

Two Metaheuristic Approaches for p-Hub Center Location Problem under Capacity Constraints

Ali Reza Eydi *

Assistant Professor in Industrial Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran,
alireza.eydi@uok.ac.ir

Jamal Arkat

Associate Professor in Industrial Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran,
j.arkat@uok.ac.ir

Ehsan Parhizkar Mehrabadi

M.Sc. in Industrial Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran, e.parhizgar@gmail.com

Abstract:

Hub location problem is one of the new issues in location problems. This kind of location problem is widely used in transportation systems. In this paper, we investigate p-hub center location allocation problem under capacity constraint. The aim of the proposed model is to determine the location of hub nodes and the allocation of non-hub nodes to the hub in such a way that the maximum traveling time is minimized. In addition, since the problem is an NP hard problem, two metaheuristic algorithms including simulated annealing algorithm and ant colony are developed for solving large size real world problems. The performances of the proposed algorithms are examined via some numerical examples taken from known related benchmark sets (AP dataset). The best solutions found using metaheuristic algorithms are also compare to the results achieved using Lingo software. The results demonstrate that the proposed algorithms are able to find optimum or near optimum solutions in acceptable run times.

Keywords: Simulated annealing, Ant colony optimization, Capacity constraint, p-hub center location

* Corresponding author

مدیریت تولید و عملیات، دوره ۸، پیاپی ۱۵، شماره ۲، پاییز و زمستان ۱۳۹۶

دریافت: ۱۳۹۱/۰۸/۱۸ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۹/۰۷

صص: ۶۰-۴۷

ارائه دو روش فراابتکاری برای حل مسئله مکان‌یابی هاب مرکز ظرفیت‌دار

علیرضا عیدی^{۱*}، جمال ارکات^۲، احسان پرهیزگار مهرآبادی^۳

۱- استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران، alireza.eydi@uok.ac.ir

۲- دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران، j.arkat@uok.ac.ir

۳- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران، e.parhizgar@gmail.com

چکیده: مسئله مکان‌یابی هاب یکی از موضوعات جدید در حوزه مسائل مکان‌یابی است. این دسته از مسائل، کاربردهای فراوانی در سیستم‌های حمل‌ونقل دارند. در این پژوهش، مسئله مکان‌یابی تخصیص هاب مرکز با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت، بررسی می‌شود. هدف از مدل ارائه‌شده، یافتن مکان هاب‌ها و مشخص کردن نحوه تخصیص گره‌های غیرهاب به هاب است به گونه‌ای که بیشینه زمان سفر بین جفت گره‌های مبدأ-مقصد، کمینه شود. از آنجایی که مسئله تحت بررسی از نوع مسائل ناچندجمله‌ای سخت محسوب می‌شود، در این تحقیق دو الگوریتم فراابتکاری شامل الگوریتم‌های بازپخت شبیه‌سازی شده و اجتماع مورچگان، توسعه داده می‌شود. کارایی الگوریتم‌ها از طریق حل تعدادی مثال عددی که از مجموعه مسائل شناخته‌شده پست استرالیایی (AP) برگرفته شده، ارزیابی می‌شود و نتایج به دست آمده با راه‌حل‌های نرم‌افزار Lingo مقایسه می‌شوند. نتایج مثال‌ها حاکی از کارایی مناسب الگوریتم‌های توسعه داده شده است.

واژه‌های کلیدی: بازپخت شبیه‌سازی شده، بهینه‌سازی اجتماع مورچگان، محدودیت ظرفیت هاب، مکان‌یابی هاب مرکز

۱- مقدمه

یکی از موضوعات جدید در حوزه مسائل مکان‌یابی، مسئله مکان‌یابی هاب^۱ است. اصطلاح هاب به یک مکان یا یک گره از شبکه اطلاق می‌شود که در آن کالا یا اطلاعات تهیه‌شده از چندین منبع، گردآوری می‌شوند و سپس به دیگر هاب‌های شبکه یا مقصد نهایی انتقال داده می‌شوند. در واقع هنگامی که امکان ارسال مستقیم جریان گره‌ها وجود نداشته باشد و یا ارسال مستقیم جریان بین گره‌ها صرفه اقتصادی نداشته باشد از هاب به منظور ارسال جریان بین گره‌های شبکه استفاده می‌شود.

در مسائل مکان‌یابی هاب، مکان استقرار هاب‌ها و نحوه تخصیص گره‌های شبکه به هاب‌ها به گونه‌ای تعیین می‌شوند که مجموع هزینه‌های استقرار هاب‌ها و هزینه‌های حمل و نقل در کل شبکه کمینه شوند. مسئله مکان‌یابی هاب، کاربردهای فراوانی در مسائل دنیای واقعی همچون خطوط هوایی، سیستم‌های ترافیکی و حمل و نقل، خدمات پستی و شبکه‌های مخابراتی دارد. در تحقیقات اوکلی^۲ و میلر^۳ (۱۹۹۴)، کمپل^۴ و همکاران (۲۰۰۲) و فراهانی و همکاران (۲۰۱۳) بررسی جامعی در خصوص ادبیات این حوزه از مسائل مکان‌یابی انجام شده است. به‌طور کلی مسائل مکان‌یابی هاب را می‌توان به چهار نوع شامل مسئله مکان‌یابی هاب میانه، مسئله مکان‌یابی هاب با هزینه ثابت، مسئله مکان‌یابی هاب مرکز و مسئله مکان‌یابی هاب پوششی تقسیم کرد (الومار^۵ و کارا^۶، (۲۰۰۸)). از آنجایی که تحقیق حاضر، مسئله مکان‌یابی هاب مرکز را بررسی می‌کند، در ادامه برخی از جدیدترین تحقیقات مرتبط با مسئله هاب مرکز مورد بررسی بیشتر قرار می‌گیرند.

مسائل هاب مرکز از جمله مسائل کمینه‌سازی بیشینه (minimax) به شمار می‌روند. چنین مسائلی اغلب در سیستم‌های حمل و نقلی کاربرد دارند که در آنها زمان‌های پاسخ‌دهی به تقاضای مشتریان از اهمیت حساسیت بالایی برخوردار است. مکان‌یابی تسهیلات اضطراری (اورژانسی) و مسیریابی حمل برای کالاهای فاسدشدنی و یا حساس به زمان نظیر مواد خوراکی یا دارویی از جمله چنین کاربردهایی هستند. چنین مسئله‌ای حتی در مواردی که بحث خدمت‌رسانی اضطراری مطرح نیست (همانند کمینه‌کردن بیشینه ناراضی مسافران در سفرهای هوایی) نیز کاربرد دارد. هدف از مسئله هاب مرکز، یافتن بهترین مکان استقرار هاب‌ها در شبکه و همچنین بهترین نحوه تخصیص گره‌ها به هاب‌ها است به گونه‌ای که بیشینه هزینه (زمان) سفر بین هر جفت از گره‌های مبدأ-مقصد، کمینه شود. اولین مدل‌های ریاضی برای مسئله هاب مرکز را کمپل (۱۹۹۴) ارائه کرد. در این تحقیق سه نوع مدل ریاضی شامل کمینه‌کردن بیشینه هزینه بین هر زوج مبدأ-مقصد، کمینه‌کردن بیشینه هزینه جابه‌جایی بر هر یال (مبدأ به هاب، هاب به هاب و هاب به مقصد) و کمینه‌کردن بیشینه هزینه جابه‌جایی بین هاب و یک مبدأ یا یک مقصد، ارائه شده‌اند. کارا و تانسل^۷ (۲۰۰۰) یک مدل خطی عدد صحیح برای مسئله هاب مرکز ارائه کردند و اثبات کردند که این مسئله ناچندجمله‌ای کامل^۸ است. مؤلفان همچنین نشان داده‌اند که مدل ارائه‌شده نسبت به نسخه‌های خطی دیگر برای مسئله هاب مرکز از کارایی بالاتری برخوردار است. کمپل و همکاران (۲۰۰۷) مسئله تخصیص هاب مرکز^۹ را بررسی کرده‌اند. مسئله تخصیص هاب حالت خاصی از مسئله مکان‌یابی

