشترین پوشش را دارا هستند.

واژه‌های کلیدی: خوشه‌بندی k-means، شبکه عصبی، شبیه‌سازی تبرید، مسئله مکان‌یابی پوشش تدریجی.

## مقدمه

مفهوم پوشش به عنوان زیر مجموعه‌ای از مسائل مکان‌یابی کاربرد زیادی در زندگی روزمره ما دارد و مسائل زیادی همچون پوشش یک منطقه یا مناطق با ایستگاه‌های آتش‌نشانی، بیمارستان‌ها، مراکز تعلیم و تربیت، مراکز رفاهی و ... درخور توجه بوده است. محققان همواره به دنبال حداکثر پوشش نقاط تقاضا با استفاده از حداقل تسهیلات (حداقل هزینه) هستند. مسئله پوشش خود به دو زیرمجموعه پوشش کلی و پوشش جزئی تقسیم می‌شود. موضوعات عام‌المنفعه بیشتر در پوشش کلی درخور توجه قرار می‌گیرند و به دنبال پوشش همه نقاط تقاضا هستند و هدف پیدا کردن حداقل تعداد تسهیلات برای پوشش همه نقاط تقاضا است (بشیری و همکاران، ۱۳۸۷).

در سال ۲۰۰۳ پوشش تدریجی توسط برمن<sup>۱</sup> و همکاران مطرح شد. در مسئله مکان‌یابی پوشش تدریجی حداقل دو شعاع پوششی مدنظر گرفته می‌شود بدین صورت که اگر مسافت مشتری از تسهیل، کمتر از شعاعی مانند شعاع کوچکتر باشد  $(d \leq r)$ ، پوشش کامل صورت خواهد گرفت؛ چنانچه فاصله مشتری تا تسهیل، بین شعاع کوچکتر و بزرگتر باشد  $(r < d \leq u)$ ، پوشش با تابع خاصی بر حسب میزان مسافت مشتری تا تسهیل در نظر گرفته می‌شود و اگر مسافت مشتری تا تسهیل بیش از شعاع بزرگتر باشد  $(d > u)$ ، هیچ‌گونه پوششی صورت نخواهد گرفت. برای حل مسئله مکان‌یابی پوشش تدریجی به دنبال نقاطی هستیم که بتوانیم حداکثر پوشش را با قراردادن تسهیلات در آن نقاط بدست آوریم (برمن و همکاران، ۲۰۰۹). در تحقیقات انجام‌شده در خصوص مسئله پوشش تدریجی،

مدل‌های مختلفی بررسی شده است که برخی از آنها عبارت‌اند از: پوشش تدریجی با استفاده از تابع خطی کاهنده (برمن و همکاران، ۲۰۰۲)؛ پوشش تدریجی با استفاده از تابع پوششی تقسیم‌بندی شده (فراهانی زنجیرانی و همکاران<sup>۲</sup>، ۲۰۱۲)؛ پوشش تدریجی با استفاده از شعاع بیشینه و کمینه یکسان برای تمامی نقاط، مدل میانه ترتیبی پوشش تدریجی (درزمن<sup>۳</sup> و همکاران، ۲۰۰) و مدل پوشش تدریجی با تقاضاهای تصادفی توزیع نامعلوم (برمن و وانگ، ۲۰۱۱).

باید به این نکته توجه داشت که مسئله مکان‌یابی پوشش در سال‌های اخیر بسیار پیشرفت کرده و با سایر مباحث از جمله مسائل مختلف مکان‌یابی ترکیب شده است (داوری<sup>۴</sup> و همکاران، ۲۰۱۳). روش‌هایی برای حل مسائل پوشش مطرح شده است که می‌توان به روش‌های دقیق مانند شاخه و کران، روش‌های ابتکاری مانند الگوریتم ایگنزیو و روش‌های فراابتکاری مانند شبیه‌سازی و شبکه عصبی اشاره کرد. در مسئله پوشش تدریجی، با افزایش نقاط تقاضا، زمان حل به شدت افزایش می‌یابد و در دنیای واقعی تعداد نقاط تقاضا زیاد است و در محققان در اکثر موارد از روش‌های فراابتکاری برای حل این‌گونه مسائل استفاده می‌شود (زرندی<sup>۵</sup> و همکاران، ۲۰۱۳). حال آنکه می‌توان با استفاده از تکنیک‌های ریاضی مانند خوشه‌بندی تعداد نقاط را طوری کاهش داد که در اصل مسئله تغییر چندانی اتفاق نیفتد و با صرف زمان کمتر جواب‌های نسبتاً مناسبی به دست آورد (سرجیو<sup>۶</sup> و همکاران، ۲۰۰۷).

تکنیک‌های زیادی برای خوشه‌بندی نقاط استفاده می‌شود؛ از جمله تکنیک‌های مهم که اخیراً رواج پیدا کرده استفاده از شبکه عصبی و k-means برای حل

عصبی، k-means و شبیه‌سازی تبرید بیان شده و در بخش پایانی نتیجه‌گیری بیان شده است.

### مدل مسئله مکان یابی پوشش تدریجی

در مدل پوشش تدریجی هدف، تعیین محل نقاطی است که بیشترین سطح پوشش را نسبت به سایر نقاط دارا هستند (سطح پوشش با پارامتر  $C_{ij}$  نمایش داده می‌شود).

پارامتر  $C_{ij}$  به صورت رابطه (۱) تعریف می‌شود:

$$C_{ij} = \begin{cases} w_i & \text{if } d_{ij} < l_i \\ w_i f_i(d_{ij}) & \text{if } l_i < d_{ij} \leq u_i \\ 0 & \text{if } d_{ij} > u_i \end{cases} \quad (1)$$

رابطه (۱) بیان‌کننده این مهم است که اگر فاصله مشتری  $i$  از تسهیل  $j$ ، کمتر از شعاع پوششی تسهیل  $j$  باشد، سطح پوشش برابر با وزن نقطه‌ای است که نقطه  $i$  در آن قرار گرفته است. اگر مسافت مشتری بین شعاع کوچک‌تر و بزرگ‌تر باشد، سطح پوشش برابر است با وزن (تقاضا) نقطه  $i$  در تابعی که به مسافت مشتری تا تسهیل بستگی دارد و اگر فاصله بیش از شعاع بزرگ‌تر باشد، سطح پوشش برابر صفر خواهد بود. مدل اصلی مسئله پوشش تدریجی به صورت زیر است (برمن و همکاران، ۲۰۰۳):

$$z = \max \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij} \quad (2)$$

s. t:

$$\sum_{j=1}^n y_j = p \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$x_{ij} \leq y_j \quad \forall i, j = 1, \dots, n \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (5)$$

$$y_j, x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j = 1, \dots, n \quad (6)$$

مسائل مختلف با تعداد نقاط زیاد تقاضا است (شرالی و دسای، ۲۰۰۳، و سرجیو و همکاران، ۲۰۰۷).

مطالعه ادبیات تحقیق نشان می‌دهد اغلب مطالعات گذشته از روش‌های کلاسیک فراابتکاری نظیر الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برای حل مسئله پوشش تدریجی استفاده کرده‌اند. در این مقاله با بررسی و مقایسه بین روش فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید و روش‌های خوشه‌بندی شبکه عصبی و k-means نقاط ضعف و قوت هر سه روش بیان شده است. همچنین تأیید کارایی استفاده از روش k-means از لحاظ کاربردی با خوشه‌بندی شهرهای ایران و تئوری با حل مسائل شبیه‌سازی شده اثبات گشته است. به عبارت دیگر نوآوری این تحقیق را می‌توان در پیشنهاد استفاده از روش‌های خوشه‌بندی مبتنی بر شبکه عصبی و k-means برای حل مسئله پوشش تدریجی دانست. پیشنهاد طراحی شبکه خدمات درمانی ایران بر اساس مسئله پوشش تدریجی را به عنوان نوآوری دیگر می‌توان برشمرد.