می‌شود. رویه‌ی ترتیبی حل مسئله مکان‌یابی مسئله تخصیص تا رسیدن به یک راه‌حل مطلوب تکرار می‌شود. الگوریتم حلی که می‌یر^{۱۷} و همکاران (۲۰۰۹) ارائه کرده‌اند یک الگوریتم ترکیبی است. این الگوریتم برای حل مسئله هاب مرکز در حالت تخصیص تکی توسعه داده شده است و مشتمل بر دو الگوریتم شامل الگوریتم کوتاه‌ترین مسیر (فاز اول) و الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع مورچگان^{۱۸} (فاز دوم) است. شایان ذکر است که محققان در فاز اول الگوریتم توسعه داده شده از یک رویه شاخه و کرانه استفاده کرده‌اند.

از جمله مطالعاتی که درصدد توسعه الگوریتم‌های دقیق برای حل مسئله هاب مرکز بوده‌اند می‌توان به بامگارتنر^{۱۹} (۲۰۰۳)، همچیر^{۲۰} و می‌یر (۲۰۰۶) و ارنست^{۲۱} و همکاران (۲۰۰۹) اشاره کرد. بومگارتنر (۲۰۰۳) مدل‌های ریاضی مختلفی را که برای مسئله هاب مرکز بدون محدودیت ظرفیت ارائه شده‌اند، مرور کرده است و سپس با معرفی حدود بالا و پایین کارا، یک الگوریتم شاخه و کرانه را توسعه داده و آن را با نسخه‌های متعارف الگوریتم شاخه و کرانه مقایسه کرده است. همچیر و مایر (۲۰۰۶) نشان داده‌اند که الگوریتم ترکیبی جستجوی دودویی^{۲۲} که کارایی آن برای مسائل متعارف مکان‌یابی مرکز اثبات شده است در مسائل مکان‌یابی هاب مرکز نیز به‌خوبی عمل می‌کند. ارنست و همکاران (۲۰۰۹) مسئله هاب مرکز بدون ظرفیت را برای دو حالت تخصیص تکی و تخصیص چندگانه بررسی کرده‌اند. مؤلفان نشان داده‌اند که مسئله در هر دو حالت ناچندجمله‌ای سخت است و حتی در حالتی که مکان استقرار هاب‌ها نیز مشخص باشد و هدف صرفاً یافتن نحوه تخصیص گره‌های غیرهاب باشد، مسئله

هاب است که در آن، مکان‌های استقرار هاب‌ها از قبل مشخص هستند و صرفاً نحوه تخصیص گره‌های غیرهاب به گره‌های هاب باید مشخص شود. محققان چند مدل عدد صحیح برای این مسئله ارائه کرده‌اند و پیچیدگی محاسباتی هر یک از مدل‌ها را بررسی کرده‌اند.

کاربردهای متعدد مسئله هاب مرکز در حوزه‌های مختلف باعث شده است الگوریتم‌های دقیق و ابتکاری متعددی برای این مسئله توسعه داده شود. به‌طور متعارف، برای حل مسائل با اندازه کوچک از روش‌های دقیق بهینه‌سازی مانند شاخه و کرانه، شاخه و برش و تجزیه بندرز^{۲۳} استفاده می‌شود. این در حالی است که به‌دلیل ناچندجمله‌ای سخت بودن مسائل مکان‌یابی هاب، برای مسائل با ابعاد بزرگ، از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری مختلفی نظیر جستجوی حریم^{۲۴}، جستجوی ممنوعه^{۲۵} (TS)، بازپخت شبیه‌سازی شده^{۲۶} (SA) و الگوریتم ژنتیک^{۲۷} استفاده شده‌اند (فراهانی و حکمت‌فر ۲۰۰۹). نخستین روش حل ابتکاری برای مسئله تخصیص هاب مرکز را پاموک^{۲۸} و سپیل^{۲۹} (۲۰۰۱) ارائه کرده‌اند. روش ابتکاری ارائه شده ترکیبی از الگوریتم جستجوی ممنوعه و یک الگوریتم جستجوی حریم است و در رویه‌ای ترتیبی، دو مسئله مکان‌یابی و تخصیص حل می‌شوند؛ بدین معنی که نخست مکان‌های هاب‌ها با استفاده از رویکردهای ابتکاری تعیین می‌شوند، سپس با توجه به مکان‌های هاب‌ها، نحوه تخصیص گره‌های غیرهاب به هاب‌ها مشخص می‌شوند. در گام بعد، الگوریتم حریم با توجه به تخصیص به‌دست آمده، مکان‌های استقرار هاب‌ها را تغییر می‌دهد و سپس مجدداً مسئله تخصیص با توجه به راه‌حل به‌دست آمده برای مکان‌یابی، اصلاح

همچنان ناچندجمله‌ای سخت باقی می‌ماند. محققان برای حالت تخصیص چندگانه، یک الگوریتم شاخه و کرانه کارا توسعه داده‌اند.

یکی از مفروضات اصلی که در تحقیق‌های پیشین مکان‌یابی هاب مرکز در نظر گرفته شده است، فرض نامحدود بودن ظرفیت هاب‌ها است بدین معنی که فرض شده است میزان جریان عبوری از هر هاب، نامحدود است. در بسیاری از مسائل دنیای واقعی، هر هاب دارای ظرفیت مشخص و محدودی است و بنابراین در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت در مدل‌های توسعه داده شده، باعث خواهد شد چنین مدل‌هایی هرچه بیشتر به شرایط دنیای واقعی نزدیک‌تر شوند. بررسی تحقیق‌های پیشین حاکی از آن است که با وجود اهمیت موضوع محدودیت ظرفیت، تاکنون تحقیقی به بررسی و مدل‌سازی مسئله مکان‌یابی هاب مرکز با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت نپرداخته است (کمپل ۲۰۰۷). شایان ذکر است مدل‌هایی که بشیری و میرزایی (۲۰۰۸) ارائه کرده‌اند، فرض محدود بودن ظرفیت هاب‌ها را در مسئله تخصیص هاب مرکز در نظر گرفته‌اند؛ به عبارتی در مسئله بررسی شده، فرض شده است که مکان‌های استقرار هاب‌ها از قبل مشخص هستند و صرفاً مسئله تخصیص گره‌های غیرهاب به هاب‌ها مدنظر قرار می‌گیرد.

در پژوهش حاضر، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی عدد صحیح برای مسئله مکان‌یابی هاب مرکز با ظرفیت محدود ارائه می‌شود. هدف مدل ریاضی ارائه شده، تعیین مکان‌های استقرار هاب‌ها و نحوه تخصیص گره‌های غیرهاب است؛ به گونه‌ای که بیشینه زمان سفر بین هر جفت گره مبدأ-مقصد، کمینه شود. از آنجایی که مسئله تحت بررسی، ناچندجمله‌ای سخت است، برای حل آن، دو الگوریتم فراابتکاری شامل

الگوریتم بازپخت شیبه‌سازی شده و بهینه‌سازی اجتماع مورچگان، ارائه می‌شوند. برای ارزیابی کارایی الگوریتم‌های ارائه شده، تعدادی از مسائل مربوط به مجموعه مسائل شناخته شده پست استرالیا^{۲۳} (AP) توسط دو الگوریتم حل می‌شوند و نتایج حل، بررسی می‌شوند. در ادامه، ساختار مقاله بدین صورت سازمان‌دهی شده است:

نخست، مسئله تحت بررسی، تشریح می‌شود و در قالب یک مدل عدد صحیح، مدل‌سازی می‌شود. در بخش بعد، ساختار الگوریتم‌های حل پیشنهادی تشریح می‌شود. سپس مثال‌های عددی و بررسی نتایج ارائه می‌شود. در آخر، جمع‌بندی، نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادها برای مطالعات آتی در بخش نهایی ارائه می‌شوند.

۲- بیان مسئله و ارائه مدل ریاضی

شکل کلی مسئله تحت بررسی بدین صورت است: مجموعه N ، شبکه‌ای با n گره را نشان می‌دهد، مجموعه $P \subseteq N$ نیز مجموعه هاب‌های بالقوه را که شامل p گره است نشان می‌دهد. زیرشبکه هاب‌ها یک شبکه کامل است؛ بدین معنی که هر جفت هاب به صورت مستقیم به یکدیگر متصل هستند. ارتباط جفت گره‌های غیرهاب صرفاً از طریق هاب‌ها امکان‌پذیر است، بدین معنی که بین گره‌های غیرهاب ارتباط مستقیم وجود ندارد. هدف از مسئله تحت بررسی، انتخاب تعداد مشخصی از گره‌های بالقوه برای احداث هاب و تخصیص گره‌های غیرهاب به هاب‌ها است؛ به نحوی که بیشینه زمان‌های سفر بین هر جفت مبدأ-مقصد، کمینه شود. برای مدل‌سازی این مسئله از مفهوم جدید شعاع هاب^{۲۴} (می‌یر و همکاران، ۲۰۰۹) استفاده می‌شود. برای روشن شدن

مجموعه اندیس‌ها

I : مجموعه گره‌ها (i و j : اندیس گره)
 K : مجموعه هاب‌ها (k و l : اندیس گره)

پارامترها

r_k : شعاع پوشش هاب k
 c_{ij} : هزینه (زمان یا مسافت) سفر از گره i به گره j
 C_k : ظرفیت هاب k
 O_i : مقدار تقاضای (جریان خروجی از) گره i
 α : ضریب تنزیل

متغیرهای تصمیم

X_{kk} : متغیر دودویی که مقدار یک می‌گیرد اگر یک هاب در گره k مستقر شود.
 X_{ik} : متغیر دودویی که مقدار یک می‌گیرد اگر گره i به هاب مستقر در گره k تخصیص داده شود.
 با در نظر گرفتن مفروضات عنوان‌شده و نمادگذاری فوق، مدل ریاضی مسئله به شکل زیر ارائه می‌شود:

$$\min \max_{k,l,k \neq l} (r_k + r_l + \alpha c_{kl}) \quad (1)$$

$$X_{ik} \leq X_{kk} \quad \forall i, k \quad (2)$$

$$r_k \geq c_{ik} X_{ik} \quad \forall i, k \quad (3)$$

$$\sum_i O_i X_{ik} \leq C_k X_{kk} \quad \forall k \quad (4)$$

$$\sum_k X_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (5)$$

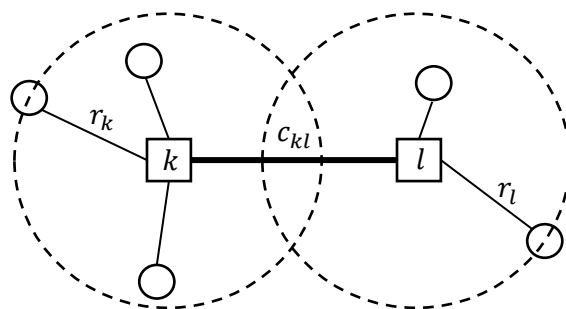
$$\sum_k X_{kk} = p \quad (6)$$

$$r_k \geq 0 \quad \forall k \quad (7)$$

$$X_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i, k \quad (8)$$

رابطه (۱) به عنوان تابع هدف، بیشترین هزینه (زمان یا مسافت) جابه‌جایی بین تمامی جفت گره‌های شبکه را کمینه می‌کند. برای محاسبه هزینه بین هر جفت گره از مفهوم شعاع پوشش به صورتی که پیش‌تر گفته شده، استفاده شده است. محدودیت‌های (۲) و (۳) تضمین

این مفهوم، موقعیت نسبی دو هاب و تعدادی از گره‌های غیرهاب تخصیص‌یافته به آنها در شکل (۱) نشان داده شده است. در این شکل، هاب‌ها با مربع و گره‌های غیرهاب با دایره مشخص شده‌اند. برای به دست آوردن مدت زمان سفر بین یک مبدأ در شعاع پوشش یکی از هاب‌ها و یک مقصد در شعاع پوشش هاب دیگر، مجموع شعاع‌های پوشش دو هاب و ضریبی از فاصله زمانی بین دو هاب در نظر گرفته می‌شود. فرض بر این است که سرعت انتقال مستقیم بین دو هاب بیشتر از سرعت انتقال از یک گره غیرهاب به یک هاب یا برعکس است.



شکل ۱- مثالی از مفهوم شعاع هاب

مفروضات زیر در مدل‌سازی مدنظر قرار می‌گیرند:

- هر گره غیرهاب به یک هاب تخصیص می‌یابد.
 - به دلیل صرفه اقتصادی در ارتباط مستقیم دو هاب از فاکتور تنزیل (اوکلی، ۱۹۸۷) استفاده می‌شود.
 - میزان جریان عبوری از هر هاب، محدود است.
 - یال‌های شبکه فاقد محدودیت ظرفیت هستند.
 - گراف مربوط به گره‌های غیرهاب و هاب‌ها، متقارن است و نامعادله مثلثی برای فواصل زمانی در آن صدق می‌کند.
 - کلیه پارامترهای مسئله، قطعی هستند.
- نمادگذاری مدل ریاضی به شرح زیر است:

۳-۱- الگوریتم بازپخت شبیه‌سازی شده

الگوریتم بازپخت شبیه‌سازی شده از فرایند فیزیکی بازپخت یا تبرید الهام گرفته شده است. در فرایند بازپخت، فلز یا آلیاژ مذاب به آرامی و با کاهش تدریجی دما، سرد می‌شود تا ساختار ملکولی مناسبی برای محصول نهایی به دست آید. هدف بازپخت شبیه‌سازی شده، یافتن ساختار یا چیدمان بهینه (حالتی با کمترین انرژی) برای یک مسئله پیچیده است (بلوم^{۲۰} و رولی^{۲۱}، ۲۰۰۳ و گلور^{۲۲} و کوچنبرگر^{۲۳}، ۲۰۰۳). نقطه شروع این الگوریتم برخلاف الگوریتم‌های تکاملی، یک راه‌حل اولیه است. راه‌حل اولیه می‌تواند به صورت تصادفی یا براساس رویه‌ای نظام‌مند تولید شود. SA دارای دو حلقه اصلی شامل حلقه درونی و حلقه بیرونی است. در هر تکرار حلقه درونی، یک راه‌حل همسایه برای راه‌حل فعلی تولید می‌شود. در صورتی که راه‌حل همسایه بهتر از راه‌حل فعلی باشد، جایگزین آن می‌شود. حتی در صورتی که راه‌حل همسایه بهتر از راه‌حل کنونی نباشد، با احتمال مشخصی، شانس جایگزین شدن با راه‌حل فعلی را دارد. این ویژگی باعث می‌شود که الگوریتم تا حدود زیادی بتواند از دام تله‌های بهینگی محلی بگریزد. حلقه درونی تا یافتن تعداد مشخصی راه‌حل بهبوددهنده یا تعداد مشخصی تکرار (طول زنجیره مارکوف^{۲۴}) تکرار می‌شود. پس از آنکه شرط خروج از حلقه درونی برقرار شد، دما در حلقه بیرونی کاهش می‌یابد و تکرارهای حلقه درونی مجدداً تکرار می‌شوند. فرایند کاهش دما در حلقه بیرونی باعث کاهش احتمال پذیرش راه‌حل‌های غیربهبوددهنده می‌شود. الگوریتم پس از رسیدن به دمای مشخصی که دمای انجماد نامیده می‌شود، متوقف می‌شود. عناصر اصلی SA در ادامه تشریح می‌شوند.

می‌کنند که گره i زمانی به گره k تخصیص یابد که در این گره، یک هاب مستقر شده باشد و گره i در شعاع پوشش هاب گفته شده قرار گیرد. محدودیت (۴) محدودیت ظرفیت را برای هر هاب نشان می‌دهد. محدودیت (۵) تضمین می‌کند که هر گره فقط به یک هاب تخصیص داده شود. محدودیت (۶) تعداد هاب‌ها را مشخص می‌کند. محدودیت‌های (۷) و (۸) دامنه متغیرهای تصمیم را نشان می‌دهند.

تابع هدف مدل ریاضی ارائه شده، غیرخطی است. برای خطی کردن این عبارت، پس از تعریف متغیر تصمیم جدید z ، تابع هدف به صورت رابطه (۹) بازنویسی و محدودیت (۱۰) به مدل اضافه می‌شود.

$$\min z \quad (9)$$

$$z \geq (r_k + r_l + \alpha c_{kl}) \quad \forall k, l \quad (10)$$

با این تغییر، مدل ریاضی کاملاً خطی است و برای حل آن در مقیاس کوچک می‌توان از نرم‌افزارهای حل مدل‌های خطی عدد صحیح استفاده کرد. در بخش آتی، دو الگوریتم برای حل مسئله در مقیاس بزرگ، ارائه می‌شوند.

۳- الگوریتم‌های حل

همان‌گونه که در مرور ادبیات گفته شد، مسائل مکان‌یابی و تخصیص هاب‌ها از جمله مسائل ناچندجمله‌ای سخت محسوب می‌شوند. با این اوصاف، نمی‌توان مدل ریاضی عدد صحیح ارائه شده در بخش قبل را برای مثال‌هایی در اندازه‌های بزرگ، حل کرد؛ بنابراین در این بخش دو الگوریتم فراابتکاری شامل الگوریتم بازپخت شبیه‌سازی شده و بهینه‌سازی اجتماع مورچگان، برای حل مسئله تحت بررسی ارائه می‌شود.

۳-۱-۱- ساختار راه‌حل و تولید راه‌حل اولیه

اولین مرحله در هر الگوریتم فراابتکاری، طراحی ساختاری مناسب برای ارائه راه‌حل است. ساختار در نظر گرفته شده، یک بردار دوبخشی است. بخش اول که اندازه آن برابر با تعداد هاب‌ها است، شماره گره‌هایی را نشان می‌دهد که برای استقرار هاب‌ها، انتخاب شده‌اند. اندازه بخش دوم برابر با تعداد گره‌های شبکه است و اعداد آن، شماره هاب‌هایی را نشان می‌دهند که گره‌ها به آنها تخصیص یافته‌اند. شکل (۲) نمونه‌ای از چنین ساختاری را برای یک مسئله با ۱۰ گره و سه هاب نشان می‌دهد. در راه‌حلی که این بردار نشان می‌دهد، هاب‌های ۱، ۲ و ۳ به ترتیب در گره‌های ۶، ۳ و ۷ مستقر هستند. پیش از آنکه نحوه تخصیص مشخص شود، لازم است بردار تخصیص (بخش دوم راه‌حل) در صورت نیاز اصلاح شود. همان‌گونه که در این مثال دیده می‌شود اگرچه هاب‌های شماره ۱ و ۳ به ترتیب در گره‌های ۶ و ۷ مستقر شده‌اند، گره ۶ به هاب شماره ۲ و گره ۷ به هاب شماره ۱ تخصیص یافته است. با این اوصاف باید این راه‌حل اصلاح شود. بردار اصلاح‌شده شکل (۲) در شکل (۳) نشان داده شده است. با توجه به بردار اصلاح‌شده نحوه تخصیص بدین صورت است: گره‌های ۱، ۵، ۶، ۸ و ۹ به هاب شماره ۱ (مستقر در گره ۶)، گره‌های ۲، ۳، ۴ و ۱۰ به هاب شماره ۲ (مستقر در گره ۳) و گره ۷ به هاب شماره ۳ (مستقر در گره ۷) تخصیص داده می‌شوند.

۶	۳	۷	۱	۲	۲	۲	۱	۲	۱	۱	۱	۲
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

شکل ۲- نمونه‌ای از بردار راه‌حل (پیش از اصلاح)

۶	۳	۷	۱	۲	۲	۲	۱	۱	۳	۱	۱	۲
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

شکل ۳- راه‌حل اصلاح‌شده متناظر بردار شکل ۲

راه‌حل اولیه SA به صورت تصادفی تولید می‌شود بدین صورت که اعداد مربوط به بخش اول به صورت تصادفی از بین اعداد ۱ تا تعداد گره‌ها انتخاب می‌شوند و اعداد بخش دوم نیز به صورت تصادفی از بین اعداد ۱ تا تعداد هاب‌ها انتخاب می‌شوند. در صورت نشدنی بودن، براساس شیوه‌ای که گفته شد بخش دوم راه‌حل باید اصلاح شود.

راه‌حل اولیه باید از نظر محدودیت ظرفیت هاب‌ها نیز بررسی شود، بدین معنی که لازم است با توجه به هاب‌های انتخاب‌شده و نحوه تخصیص گره‌ها، میزان جریان عبوری از هر هاب مشخص شود. در صورتی که ظرفیت تخصیص یافته به یک هاب بیش از ظرفیت مجاز باشد، راه‌حل جدیدی به عنوان راه‌حل اولیه تولید می‌شود.