در بخش بعدی مقاله مسئله مکان‌یابی پوشش تدریجی و تابع خطی کاهنده تشریح شده است؛ در بخش ۳ مدل عمومی خوشه‌بندی بیان شده است؛ در بخش ۴ روش انجام تحقیق با استفاده از فلوچارت و یک مثال مطرح شده است؛ در بخش ۵ به منظور اثبات صحت روش‌های حل الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به کاررفته در مقاله توضیح داده شده و با روش دقیق مقایسه شده است؛ در بخش ۶ پس از اثبات صحت جواب‌های به دست آمده از طریق شبیه‌سازی تبرید، مقایسه‌ای بین سه روش و ویژگی‌های این روش‌ها بیان شده است؛ در بخش ۷ کاربرد مسئله پوشش تدریجی برای احداث بیمارستان تخصصی در کشور ایران و حل مسئله با سه روش شبکه

را تا مراکز خوشه‌ها حداقل می‌کند. در مدل زیر مراکز خوشه‌ها با  $k$  در فضای دوبعدی مشخص شده است و  $x_{ik}$  زمانی برابر با ۱ است که نقطه  $i$  به خوشه  $k$  تخصیص داده شود (شرالی و دسایی، ۲۰۰۳).

$$z = \min \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^p x_{ik} (a_i - \zeta_k)^2 \quad (۸)$$

St:

$$\sum_{k=1}^p x_{ik} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (۹)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, p \quad (۱۰)$$

$$\zeta_k \in R^2 \quad \forall k = 1, \dots, p \quad (۱۱)$$

محدودیت (۹) و (۱۰) این اطمینان را حاصل می‌سازد که هر نقطه، فقط به یک خوشه اختصاص داده می‌شود.

### روش انجام تحقیق

در این مقاله مسئله پوشش تدریجی با استفاده از سه رویکرد شبیه‌سازی تبرید، خوشه‌بندی شبکه عصبی و خوشه‌بندی k-means حل شده است. در روش‌های شبکه عصبی و k-means خوشه‌بندی براساس فاصله نقاط از یکدیگر انجام گرفته و نقطه-ای که بیشترین سطح پوشش تدریجی را در هر خوشه داراست، به عنوان محل قرارگیری تسهیل مدنظر قرار گرفته است. گفتنی است که در هر خوشه، یک مسئله پوشش تدریجی از یک طرف با در نظر گرفتن یک تسهیل برای احداث با استفاده از روابط ۲ تا ۶ حل شده است و در طرف دیگر مسئله پوشش تدریجی با استفاده از شبیه‌سازی تبرید با در نظر گرفتن تعداد خوشه‌ها به عنوان تعداد تسهیلاتی که می‌توانیم احداث کنیم، حل شده است. در شکل

هدف این مدل پیشینه کردن سطح پوشش است. محدودیت (۳) بیان‌کننده تعداد تسهیلاتی است که باید جایابی شوند. محدودیت (۴) این اطمینان را حاصل می‌کند که نقاط می‌توانند فقط با تسهیلی پوشیده شوند که در مکان  $z$  آن تسهیل وجود دارد. محدودیت (۵) بیان می‌کند که هر مکان فقط به وسیله یک تسهیل خاص پوشانده می‌شود. محدودیت (۶) نشان‌دهنده صفرویک بودن متغیرهای تصمیم مسئله است. متغیر  $y$  اگر مقدار ۱ بگیرد نشان‌دهنده این است که تسهیل در آن نقطه قرار می‌گیرد و اگر صفر باشد هیچ تسهیلی در آن نقطه قرار نمی‌گیرد. متغیر  $x$  زمانی ۱ است که نقطه  $i$  توسط تسهیلی که در نقطه  $z$  قرار دارد پوشانیده شود. مدل گفته‌شده همان مدل مسئله پوشش است؛ با این تفاوت که به جای کمینه‌کردن مسافت در تابع هدف از پارامتر سطح پوشش با هدف پیشینه‌کردن آن استفاده شده است.

یکی از روش‌های متداول در مسئله پوشش تدریجی برای به‌دست‌آوردن سطح پوشش، استفاده از تابع کاهنده خطی است (برمن و همکاران، ۲۰۰۳).

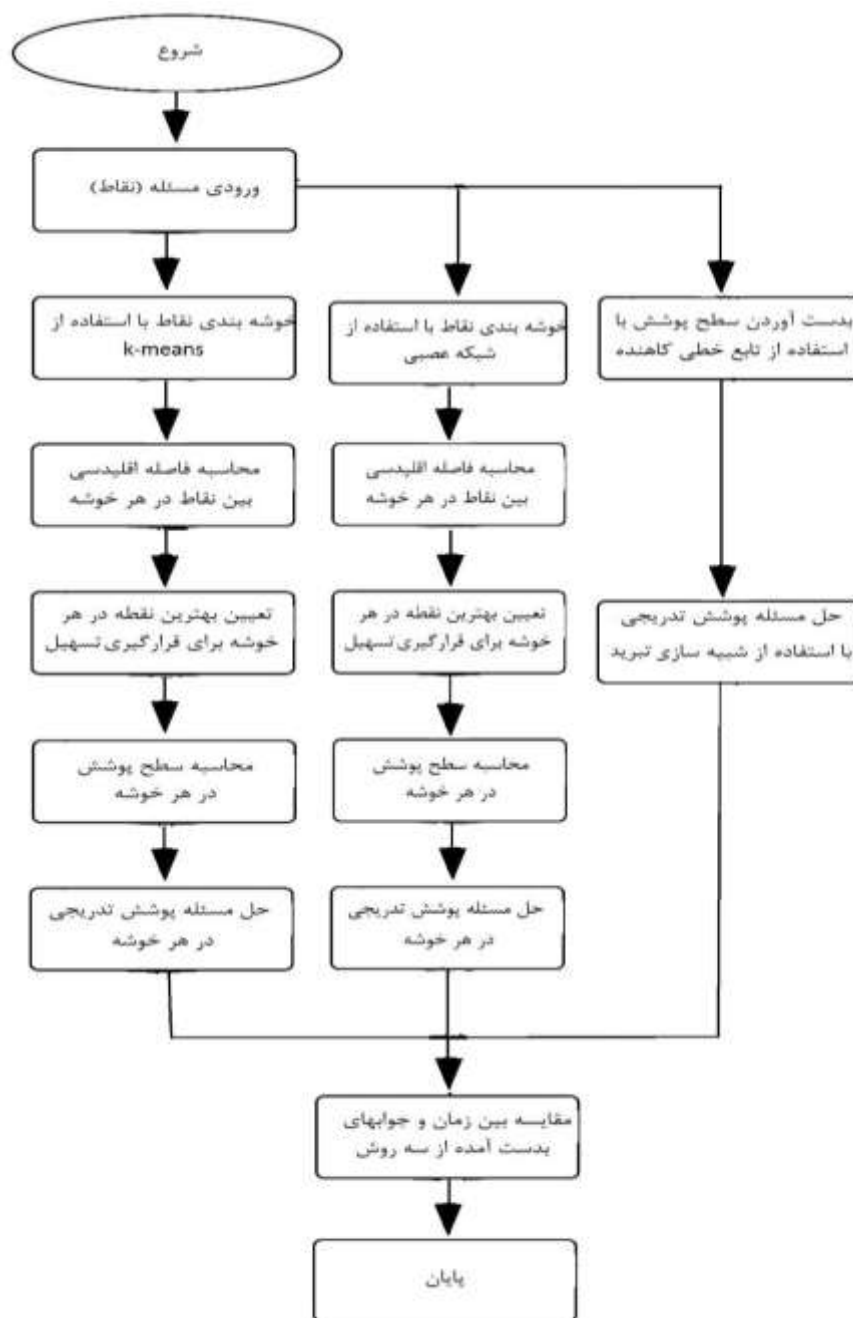
$$f_i(d_{ij}) = 1 - \frac{1}{\alpha} d_{ij} \quad (۷)$$

در رابطه (۷)،  $\alpha = \max d(i,j)$  است. در این مقاله از رویکرد تابع خطی کاهنده برای به‌دست‌آوردن سطح پوشش دهی استفاده شده است.