۳-۱-۲- تولید راه‌حل همسایه

شیوه‌ای که SA برای تولید راه‌حل همسایه از راه‌حل فعلی به کار می‌گیرد در سرعت همگرایی و کیفیت راه‌حل نهایی الگوریتم تأثیر فراوانی دارد. در الگوریتم ارائه شده، از دو رویه متفاوت با احتمالات مساوی برای تولید همسایه استفاده می‌شود. رویه نخست برای بخش اول بردار راه‌حل (انتخاب هاب‌ها) و رویه دوم برای بخش دوم (تخصیص گره‌ها به هاب‌ها) استفاده می‌شود. در رویه نخست، یکی از درایه‌های بخش اول بردار راه‌حل به صورت تصادفی انتخاب می‌شود و مقدار آن، به صورت تصادفی به مقداری دیگر تغییر داده می‌شود. چنین تغییری معادل انتخاب گرهی دیگر برای استقرار هاب است. در رویه دوم، از تعویض‌های دوتایی استفاده می‌شود بدین معنی که دو درایه متناظر با گره‌های غیرهاب، از بخش دوم بردار راه‌حل به صورت تصادفی انتخاب

مقادیر $\bar{\Delta}$ به دست می آید. دمای انجماد نیز به روشی مشابه تعیین می شود با این تفاوت که مقدار φ برابر با عددی نزدیک به صفر در نظر گرفته می شود.

مقدار دما در ابتدای هر حلقه بیرونی از طریق ضرب کردن دمای فعلی در فاکتور کاهش دما، کاهش داده می شود. در صورتی که دما به آرامی کاهش یابد، احتمال به دست آوردن راه حل هایی با کیفیت بالاتر، بیشتر خواهد شد؛ اما در مقابل زمان محاسبات نیز بیشتر خواهد شد. از سویی، اگر دما به سرعت کاهش یابد، ممکن است الگوریتم در تله بهینگی محلی قرار گیرد. در این تحقیق از مقادیر $0/8$ تا $0/99$ به عنوان ضریب کاهش دما استفاده شده است.

تعداد تکرارهای حلقه درونی به طول زنجیره مارکوف اشاره دارند. واضح است که هرچه طول زنجیره مارکوف بیشتر باشد، جستجوی محلی بیشتر انجام می گیرد و شانس دستیابی به راه حل های مرغوب تر بیشتر است؛ اما در مقابل، زمان حل نیز افزایش خواهد یافت. طول زنجیره مارکوف با توجه به نوع مسئله و تعداد متغیرهای تصمیم مسئله، تعیین می شود.

۳-۲- الگوریتم کلونی مورچگان

بهینه سازی کلونی مورچگان یک روش احتمالی برای حل مسائل بهینه سازی ترکیباتی است که براساس مشاهده رفتار مورچه ها توسعه یافته است. بهینه سازی دسته مورچگان یک روش جمعیت محور است که می تواند راه حل های مناسبی را برای مسائل پیچیده بهینه سازی به دست آورد (بلموم و رولی، ۲۰۰۳). مطالعات زیست شناسی نشان داده است که مورچه ها ماده ای به نام فرومون^{۳۱} از خود ترشح می کنند که به وسیله آن می توانند با یکدیگر ارتباط برقرار کنند و

می شوند و مقادیر آنها (در صورتی که متفاوت باشند) معاوضه می شوند. در صورتی که مقادیر درایه های انتخاب شده یکسان باشند، دو درایه دیگر به صورت تصادفی انتخاب می شوند.

۳-۱-۳- تنظیم پارامترهای الگوریتم

تنظیم پارامترها یکی از مراحل مهم در به کارگیری یک الگوریتم فراابتکاری است. در الگوریتم SA دمای اولیه، دمای انجماد، ضریب کاهش دما^{۳۰} و طول زنجیره مارکوف، مهم ترین پارامترهای الگوریتم محسوب می شوند. دمای اولیه باید به گونه ای تنظیم شود که در تکرارهای نخست الگوریتم، احتمال پذیرفته شدن یک راه حل غیربهبوددهنده، نزدیک به یک (معمولاً حداقل ۹۰ درصد) باشد. در این تحقیق، احتمال پذیرش یک راه حل همسایه غیربهبوددهنده از رابطه (۱۱) به دست می آید:

$$\varphi = \exp\left(\frac{-\Delta}{T}\right) \quad (11)$$

که در آن، Δ میزان اختلاف بین راه حل همسایه و راه حل فعلی را نشان می دهد و T مقدار دمای فعلی است. با در نظر گرفتن رابطه فوق، می توان دمای اولیه را براساس شرط نشان داده شده در رابطه (۱۲) تنظیم کرد:

$$T_0 \geq \left| \frac{\bar{\Delta}}{\ln(\varphi)} \right| \quad (12)$$

که در آن $\bar{\Delta}$ مقدار متوسط اختلاف یک راه حل با راه حل همسایه است. مقدار φ معمولاً برابر با ۹۰ درصد در نظر گرفته می شود. برای محاسبه $\bar{\Delta}$ تعداد زیادی راه حل شدنی به صورت تصادفی تولید می شوند و سپس برای هر کدام یک راه حل همسایه با روشی که پیش تر گفته شد، تولید می شود. مقادیر اختلاف توابع هدف به ازای هر راه حل و راه حل همسایه آن، محاسبه می شود و از میانگین گیری این

در ادامه توضیح داده خواهد شد که چگونه مقادیر فرمون‌ها چنین انتخاب‌هایی را کنترل می‌کنند و چگونه فرمون‌ها در طی مراحل الگوریتم به‌هنگام می‌شوند.

۳-۲-۲- حلقه اصلی الگوریتم

در این مرحله تعداد تکرارها و تعداد مورچه‌ها تعیین می‌شود. تعداد n_{ant} مورچه برای شروع الگوریتم تعیین می‌شوند و هر کدام در طی الگوریتم، راه‌حل جزئی را کامل می‌کنند. ساختن یک راه‌حل شامل دو مرحله است: در مرحله نخست، هر مورچه ابتدا مکان هاب‌ها را مشخص می‌کند و در مرحله دوم، سایر گره‌ها به هاب‌های انتخاب‌شده تخصیص می‌یابند. در مرحله اول تعداد P هاب انتخاب می‌شود. یک گره به‌صورت تصادفی با احتمال زیر به‌عنوان هاب انتخاب می‌شود:

$$q_k = \frac{\tau_k}{\sum_{j \in N} \tau_j} \quad (13)$$

اگر مقدار q_k از مقدار q (یک عدد تصادفی انتخاب‌شده از بازه صفر تا یک) بزرگ‌تر باشد آنگاه گره k به‌عنوان یک هاب انتخاب می‌شود و در غیر این صورت $\arg \max_{k \in N} \tau_k$ به‌عنوان یک هاب جدید انتخاب می‌شود. هر زمان یک هاب انتخاب می‌شود، عمل تبخیر موضعی^{۳۲} صورت می‌گیرد و مقدار فرمون براساس رابطه^{۱۴} به‌هنگام می‌شود:

$$(1 - \rho)\tau_k + \rho \frac{1}{n} \rightarrow \tau_k \quad (14)$$

که در آن ضریب ρ نشان‌دهنده نرخ عمل تبخیر است. عمل تبخیر باعث می‌شود که در راه‌حل‌های بعدی، احتمال انتخاب هاب‌های گفته‌شده کمتر شود و بنابراین تنوع‌پذیری^{۳۳} الگوریتم (جستجوی فضایی گسترده‌تر) افزایش می‌یابد. پس از تعیین هاب‌ها، در مرحله دوم ساختن راه‌حل، سایر گره‌های باقیمانده به

اطلاعات مسیر را به‌هنگام جستجوی غذا در اختیار سایرین قرار دهند (گلوورو کوچنبرگ، ۲۰۰۳). به‌طور کلی، ساختار الگوریتم ACO را می‌توان در چهار مرحله اصلی خلاصه کرد. در مرحله نخست، پارامترهای اولیه الگوریتم (شامل تعداد مورچه‌ها، سرعت تبخیر و ...) تنظیم می‌شوند. در مرحله دوم هر مورچه، یک راه‌حل اولیه (شدنی) را تولید می‌کند. مراحل سوم (جستجوی محلی) و چهارم (به‌هنگام‌کردن) در یک حلقه تکرارشونده، انجام می‌شوند. در مرحله سوم، با استفاده از یک رویه ابتکاری، راه‌حل‌های فعلی که توسط مورچه‌ها تولید شده‌اند، بهبود داده می‌شوند. در مرحله چهارم، مقادیر فرمون‌های ترشح‌شده در هر مسیر براساس توابعی مشخص، به‌هنگام می‌شوند. دو مرحله جستجوی محلی و به‌هنگام‌سازی تا جایی تکرار می‌شوند که الگوریتم به شرط توقف برسد. جزئیات این مراحل در ادامه تشریح شده‌اند.

۳-۲-۱- مقداردهی اولیه فرمون‌ها

اغلب الگوریتم‌های کلونی مورچگان، مقدار فرمون اولیه را به‌صورت $\tau_0 = 1/nz$ تعیین می‌کنند که در آن z مقدار تابع هدف یک راه‌حل اولیه و n تعداد گره‌ها است. نتایج محاسباتی که در این تحقیق انجام شده، حاکی از آن است که در نظر گرفتن چنین مقداری برای مسئله هاب مرکز ظرفیت‌دار، منجر به همگرایی سریع و زودرس الگوریتم می‌شود. بنابراین برای جلوگیری از این پیش‌آمد، پس از انجام تعدادی آزمایش، مقدار اولیه فرمون‌ها برابر با مقدار یک در نظر گرفته شد. فرمون τ_k انتخاب گره k به‌عنوان یک هاب را کنترل می‌کند و τ_{ik} نحوه تخصیص گره i به‌عنوان دورترین گره به هاب k را کنترل می‌کند.

گره غیرهاب انتخاب می‌شود تبخیر موضعی فرمون براساس رابطه (۱۸) انجام می‌گیرد:

$$(1 - \rho)\tau_{ik} + \rho \frac{1}{n} \rightarrow \tau_{ik} \quad (18)$$

اگر گرهی پس از مرحله قبل، تخصیص نیابد با احتمالی که توسط فرمون τ_{ik} تعیین می‌شود، هاب k انتخاب می‌شود و گره i به آن تخصیص می‌یابد. در چنین شرایطی، دسته‌ای از پارامترهای ابتکاری پویا $\bar{\eta}_{ik}$ که بستگی به مجموعه فعلی هاب‌ها دارد براساس رابطه (۱۹) انتخاب می‌شود:

$$\bar{\eta}_{ik} = \max\{d_{il}\} - d_{ik} + 1 \quad (19)$$

احتمال انتخاب هاب k و تخصیص گره i به آن براساس رابطه (۲۰) محاسبه می‌شود:

$$\bar{p}_{ik} = \frac{\tau_{ik}\bar{\eta}_{ik}^{\beta}}{\sum_{i \in H} \tau_{ik}\bar{\eta}_{ik}^{\beta}} \quad (20)$$

در الگوریتم ارائه شده مقدار 0.5 برای β در نظر گرفته شده است. صرف نظر از اینکه k چگونه انتخاب شود، تبخیر موضعی مطابق معادله (۱۸) انجام می‌گیرد. همچنین اگر مشخص شود که جواب فعلی نشدنی است هاب‌های انتخاب شده نیز به صورت موضعی و با مقدار ثابت 0.5 تبخیر می‌شوند.

پس از انتخاب هاب‌ها و تخصیص گره‌ها، راه‌حل جزئی به یک راه‌حل کامل تبدیل می‌شود و این فرایند در هر تکرار به تعداد مورچه‌ها انجام می‌شود. برای جبران تبخیر موضعی فرمون‌ها در حین ساختن جواب‌ها، به‌طور منظم مقدار فرمون مربوط به بهترین جواب افزایش داده می‌شود. در واقع اگر H^* مجموعه هاب‌های بهترین راه‌حلی باشد که تاکنون به دست آمده است و i^* دورترین گره از گره k باشد که به هر هاب $k \in H^*$ تخصیص داده شده است، آنگاه روابط (۲۱) و (۲۲) برقرار خواهند بود:

$$(1 - \rho)\tau_k + Q \frac{1}{B} \rightarrow \tau_k \quad \forall k \in H^* \quad (21)$$

$$(1 - \rho)\tau_{ik^*} + Q \frac{1}{B} \rightarrow \tau_{ik^*} \quad \forall k \in H^* \quad (22)$$

هاب‌ها تخصیص می‌یابند. برای انتخاب دورترین گره برای تخصیص به یک هاب، از روشی مشابه با آنچه در بخش قبل گفته شد، استفاده می‌شود با این تفاوت در این مرحله از فاکتوری تحت عنوان تمایل ابتکاری^{۳۴} استفاده می‌شود. نحوه تخصیص بدین صورت است که صرفاً گره‌هایی تخصیص می‌یابند که منجر به افزایش مقدار تابع هدف نشوند. مورچه‌ها گره موردنظر را براساس رابطه احتمالی (۱۵) انتخاب می‌کنند:

$$\mu = \begin{cases} \arg \max_{i \in N_k} \tau_{ik} \eta_{ik}^{\beta} & q \leq q_0 \\ S & q > q_0 \end{cases} \quad (15)$$

که در آن η_{ik}^{β} فاکتور تمایل ابتکاری، τ_{ik} اثر فرمون مربوط به تخصیص گره i به هاب k است. q یک عدد تصادفی تولید شده بین صفر و یک است و q_0 پارامتری است که اهمیت نسبی تنوع و همگرایی^{۳۵} را برای الگوریتم تعیین می‌کند. اگر $q \leq q_0$ باشد یک انتخاب حریصانه برای تخصیص گره به هاب انجام می‌شود و در غیر این صورت، تخصیص گره براساس متغیر تصادفی S به صورت زیر انجام می‌شود:

$$p_{ik} = \frac{\tau_{ik} \eta_{ik}^{\beta}}{\sum_{j \in N_k} \tau_{jk} \eta_{jk}^{\beta}} \quad (16)$$

در رابطه فوق پارامتر β تأثیر η_{ik} را محدود می‌کند. مقدار تمایل ابتکاری (η_{ik}) از رابطه (۱۷) به دست می‌آید:

$$\eta_{ik} = \frac{1}{1 + \left| d_{ik} + \frac{1}{p+1} \max d_{ij} \right|} \quad (17)$$

این ضریب در واقع نشان می‌دهد که گره‌هایی که در فاصله دورتری نسبت به هاب k قرار دارند به این هاب تخصیص نمی‌یابند تا زمانی که گره‌های نزدیک‌تر به هاب k تخصیص یابند. واضح است که متوسط فاصله یک گره غیرهاب از یک گره هاب با افزایش تعداد هاب‌ها کاهش می‌یابد. هنگامی که یک

تنظیم پارامترها در کیفیت راه‌حل نهایی الگوریتم‌های فراابتکاری تأثیر قابل‌ملاحظه‌ای دارد. بدین جهت پیش از آنکه از الگوریتم‌های ارائه‌شده در حل مثال‌های عددی استفاده شود، لازم است پارامترهای آنها تنظیم شود. در الگوریتم SA دو پارامتر نرخ انجماد و طول زنجیره مارکوف، پارامترهای مهم به شمار می‌روند. نرخ انجماد در الگوریتم ارائه‌شده برای مثال‌های مختلف بین اعداد ۰/۹۰ تا ۰/۹۵ انتخاب شده است. همچنین از آنجایی که نتایج محاسباتی حاکی از آن است که افزایش طول زنجیره مارکوف، تأثیری بر کیفیت راه‌حل نهایی ندارد و صرفاً باعث افزایش زمان حل الگوریتم می‌شود، این پارامتر برابر عدد یک در نظر گرفته شده است. به عبارتی در هر سطح دما با دستیابی به یک راه‌حل همسایه بهبوددهنده، حلقه درونی به اتمام می‌رسد و دما کاهش می‌یابد.