### مدل عمومی خوشه‌بندی

در مدل عمومی خوشه‌بندی، هدف تعیین  $p$  خوشه برای تخصیص تمام نقاط به این  $p$  خوشه است و هر نقطه  $a_i \in (x_i, y_i)$  با توجه به خصوصیت‌های مشترکی که با سایر نقاط دارد در یک خوشه منحصر به فرد قرار می‌گیرد. تابع هدف این مدل، فاصله هر یک از نقاط

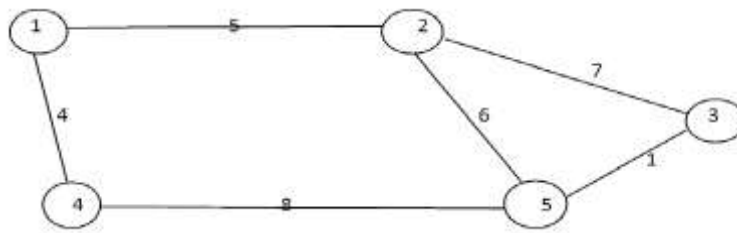
(۱) نحوه انجام آن به صورت فلوچارت نمایش داده شده است.



شکل (۱) فلوچارت حل مسئله پوشش تدریجی با شبیه سازی تیرید و روش‌های خوشه‌بندی

نقاط شکل (۲) بررسی می‌شود. گفتنی است حل دقیق مسئله با استفاده از نرم‌افزار GAMS و حل‌کننده CPLEX انجام گرفته است.

برای بیان بهتر روش حل و مقایسه بین جواب‌های گرفته‌شده از روش‌های حل ارائه‌شده در مقاله و حل دقیق، مثال زیر بر اساس اطلاعات مندرج در شبکه



شکل (۲) شبکه مسافت بین نقاط تقاضا در مثال بررسی شده

فرض کنید شعاع پوششی کوچک‌تر برابر ۵، شعاع پوششی بزرگ‌تر برابر ۷ و وزن نقاط تقاضا یکسان است. در جدول (۱) سطح پوشش‌دهی بین نقاط مشخص شده است.

جدول (۱) سطح پوشش‌دهی با استفاده از تابع خطی کاهنده در مثال بررسی شده

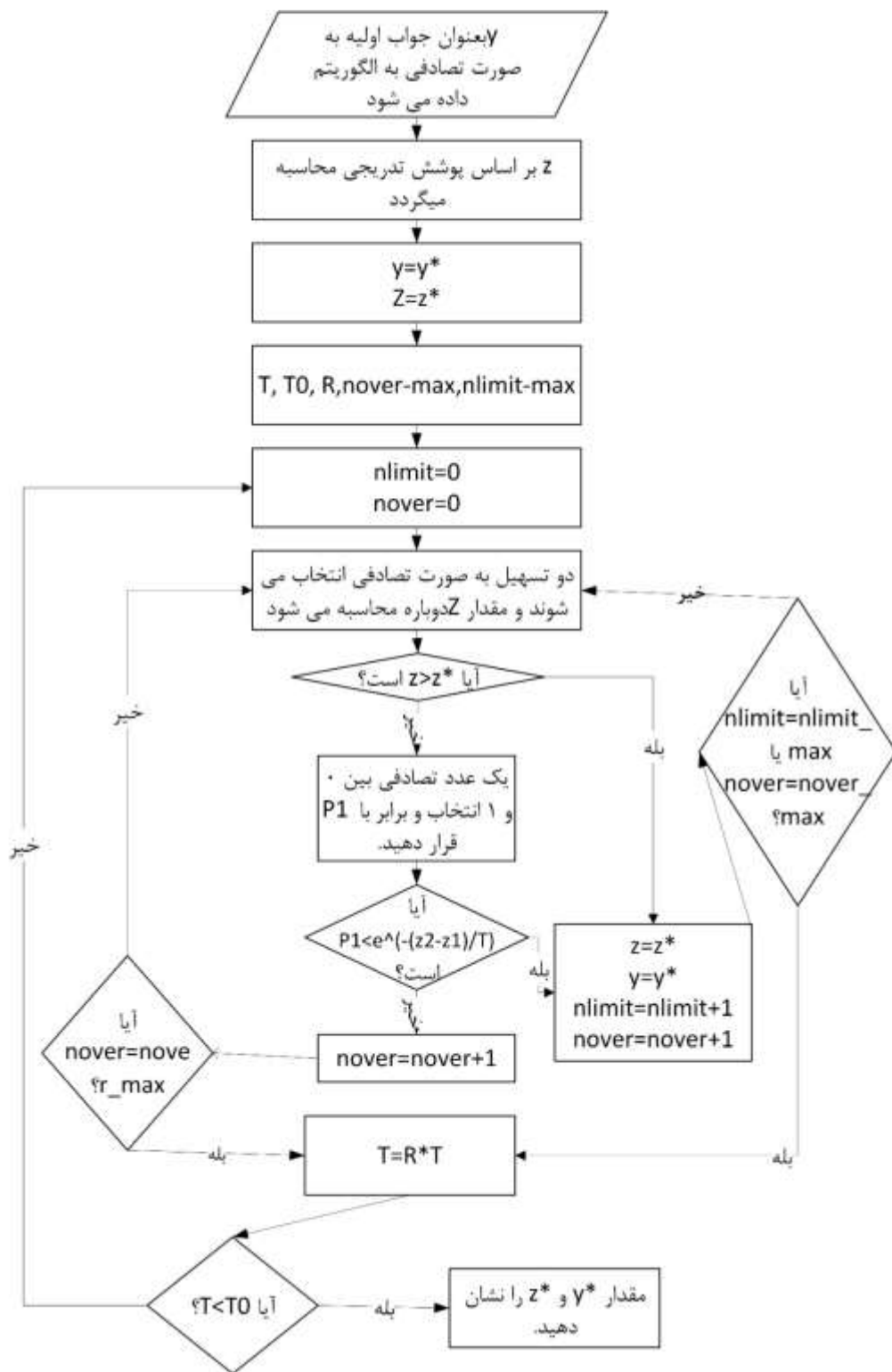
$C(i,j)$	۱	۲	۳	۴	۵
۱	۱	۱	۰	۱	۰
۲	۱	۱	۰/۹۷۸	۰	۰/۹۸۱
۳	۰	۰/۹۷	۱	۰	۱
۴	۱	۰	۰	۱	۰
۵	۰	۰/۹۸	۱	۰	۱

به‌وسیله دو تسهیل پوشش داده می‌شوند؛ بنابراین در تمامی روش‌ها جواب مثال یکسان است.