برای تنظیم پارامترهای الگوریتم ACO نیز پس از انجام تعدادی آزمایش، این مقادیر به‌عنوان مقادیر مناسب انتخاب شده‌اند:

$$\begin{aligned} n_{iter} &= 800 \\ n_{ants} &= 10 + n \\ \rho &= 0.005 \\ q &= 0.35 \\ Q &= 0.05 \max_{i,j} \{d_{ij}\} \end{aligned}$$

زمان اجراها، متناسب با تعداد تکرارها و همچنین تعداد مورچه‌ها افزایش می‌یابد و به‌طور مشابه کوچک‌بودن نرخ تبخیر و پاداش باعث می‌شود که الگوریتم در زمان طولانی‌تری به همگرایی برسد. نتایج حاصل از پیاده‌سازی دو الگوریتم توسعه‌داده‌شده بر روی داده‌های AP در جدول (۱) نشان داده شده‌اند.

در این روابط B همانند قبل، مقدار تابع هدف مربوط به بهترین راه‌حل است و Q یک پارامتر مقیاس برای تنظیم مقادیر فرومون‌ها است. در انتهای هر حلقه، جواب فعلی ارزیابی می‌شود و موجه‌بودن جواب از نظر محدودیت ظرفیت بررسی می‌شود. بهترین جواب فعلی که تاکنون به دست آمده است ذخیره می‌شود و فرومون‌های τ_{ik} و τ_k با توجه به آن به‌هنگام می‌شوند.

۴- نتایج محاسباتی

در این بخش، به‌منظور بررسی کارایی الگوریتم‌های ارائه‌شده در حل مسائل بزرگ (دنیای واقعی) تعدادی مثال عددی ارائه می‌شود. مثال‌های ارائه‌شده از مجموعه مسائل نمونه AP (شرکت پست استرالیا) استخراج شده‌اند. این مجموعه از داده‌ها از مطالعه سیستم ارسال مرسولات کشور استرالیا به دست آمده و برای نخستین بار در تحقیقات ارنست و کریشنامورتی^{۳۶} (۱۹۹۷) استفاده شده است. به‌منظور انجام مقایسات، مدل ریاضی با استفاده از نرم‌افزار Lingo 8 و بر پایه شخصی با مشخصات Pentium 4, 2.53GHz RAM 4GB اجرا شده است. همچنین الگوریتم‌های حل معرفی شده با استفاده از نرم‌افزار برنامه‌نویسی C# کدنویسی شده‌اند. برای اجرای مدل ریاضی بر نرم‌افزار Lingo سقف دو ساعت در نظر گرفته شده است به عبارتی در صورتی که نرم‌افزار نتواند ظرف دو ساعت، راه‌حل بهینه را تولید کند، بهترین جواب به‌دست‌آمده، گزارش می‌شود. در این تحقیق نرخ تنزیل (α) برابر با ۰/۷۵ در نظر گرفته شده است و نمونه‌های مختلفی با شبکه‌های دارای ۲۰، ۲۵، ۳۰، ۴۰ و ۵۰ گره و ۲، ۳، ۴ و ۵ هاب بررسی و تحلیل شده‌اند.

جدول ۱- نتایج حل مثال‌های عددی

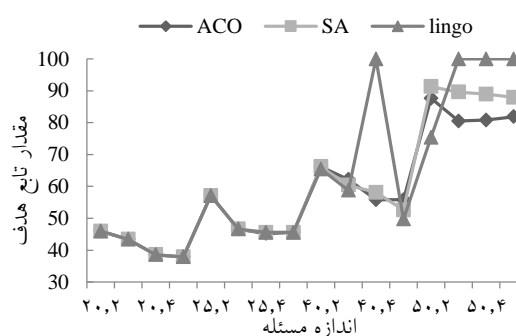
مسئله	SA		ACO		Lingo		اندازه
	t (s)	BS	t (s)	BS	t (s)	BS	
۲۰ (۲)	۴۵/۹	۴	۴۵/۹	۴	۴۰	۴۵/۹	۲۰
۲۰ (۳)	۴۳/۴	۴	۴۳/۴	۴	۳۱	۴۳/۴	۲۰
۲۰ (۴)	۳۸/۶	۵	۳۸/۶	۵	۱۱	۳۸/۶	۲۰
۲۰ (۵)	۳۷/۹	۵	۳۷/۹	۵	۱۵	۳۷/۹	۲۰
۲۵ (۲)	۵۷/۱	۹	۵۷/۱	۹	۴۱	۵۷/۱	۲۵
۲۵ (۳)	۴۶/۶	۱۰	۴۶/۶	۱۰	۱۱۰	۴۶/۶	۲۵
۲۵ (۴)	۴۵/۵	۱۱	۴۵/۵	۱۱	۴۶	۴۵/۵	۲۵
۲۵ (۵)	۴۵/۵	۱۰	۴۵/۵	۱۰	۲۳	۴۵/۵	۲۵
۴۰ (۲)	۶۶/۲	۹۱	۶۶/۲	۹۱	۳۶۶	۶۵/۴	۴۰
۴۰ (۳)	۶۰/۴	۴۳	۶۲/۲	۴۳	۱۱۸۰	۵۸/۷	۴۰
۴۰ (۴)	۵۸/۱	۴۷	۵۵/۱	۴۷	-	-	۴۰
۴۰ (۵)	۵۲/۶	۳۰	۵۵/۸	۳۰	۷۱۰	۴۹/۷	۴۰
۵۰ (۲)	۹۱/۳	۲۷۳	۸۷/۶	۲۷۳	۴۶۱۴	۷۵/۴	۵۰
۵۰ (۳)	۸۹/۶	۲۹۰	۸۰/۵	۲۹۰	-	-	۵۰
۵۰ (۴)	۸۸/۹	۱۹۲	۸۰/۸	۱۹۲	-	-	۵۰
۵۰ (۵)	۸۷/۹	۱۶۱	۸۱/۹	۱۶۱	-	-	۵۰

به‌منظور تفسیر شکلی نتایج، مقایسه این سه روش از نظر مقدار تابع هدف، در شکل (۴) نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود برای مسائل کوچک با اندازه‌های ۲۰ و ۲۵، راه‌حل‌های به‌دست‌آمده توسط هر سه روش، بهینه هستند و برای مسائل با اندازه بزرگ‌تر، کیفیت راه‌حل‌های به‌دست‌آمده از ACO از SA بهتر بوده است. همچنین برای مسائل با اندازه ۵۰ گره و تعداد سه هاب یا بیشتر نرم‌افزار Lingo نتوانسته است در مدت‌زمان سه ساعت به راه‌حل بهینه دست یابد. با بزرگ‌شدن ابعاد مسئله، زمان حل الگوریتم ACO بیشتر از الگوریتم SA شده است. نتایج فوق حاکی از کارایی مناسب دو الگوریتم فراابتکاری است که در این تحقیق ارائه شدند. همان‌گونه که جدول (۱) نشان می‌دهد افزایش تعداد هاب‌ها در تعداد ثابتی از گره‌ها، مقدار تابع هدف را کاهش می‌دهد و تأثیر محدودیت ظرفیت با افزایش تعداد هاب‌ها کمتر می‌شود.