### الگوریتم شبیه‌سازی تبرید و مقایسه آن با جواب به‌دست‌آمده از حل دقیق

در مدل پیشنهادی برای تولید جواب اولیه (y) ابتدا پارامترها و مکان قرارگیری تسهیلات به صورت تصادفی مشخص می‌شود. سپس با توجه به فواصل نقاط از یکدیگر و شعاع پوششی تسهیلات در دوره-های زمانی مختلف، سطح پوشش با استفاده از تابع خطی کاهنده محاسبه می‌شود. در ادامه تابع هدف مدل (z)، یعنی پوشش تدریجی مشتریان برای تسهیلات، با توجه به مکان قرارگیری محاسبه می‌شود.

اگر تعداد تسهیل که احداث خواهد شد (تعداد خوشه‌ها)، برابر با ۲ باشد، همان‌طور که با توجه به فواصل نیز مشخص است، خوشه‌بندی با روش‌های k-means و شبکه عصبی بدین صورت است که نقاط ۱، ۲ و ۴ در یک خوشه و نقاط ۳ و ۵ در خوشه دیگر قرار می‌گیرند و در نتیجه حل جداگانه در خوشه‌ها نقطه ۱ در خوشه اول و نقاط ۳ و ۵ در خوشه دوم هر دو مناسب قرارگیری تسهیل هستند و در نتیجه این جواب تمامی نقاط پوشش داده می‌شوند. به‌وسیله حل این مسئله با روش دقیق و شبیه‌سازی تبرید که در بخش بعد در مورد آن توضیح داده می‌شود، جواب قرارگیری تسهیلات، نقاط ۱ و ۳ است که در این حالت نیز تمامی نقاط



شکل (۳) الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برای مسئله پوشش تدریجی

به اینکه آزمایش‌ها به بهترین ترکیب وضعیت پارامترها برای به دست آوردن جواب طراحی شده

فلوچارت الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به کاررفته در مقاله در شکل (۳) نمایش داده شده است. با توجه

الگوریتم شبیه‌سازی تبرید در چهار سطح و شانزده تکرار استفاده شده است. در جدول (۲) پارامترها و سطوح مختلف آزمایش نشان داده شده است.

است، پارامترهای استفاده‌شده در این کد در مناسب‌ترین زمان حل به کار گرفته می‌شود. بدین‌منظور از آزمایش تاگوچی  $L16(4^{**}5)$  و با استفاده از نرم‌افزار *minitab* پنج پارامتر دخیل در

جدول (۲) سطوح و پارامترهای استفاده‌شده شبیه‌سازی تبرید در آزمایش تاگوچی

سطوح	پارامترها				
	t0	f	tf	nover	nlimit
۱	۰/۰۵	۰/۹۵	۱۰۰	۱۵	۶۰
۲	۰/۱	۰/۸۵	۸۰	۱۰	۴۰
۳	۰/۰۱	۰/۷۵	۱۲۰	۵	۵۰
۴	۰/۵	۰/۶۵	۷۰	۲۰	۳۰

جواب مدل نمایش داده شده است.

در جدول (۳) جواب‌های به‌دست‌آمده در این شانزده تکرار، چه در حوزه زمان و چه در حوزه

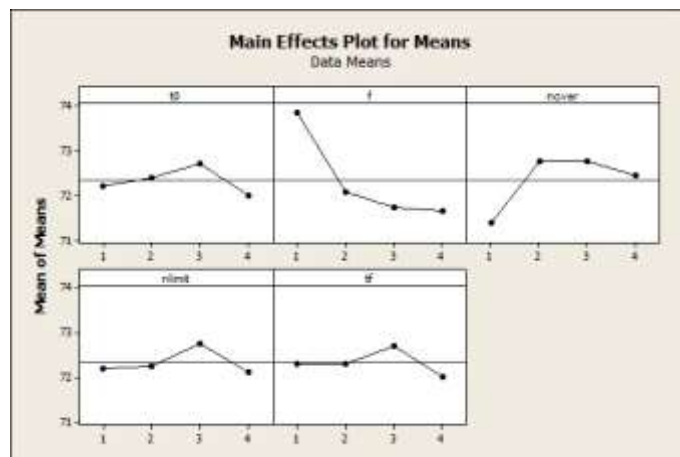
جدول (۳) جواب‌های تاگوچی در تکرارهای شبیه‌سازی تبرید

تکرار	پارامترها					تابع هدف (z)	زمان (Time)
	t0	f	tf	nover	nlimit		
۱	۱	۱	۱	۴	۲	۷۲/۶۱۶۷	۷۱۴/۰۶
۲	۱	۲	۲	۲	۳	۷۲/۲۸۲۱	۴۲۸/۱۳
۳	۱	۳	۳	۱	۴	۷۲/۸۲۸۴	۳۶۸/۴۶
۴	۱	۴	۴	۴	۳	۷۱/۱۱۶۹	۲۸۸/۸۸
۵	۲	۱	۴	۳	۴	۷۴/۴۴۷۳	۲۰۹۸/۱۹
۶	۲	۲	۳	۳	۱	۷۱/۳۶۰۲	۵۱/۲۰۷
۷	۲	۳	۲	۴	۲	۷۱/۷۳۵۶	۴۲۹/۹۸
۸	۲	۴	۱	۱	۴	۷۲/۰۳۶۲	۲۳۱/۱۵
۹	۳	۱	۲	۲	۳	۷۴/۴۴۷۳	۲۳۸۱/۶۳
۱۰	۳	۲	۱	۴	۲	۷۲/۹۶۷۲	۱۰۸۹/۷۶
۱۱	۳	۳	۴	۳	۱	۷۰/۷۴۶۶	۱۳۸/۶۳
۱۲	۳	۴	۳	۲	۲	۷۲/۷۰۵۱	۲۰۷/۷۷
۱۳	۴	۱	۳	۱	۱	۷۳/۹۰۷۹	۲۰۲۴/۸۱
۱۴	۴	۲	۴	۴	۴	۷۱/۷۱۰۳	۴۱۸/۴۴
۱۵	۴	۳	۱	۲	۳	۷۱/۵۶۹۶	۱۶۹/۴۷
۱۶	۴	۴	۲	۱	۲	۷۰/۷۴۲۹	۵۴/۱۶

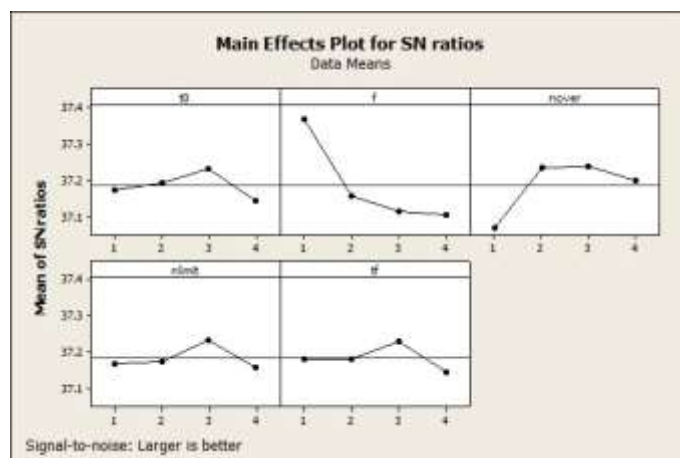


سوم،  $f$  در سطح اول،  $tf$  در سطح سوم،  $nlimit$  در سطح سوم و  $nover$  در سطح دوم قرار دارند.

در شکل (۴) میانگین و در شکل (۵)  $SN ratios$  به‌دست‌آمده از آزمایش تاگوچی در زمینه تابع هدف نمایش داده می‌شود و طبق این شکل‌ها  $t0$  در سطح



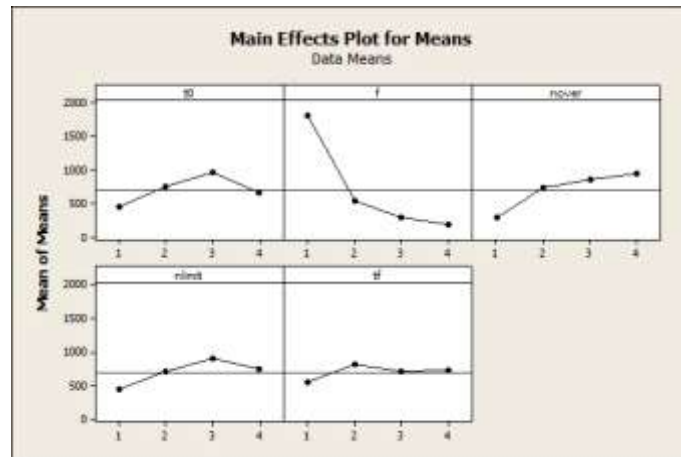
شکل (۴) نمودار میانگین پارامترها در سطوح مختلف برای تابع هدف شبیه‌سازی تبرید



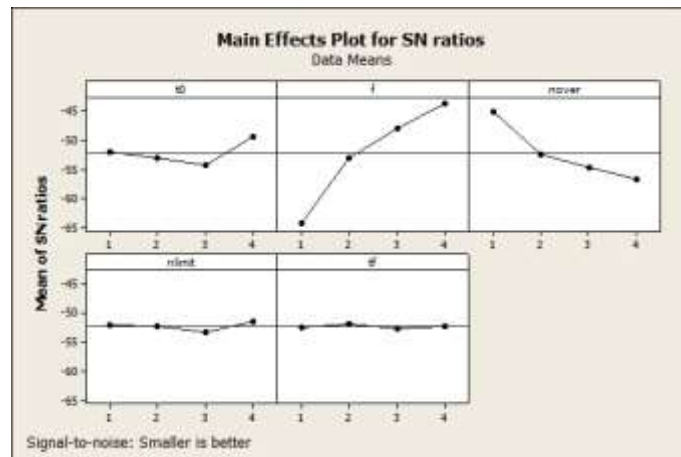
شکل (۵) نمودار  $SN ratios$  پارامترها در سطوح مختلف برای تابع هدف شبیه‌سازی تبرید

با توجه به  $SN ratios$   $f$  در سطح چهارم،  $tf$  در سطح اول،  $nlimit$  در سطح اول با توجه به میانگین و سطح چهارم با توجه به  $SN ratios$  و  $nover$  در سطح اول قرار دارد.

در شکل (۶) میانگین و در شکل (۷)  $SN ratios$  به‌دست‌آمده از آزمایش تاگوچی در زمینه زمان محاسبات نمایش داده می‌شود و طبق این شکل‌ها  $t0$  در سطح اول با توجه به میانگین و در سطح چهارم



شکل (۶) نمودار میانگین پارامترها در سطوح مختلف زمان محاسبات شبیه‌سازی تبرید



شکل (۷) نمودار SN ratios پارامترها در سطوح مختلف برای زمان محاسبات شبیه‌سازی تبرید

با توجه به آزمایشات تاگوچی به زمان و تابع هدف، وزن‌های ۰/۳ و ۰/۷ را می‌دهیم؛ پارامترها برای حل مدل این تحقیق به صورت جدول (۴) است.

جدول (۴) پارامترهای شبیه‌سازی تبرید استفاده شده در تحقیق

t0	f	Tf	Nover	nlimit
۰/۰۵	۰/۹۵	۱۰۰	۵	۵۰

تعداد نقاط ( $n$ )، تعداد تسهیلات ( $P$ )، مکان قرارگیری تسهیلات ( $y$ ) و تابع هدف ( $z$ ) نمایش داده شده است. تابع هدف برای هر دو روش یکسان است که این امر حاکی از مناسب بودن الگوریتم شبیه‌سازی تبرید است.

برای تایید صحت الگوریتم شبیه‌سازی تبرید در جدول (۵) بین مسئله پوشش تدریجی حل شده با روش دقیق و حل مسئله پوشش تدریجی با استفاده از شبیه‌سازی تبرید مقایسه‌ای در رابطه با تابع هدف انجام شده است. در جدول (۵) شماره مثال‌ها ( $no$ )،

جدول (۵) مقایسه بین جواب‌های به‌دست‌آمده از دو روش حل دقیق و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

No	N	P	حل مسئله پوشش تدریجی با شبیه‌سازی تبرید		حل مسئله پوشش تدریجی با حل دقیق	
			Y	Z	Y	Z
۱	۱۰	۱	۱۰	۶/۰۴	۱۰	۶/۰۴
۲		۲	۱،۱۰	۸/۵۴	۱،۱۰	۸/۵۴
۳		۳	۱،۲،۱۰	۹/۳۲	۱،۲،۱۰	۹/۳۲
۴	۲۰	۱	۲۰	۱۲/۷۷	۲۰	۱۲/۷۷
۵		۲	۱۶،۱۷	۱۷/۶۸	۱۶،۱۷	۱۷/۶۸
۶		۳	۱۸،۱۹،۲۰	۱۹/۷۰	۱۸،۱۹،۲۰	۱۹/۷۰
۷		۵	۱،۵،۱۷،۱۸،۲۰	۲۰	۱،۵،۱۷،۱۸،۲۰	۲۰
۸	۳۰	۱	۲۹	۱۰/۶۷	۲۹	۱۰/۶۷
۹		۲	۱،۲۴	۱۷/۴۵	۱،۲۴	۱۷/۴۵
۱۰		۳	۱،۱۳،۲۴	۲۳/۲۵	۱،۱۳،۲۴	۲۳/۲۵
۱۱		۵	۲،۱۰،۱۲،۱۳،۲۸	۲۵	۲،۱۰،۱۲،۱۳،۲۸	۲۵

مسئله پوشش تدریجی با استفاده از تابع خطی کاهنده در هر خوشه حل شده و بهترین نقطه برای احداث تسهیل مشخص شده است. حل مسئله پوشش تدریجی نتایج حاصل از جواب‌های به‌دست‌آمده از سه روش k-means، شبکه عصبی و شبیه‌سازی تبرید در جدول (۶) نمایش داده شده است. ستون اول نشان‌دهنده تعداد نقاط بررسی شده است؛ در ستون دوم تعداد تسهیلات مشخص شده و در ستون‌های بعدی تابع هدف به‌دست‌آمده از هر خوشه و همچنین تابع هدف پوشش کل که از طریق نقاط به‌دست‌آمده، محاسبه شده‌اند، نمایش داده شده است.