۵- نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادها

در این مقاله، مسئله مکان‌یابی هاب مرکز با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت بررسی شد. به‌منظور لحاظ کردن خدمت‌دهی به دورترین نقاط تقاضا در کمترین زمان خدمت، برای مسئله تحت بررسی یک مدل ریاضی کمینه‌سازی پیشنهادی ارائه شد. با توجه به آنکه مسئله تحت بررسی از مسائل ناچندجمله‌ای سخت به شمار می‌رود، برای حل مسئله در اندازه‌های بزرگ، دو الگوریتم فراابتکاری شامل یک الگوریتم بازپخت شبیه‌سازی شده و یک الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع مورچگان، توسعه داده شدند. با استفاده از تعدادی از مثال‌های عددی به‌دست‌آمده از مجموعه مسائل معتبر AP، کارایی الگوریتم‌های توسعه‌داده‌شده در مقابل راه‌حل‌های به‌دست‌آمده از

در جدول فوق علامت «-» بدین معنی است که نرم‌افزار Lingo نتوانسته است در مدت‌زمان سه ساعت، جواب بهینه را برای مسئله متناظر به دست آورد. ستون اول جدول، معرف اندازه مسئله (تعداد هاب‌گره) و ستون دوم، راه‌حل به‌دست‌آمده (بهترین جواب و زمان حل) توسط Lingo است. ستون‌های بعدی به ترتیب جواب‌های به‌دست‌آمده از روش‌های ACO و SA هستند.



شکل ۴- نتایج حل مثال‌های عددی

- problems". *European Journal of Operational Research*, 72(2), 387-405
- Campbell, J.F., Ernst, A.T., Krishnamoorthy, M. (2002) Hub location problems, Drezner, Z. and Hamacher, H.W., Eds., "*Facility Location: Applications and Theory*", New York, Springer-Verlag, 373-408.
- Campbell, A. M., Lowe, T. J., & Zhang, L. (2007). "The p-hub center allocation problem". *European Journal of Operational Research*, 176(2), 819-835.
- Ernst, A. T., Hamacher, H., Jiang, H., Krishnamoorthy, M., & Woeginger, G. (2009). "Uncapacitated single and multiple allocation p-hub center problems". *Computers & Operations Research*, 36(7), 2230-2241.
- Ernst, A. T., & Krishnamoorthy, M. (1996). "Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem". *Location science*, 4(3), 139-154.
- Farahani, R. Z., Hekmatfar, M., Arabani, A. B., & Nikbaksh, E. (2013). "Hub location problems: A review of models, classification, solution techniques, and application". *Computers & Industrial Engineering*, 64(4), 1096-1109.
- Farahani, R.Z., Hekmatfar, M., (2009). *Facility Location: Concepts, Models, Algorithms and Case Studies*, Germany, physica-verlag, pp.243-270.
- Glover, F., Kochenberger, G.A. (2003). *Handbook of metaheuristics*, Springer.
- Hamacher, H. W., & Meyer, T. (2006). *Hub cover and hub center problems*. Technische Universität Kaiserslautern, Fachbereich Mathematik.
- Kara, B. Y., & Tansel, B. C. (2000). "On the single - assignment p-hub center problem". *European Journal of Operational Research*, 125(3), 648-655.
- Meyer, T., Ernst, A. T., & Krishnamoorthy, M. (2009). "A 2-phase algorithm for solving the single allocation p -hub center problem". *Computers & Operations Research*, 36(12), 3143-3151.
- Lingo به‌عنوان نرم‌افزار بهینه‌ساز، ارزیابی شد. نتایج حاصل از مثال‌های حل شده حاکی از آن است که الگوریتم‌های توسعه داده شده می‌توانند با صرف زمان‌های اجرای بسیار کم، راه‌حل‌هایی با کیفیت مناسب تولید کنند. در مقایسه دو الگوریتم ACO و SA از آنجایی که مسائل مکان‌یابی جزء مسائل طراحی محسوب می‌شوند و میزان اهمیت کیفیت راه‌حل نهایی به مراتب از میزان زمان اجرای صرف شده بیشتر است، الگوریتم ACO کارایی بالاتری نسبت به الگوریتم SA داشته است.
- از جمله موضوعات مناسب برای مطالعات آتی می‌توان به این موارد اشاره کرد: به‌کارگیری مدل ریاضی ارائه شده در کاربردهایی نظیر سیستم‌های حمل‌ونقل یا توزیع بار، بررسی مسئله در شرایط عدم قطعیت، بررسی مسئله در حالت تخصیص چندگانه و بررسی مسئله با لحاظ کردن ظرفیت برای مسیرهای انتقال جریان.

References

- Alumur, S., & Kara, B. Y. (2008). "Network hub location problems: The state of the art". *European Journal of Operational Research*, 190(1), 1-21.
- Bashiri, M., & Mirzaei, M. (2008). "Hybrid Fuzzy Capacitated Hub Center Allocation Problem with both qualitative and quantitative variables". *World Applied Sciences Journal*, 5(4), 507-516.
- Baumgartner, S. (2003). Polyhedral analysis of hub center problems (Doctoral dissertation, Technische Universität Kaiserslautern).
- Blum, C., & Roli, A. (2003). "Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison". *ACM Computing Surveys (CSUR)*, 35(3), 268-308.
- Campbell, J. F. (1994). "Integer programming formulations of discrete hub location

O'Kelly, M. E. (1987). "A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities". *European Journal of Operational Research*, 32(3), 393-404.

O'Kelly, M. E., & Miller, H. J. (1994). "The hub network design problem: a review and synthesis". *Journal of Transport Geography*, 2(1), 31-40.

Pamuk, F. S., & Sepil, C. (2001). A solution to the hub center problem via a single-relocation algorithm with tabu search. *IIE Transactions*, 33(5), 399-411.

-
- ¹-Hub location
 - ²-O'Kelly
 - ³-Miller
 - ⁴-Campbell
 - ⁵-Alumur
 - ⁶-Kara
 - ⁷-Tansel
 - ⁸-Non-polynomial complete
 - ⁹-Hub center allocation
 - ¹⁰-Beners' decomposition
 - ¹¹-Greedy search
 - ¹²-Tabu Search
 - ¹³-Simulated Annealing
 - ¹⁴-Genetic Algorithm
 - ¹⁵-Pamuk
 - ¹⁶-Sepil
 - ¹⁷-Meyer
 - ¹⁸-Ant Colony Optimization
 - ¹⁹-Baumgartner
 - ²⁰-Hamacher
 - ²¹-Ernst
 - ²²-Binary search
 - ²³Australian Post
 - ²⁴-Hub radius
 - ²⁵-Blum
 - ²⁶-Roli
 - ²⁷-Glover
 - ²⁸-Kochenberger
 - ²⁹-Markov chain length
 - ³⁰-Cooling factor
 - ³¹-Pheromone
 - ³²-Local evaporation
 - ³³-Exploration
 - ³⁴-Heuristic biases
 - ³⁵-Exploitaion
 - ³⁶-Krishnamoorthy