### مقایسه نتایج سه الگوریتم پیشنهادی برای مسئله پوشش تدریجی

پس از اثبات صحت الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، مقایسه بین شبیه‌سازی تبرید، k-means و شبکه عصبی انجام می‌گیرد. داده‌های این مقاله با اعداد تصادفی در گروه‌های ۱۰، ۵۰، ۱۰۰ و ۵۰۰ تایی در بازه (۰ و ۲۰۰) تولید شده‌اند. با استفاده از روش‌های k-means و شبکه عصبی این داده‌ها در خوشه‌های ۲، ۴ و ۹ تایی (تعداد تسهیلات) تقسیم شده‌اند. در درون هر خوشه فاصله بین نقاط به صورت اقلیدسی محاسبه شده است. آن‌گاه با در نظر گرفتن شعاع کوچک‌تر ۵۰ و شعاع بزرگ‌تر ۱۵۰ برای هر تسهیل

جدول (۶) مقایسه زمان و جواب تابع هدف بین سه روش شبیه‌سازی تبرید، شبکه عصبی و k-means در مسئله پوشش

تدریجی

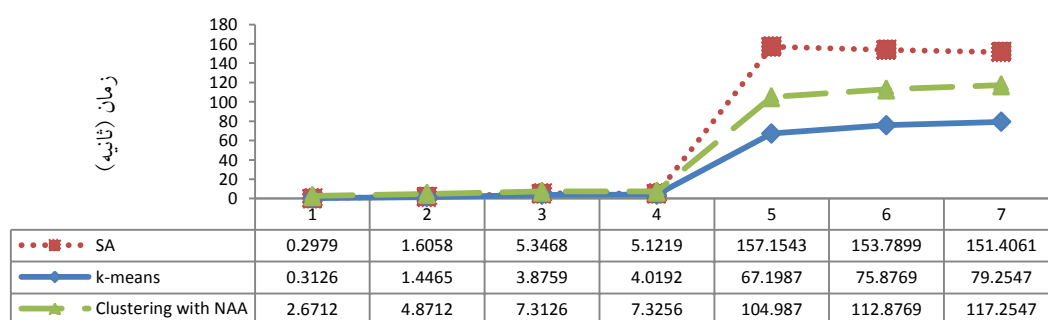
تعداد نقاط	Pp	k-means				شبکه عصبی				شبیه‌سازی تبرید		
		تعداد نقاط	Y	Z	کل Z	تعداد نقاط	Y	Z	کل Z	Y	Z	
۱۰	۲۲	۳	۱	۲	۸/۵۴۹۳	۳	۱	۲	۸/۵۴۹۳	۱	۸/۵۴۹۳	
		۷	۱۰	۴/۷۸۴۶		۷	۱۰	۴/۷۸۴۶		۱۰		
۵۰	۲۲	۲۷	۱۹	۱۹/۱۲۹	۴۱/۸۶۵۲	۳۰	۴۸	۲۲/۶۰۴	۳۴/۳۴۵۶	۱۹	۴۱/۹۳۵۹	
		۲۳	۴۹	۱۵/۹۲۷		۲۰	۱۵	۱۵/۰۱۶		۴۰		
۱۰۰	۲۲	۶۷	۴۷	۳۵/۰۲۸	۷۲/۳۴۷۹	۶۲	۷۷	۳۵/۴۰۲	۷۱/۰۲۹	۷۰	۷۹/۸۰۱۷	
		۴۳	۳۸	۳۰/۳۵۸		۳۸	۱۵	۳۱/۲۹۹		۹۶		
	۴۴	۲۷	۳۸	۱۹/۱۲۶	۸۹/۹۰۷۰	۳۱	۱۰۰	۲۱/۶۰۵	۸۸/۴۲۵۰	۱۳	۹۳/۵۵۶۶	
		۲۷	۷	۱۸/۵۳۶		۲۷	۳۸	۲۰/۷۰۰		۴۹		
		۳۱	۱۴	۲۱/۱۹۸		۲۵	۶۷	۱۷/۳۰۳		۶۷		
		۱۵	۵۴	۱۱/۹۹۱		۱۷	۹۸	۱۱/۵۹۶		۹۵		
	۵۰۰	۲۲	۲۵۶	۱۶۷	۱۴۹/۴۴۴	۳۷۰/۸۱۳۵	۲۲۹	۴۱۱	۱۳۲/۸۹۴	۳۵۴/۰۷۳	۲۱۴	۳۶۶/۹۸۶۸
			۲۴۴	۴۶۷	۱۴۳/۹۴۱		۲۷۱	۲۸۱	۱۵۹/۰۱۷		۴۵۸	
۴۴		۱۲۶	۱۶۷	۷۹/۳۲۶	۳۸۳/۹۷۴۸	۱۴۴	۴۸	۸۹/۸۲۱	۴۳۴/۳۳۴۸	۶	۴۴۷/۴۰۲۵	
		۱۱۲	۳۱	۶۸/۷۱۵		۱۲۲	۲۲۱	۷۷/۸۰۴		۸۵		
		۱۲۷	۱۴	۷۷/۸۰۵		۱۲۶	۴۵۳	۷۸/۱۹۱		۱۷۰		
		۱۳۶	۳۸۵	۸۴/۶۸۱		۱۰۴	۱۲۴	۶۲/۹۵۹		۳۹۳		
۴۹		۵۷	۳۷۱	۳۴/۴۷۳	۴۸۵/۴۹۳۳	۶۵	۳۸۲	۴۱/۵۲۳	۴۸۱/۳۴۹۸	۳	۴۹۴/۸۱۵۰	
		۵۸	۳۵۸	۳۸/۱۲۰		۳۲	۴۳	۲۲/۰۸۱		۱۲۲		
		۶۳	۳۶	۳۹/۷۷۲		۸۸	۴۱۰	۴۵/۴۳۲		۱۶۹		
		۵۶	۴۱۸	۳۹/۲۷۷		۲۳	۱۸۴	۱۵/۷۸۷		۱۷۹		
		۶۰	۳۹۹	۴۰/۴۳۵		۵۹	۳۷۷	۳۹/۹۴۵		۱۸۴		
		۵۴	۷۲	۳۴/۲۲۲		۷۷	۴۱۲	۴۳/۶۷۶		۳۱۲		
	۵۰	۳۳۳	۳۳/۹۶۱	۱۶		۱۸۹	۱۲/۰۵۱	۳۲۴				
	۶۰	۳۰۵	۳۸/۵۲۸	۲۴		۳۵۵	۱۶/۲۳۷	۴۰۰				
۴۲	۳۳۹	۲۹/۱۵۴	۱۱۶	۱۷۴	۶۸/۳۵۴	۴۵۳						

موضوع به این علت است که نقاط از ۱۰۰ به ۵۰۰ افزایش پیدا کرده اند و با افزایش این نقاط از ۵۰۰ به بالا زمان حل مسئله نیز با افزایش همراه است. در بین روش‌های حل مسئله پوشش تدریجی، خوشه‌بندی k-means با زمان کمتری جواب نسبتاً

زمان‌های حل مسئله پوشش تدریجی با استفاده از سه روش شبکه عصبی، شبیه‌سازی تبرید و k-means در شکل (۸) به صورت نمودار نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود زمان‌ها به صورت چشمگیری از مثال ۴ به ۵ افزایش پیدا کرده‌اند؛ این

علت جهش زمان بین مثال ۴ و ۵، افزایش نقاط تقاضا از تعداد ۱۰۰ به ۵۰۰ است و بیانگر حساسیت زیاد مسئله پوشش تدریجی به تعداد نقاط تقاضاست. با مقایسه توابع هدف سه روش مشاهده می‌شود که الگوریتم شبیه‌سازی تبرید جواب بهتری نسبت به روش‌های خوشه‌بندی ارائه می‌کند.

مناسبی ارائه می‌کند و این نکته به این علت است که در خوشه‌بندی نقاطی که به یکدیگر نزدیک هستند در یک خوشه قرار می‌گیرند و سپس در خوشه بهترین مکان شناسایی می‌شود. علت کاهش زمان در شبیه‌سازی تبرید طی مثال‌های ۵ تا ۷، افزودن تسهیلات از ۲ به ۹ است، بدین معنا که با ثابت‌بودن تعداد نقاط، شعاع‌های پوشش و با افزایش تعداد تسهیلات زمان حل شبیه‌سازی تبرید کاهش می‌یابد.



شکل (۸) مقایسه زمان‌های حل مسئله پوشش در سه روش حل پیشنهادی

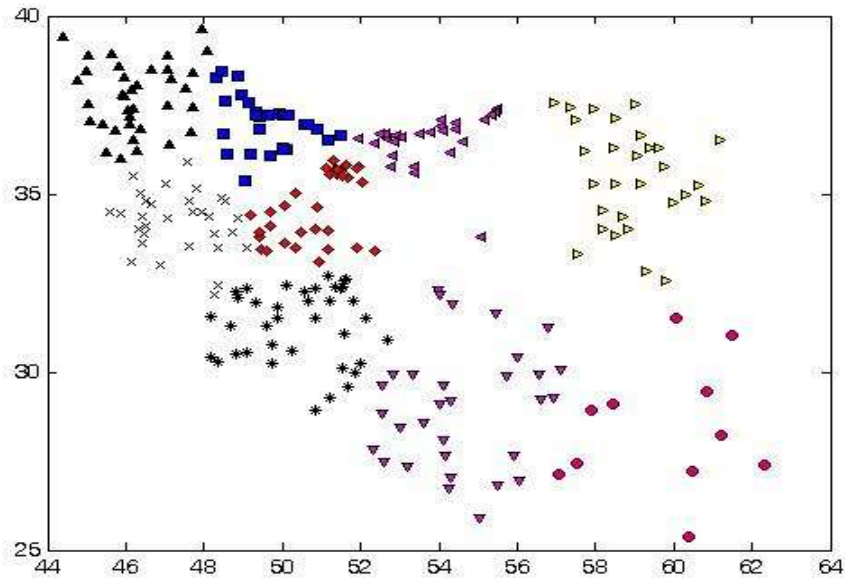
تخصصی در مکان مناسب می‌توان گام کوچکی در این مهم برداشت. هر بیمارستان تخصصی با شعاع پوششی کوچک‌تر از ۱ و شعاع پوششی بزرگ‌تر از ۲ مدنظر است. در مسئله اول تعداد بیمارستان تخصصی ۴ و در مسئله دوم تعداد بیمارستان تخصصی ۹ در نظر گرفته شده است. در این مسئله پوشش تدریجی، ۲۶۲ شهر ایران با هر سه روش خوشه‌بندی k-means، خوشه‌بندی شبکه عصبی و شبیه‌سازی تبرید حل شده است. در شکل (۹) و (۱۰) تعداد خوشه‌ها ۹ تایی است؛ هر رنگ و شکل هندسی نشان‌دهنده یک خوشه است و شهرهایی که در مجاورت یکدیگر هستند به علت نزدیکی فاصله در یک خوشه قرار گرفته‌اند. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، خوشه‌بندی با هر دو روش k-means و شبکه

کاربرد مسئله مکان‌یابی پوشش تدریجی در شناسایی بهترین مکان برای احداث بیمارستان تخصصی در ایران

فرض کنید با استفاده از مختصات جغرافیایی شهرهای ایران، می‌خواهیم بهترین مکان‌ها برای احداث بیمارستان تخصصی را با حل مسئله پوشش تدریجی مشخص کنیم. یکی از مهمترین عوامل در احداث بیمارستان‌های تخصصی علاوه بر هزینه، فاصله است و باید این بیمارستان‌ها در شهرهایی احداث شوند که بتوانند بیشترین سطح پوشش را برای متقاضیان با کمترین هزینه مهیا کنند (منظور از هزینه تنها مادی نیست؛ هزینه‌های ناشی از مرگ یک انسان هیچ‌گاه جبران‌کردنی نیست)؛ با فراهم کردن شرایط و پیش‌بینی‌های لازم برای احداث بیمارستان

means حل شده است و در جدول (۹) جواب به دست آمده از شبیه سازی تبرید برای مسئله اول نمایش داده شده است.

عصبی جواب های نسبتاً یکسانی در خوشه کردن شهرهای ایران می دهد. در جدول (۷) مسئله اول پوشش با استفاده از خوشه بندی با شبکه عصبی حل شده است. در جدول (۸) مسئله اول با استفاده از k-



شکل (۹) خوشه بندی ۹ تایی شهرهای ایران با استفاده از شبکه عصبی

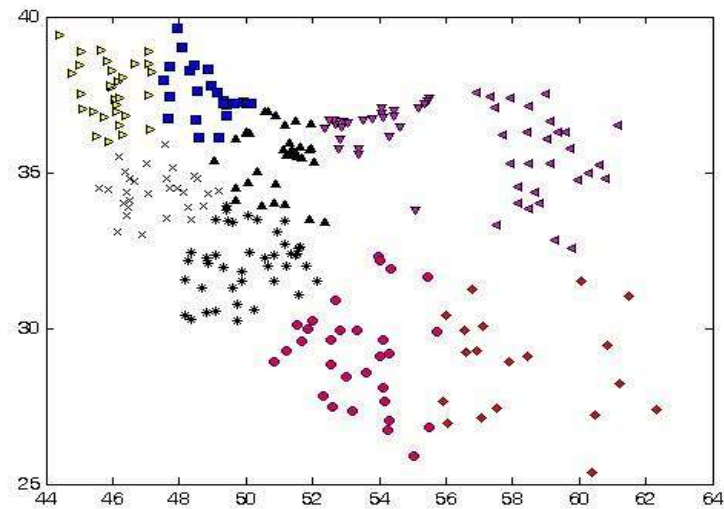
جدول (۷) حل مسئله پوشش تدریجی مسئله مکان یابی بیمارستان تخصصی با ۹ تسهیل با استفاده از خوشه بندی شبکه

عصبی

تعداد خوشه	نام هر خوشه	تعداد نقاط در هر خوشه	مختصات نقاط به دست آمده برای احداث بیمارستان تخصصی در هر خوشه	تابع هدف هر خوشه	زمان (ثانیه)	تابع هدف کل
۹	A	۲۸	رودبار	۲۲/۴۴۰	۲/۴۲۰	۲۰۵/۷۵۷
	B	۱۱	جیرفت	۳/۳۸۴	۱/۵۵۵	
	C	۳۸	باغ ملک	۲۰/۳۶۱	۴/۵۵۲	
	D	۳۱	کرمانشاه	۲۲/۱۸۱	۲/۶۱۴	
	E	۳۱	فیروزآباد	۱۲/۸۳۱	۲/۵۱۰	
	F	۳۲	قم	۲۱/۳۹۷	۳/۰۰۷	
	G	۳۶	مرآغه	۲۴/۸۲۹	۲/۵۶۶	
	H	۲۹	تربت حیدریه	۱۴/۹۲۴	۲/۶۲۶	
	K	۲۶	گلوگاه	۲۰/۲۳۳	۲/۱۴۷	

نتایج به‌دست‌آمده از این جدول نشان می‌دهد که پوشش به‌دست‌آمده از روش k-means جواب بهتری نسبت به شبکه عصبی در حل مسئله پوشش تدریجی ارائه می‌کند.

در شکل (۱۰) خوشه‌بندی شهرهای ایران با استفاده از k-means برای احداث ۹ بیمارستان تخصصی انجام شده است. در جدول (۸) جواب‌های به‌دست‌آمده از روش k-means، به تعداد ۹ خوشه نمایش داده شده است.



شکل (۱۰) خوشه‌بندی ۹ تایی شهرهای ایران با استفاده از k-means

جدول (۸) حل مسئله پوشش تدریجی مسئله مکان‌یابی بیمارستان تخصصی با ۹ تسهیل با استفاده از خوشه‌بندی k-means

means						
تعداد خوشه	نام هر خوشه	تعداد نقاط در هر خوشه	مختصات نقاط به‌دست‌آمده برای احداث بیمارستان تخصصی در هر خوشه	تابع هدف هر خوشه	زمان (ثانیه)	تابع هدف کل
۹	A	۲۴	رشت	۱۹/۱۵۸	۳/۶۱۹	۲۰۷/۶۰۰
	B	۳۰	مرودشت	۱۴/۴۲۷	۲/۳۴۱	
	C	۴۲	ابهر	۲۳/۹۳۴	۲/۷۲۳	
	D	۲۹	کرمانشاه	۲۲/۴۵۶	۲/۳۵۸	
	E	۲۵	گلوگاه	۱۹/۷۹۵	۲/۳۲۸	
	F	۱۹	راور	۸/۲۵۹	۲/۴۳۲	
	G	۳۴	شیراز	۲۳/۸۶۲	۲/۴۱۶	
	H	۳۰	جلفا	۲۲/۴۱۳	۲/۳۶۴	
	K	۲۹	تربت حیدریه	۱۴/۸۷۸	۲/۴۸۸	

جدول (۹) حل مسئله پوشش تدریجی مسئله مکان‌یابی بیمارستان تخصصی با ۹ تسهیل با استفاده از شبیه‌سازی تبرید

تعداد تسهیلات	تعداد نقاط	مختصات نقاط به‌دست‌آمده برای احداث بیمارستان تخصصی در هر خوشه	تابع هدف	زمان (ثانیه)
۹	۲۶۲	مراغه	۲۱۳/۳۰۴	۲۱/۵۹۷
		تربت حیدریه		
		اراک		
		اصفهان		
		قم		
		راور		
		کرمانشاه		
		آستانه اشرفیه		
گلوگاه				

اختلاف بیشتری دارند و این موضوع بیانگر این مهم است که با کاهش بیمارستان‌های تخصصی (تعداد تسهیلات) دقت جواب‌های به‌دست‌آمده از روش‌های خوشه‌بندی کاهش می‌یابد.

مسئله دوم با فرض تعداد بیمارستان تخصصی برابر با ۴ در نظر گرفته شده است و مابقی فرض‌ها همچنان به قوت خود باقی هستند. نتایج به‌دست‌آمده در این مسئله از سه روش، نسبت به مسئله اول

جدول (۱۰) حل مسئله پوشش تدریجی مسئله مکان‌یابی بیمارستان تخصصی با ۴ تسهیل با استفاده از خوشه‌بندی شبکه

#### عصبی

تعداد خوشه	نام هر خوشه	تعداد نقاط در هر خوشه	مختصات نقاط به‌دست‌آمده برای احداث بیمارستان تخصصی در هر خوشه	تابع هدف هر خوشه	زمان (ثانیه)	تابع هدف کل
۴	A	۴۰	تربت حیدریه	۱۷/۹۳۲	۲/۰۴۲	۱۱۸/۳۳۴
	B	۶۴	نوشهر	۳۱/۴۸۹	۱۲/۶۰۱	
	C	۶۸	باغ‌ملک	۲۲/۳۳۵	۱۸/۶۴۲	
	D	۸۴	مراغه	۲۷/۴۵۵	۲۹/۳۱۱	



جدول (۱۱) حل مسئله پوشش تدریجی مسئله مکان‌یابی بیمارستان تخصصی با ۴ تسهیل با استفاده از خوشه‌بندی k-means

تعداد خوشه	نام هر خوشه	تعداد نقاط در هر خوشه	مختصات نقاط به‌دست‌آمده برای احداث بیمارستان تخصصی در هر خوشه	تابع هدف هر خوشه	زمان (ثانیه)	تابع هدف کل
۴	A	۴۸	تربت حیدریه	۱۷/۹۳۲	۷/۷۵۳	۱۱۹/۱۴۶
	B	۶۴	باغ‌ملک	۲۴/۶۱۲	۱۵/۲۰۲	
	C	۷۹	مراغه	۲۷/۴۵۵	۲۶/۵۶۰	
	D	۷۱	تهران	۳۷/۲۵۰	۱۹/۵۸۱	

جدول (۱۲) حل مسئله پوشش تدریجی مسئله مکان‌یابی بیمارستان تخصصی با ۴ تسهیل با استفاده از شبیه‌سازی تبرید

تعداد تسهیلات	تعداد نقاط	مختصات نقاط به‌دست‌آمده برای احداث بیمارستان تخصصی در هر خوشه	زمان (ثانیه)	تابع هدف
۴	۲۶۲	مراغه	۱۲/۰۴	۱۳۴/۷۸۳
		فارسان		
		تهران		
		نهاوند		

### نتیجه‌گیری

جواب بهتری ارائه می‌کند. در راستای این مقاله مثال کاربردی از کشورمان نیز تحلیل شد و نتایج به‌دست‌آمده از این مثال کاربردی کارایی روش خوشه‌بندی k-means را تأیید می‌کند. برای مطالعات آتی، بررسی روش‌های خوشه‌بندی برای مسئله پوشش تدریجی اشتراکی پیشنهاد می‌شود.

### منابع

بشیری مهدی؛ حسینی جو. عباس؛ حسینی نژاد جواد. (۱۳۸۷). طراحی سیستم‌های صنعتی، دانشگاه شاهد تهران..

Berman, O, Drezner, Z., & Dmitry, K. (2003). The gradual covering decay location problem on a network. *European Journal of Operational Research*, 151,474-480.

در مقاله ارائه‌شده مدل عمومی خوشه‌بندی، مدل مسئله پوشش تدریجی و رابطه آن با تابع خط کاهنده ذکر شد. هدف اصلی این مقاله، معرفی روش مؤثر و سریع برای حل مسائل مکان‌یابی پوشش تدریجی است. بدین‌منظور، ۲۵ مثال عددی شبیه‌سازی شده با فواصل تصادفی برای مقایسه سه روش حل مسئله پوشش تدریجی k-means، شبکه عصبی و شبیه‌سازی تبرید تولید شد و جواب‌های به‌دست‌آمده از هر سه روش تحلیل شد. زمان حل کمتر روش k-means نسبت به دو روش خوشه‌بندی شبکه عصبی و شبیه‌سازی تبرید با جواب‌های قابل قبول نسبت به خوشه‌بندی شبکه عصبی اثبات شد. الگوریتم شبیه‌سازی تبرید نسبت به روش‌های خوشه‌بندی

- Davari, S., M. H. Fazel Zarandi & Turksen., I. B. (2013). "The incomplete hub-covering location problem considering imprecise location of demands.". *Scientia Iranica*, 20.3 983-991.
- Zarandi, M., Fazel, H., Davari, S., & Haddad Sisakht. A. (2013). "The large-scale dynamic maximal covering location problem" *Mathematical and Computer Modelling*, 57.3, 710-719.
- Sérgio B., Carlos F., José P., & Beatriz S., (2007). "Using clustering analysis in a capacitated location-routing problem". *European Journal of Operational Research*, 179, 968–977.
- Sherali, H.D., & Desai, J. (2003). "A global optimization RLT-based approach for solving the hard clustering problem". *Journal of Global Optimization*. 32, 281–306.
- Berman, O., Jörg, K., Dmitry, K., & Nickel S. (2009). "The Ordered Gradual Covering Location Problem on a Network", *Discrete Applied Mathematics*, 157, 3689-3707.
- Berman, O., & Dmitry, K. (2002). "The generalized maximal covering location problem". *Computers & Operations Research*, 29, 563-581.
- Farahani-Zanjirani, R., Asgari, N., Heidare. N., Hosseininia, M., & Goh, Mark.. (2012). "Covering problems in facility location: A review". *Computers & Industrial Engineering*, 62 (1) 368-407.
- Drezner Z., Wesolowsky G., & Drezner T. (2004). "The gradual covering problem". *Naval Research Logistics*, 51, 841–855.
- Berman O., & Wang J. (2011). " The minmax regret gradual covering location problem on a network within complete information of demand weight". *European Journal of Operational Research Society*, 208, 233–238.