

## Optimal Outsourcing Strategy Determination and Pricing Model in Dual-Channel Supply Chain under Uncertainty

**Mahboobeh Honarvar\***

Assistant professor, Department of Industrial Engineering, Yazd University, Iran,  
mhonarvar@yazd.ac.ir

**Hossein Rezaee**

MA., Department of Industrial Engineering, Yazd University, Iran,  
hossein.rezaei92@gmail.com

**Abstract:** In the past, traditional channel or retailer was used for selling products but with the development of e-commerce, a large company in the world considers another sale channel like websites. Considering the existence of two channels for sale, choosing the right strategy for pricing has become important. In pricing and production planning, risk is a very important factor. In this paper, outsourcing policies have been used to deal with risks and a new mathematical model is presented for simultaneous decision-making on pricing and outsourcing in a three-level and two-channel supply chain despite uncertainty. In this paper, a nonlinear model is presented for supply chain profit function. According to the complexity of profit function, a meta-heuristic algorithm based on simulated annealing and scenario-based stochastic model are used to solve the proposed model. The initial parameters of this algorithm are set by Taguchi method. The computational results and sensitivity analysis indicate the effectiveness of the proposed solving method for problem solving.

**Keywords:** Dual-channel Supply Chain, Risk, Disruption Management, Pricing

**Introduction:** The rapidly expanding Internet provides an opportunity for organizations to distribute their products via a direct channel, while continuing to sell their products through the traditional retail channel. Although a hybrid channel strategy provides firms with many benefits and enables them to capture a larger share of the market, combining the retail distribution channel with direct channel may pose some challenges (Chiang et al., 2003). A comprehensive review of multi-channel models can be found in Cattani et al. (2004) and Tsay and Agrawal (2004). On the other hand, the disruption in supply networks is an important supply chain risk. Natural or man-made disasters such as equipment breakdowns, labors trikes, traffic interruptions, earthquakes, floods, and hurricanes may cause supply disruptions (Chen & Xiao, 2015). In this paper, we focus on supply disruption which happened by production downtime. One of the most common policies for risk mitigation is flexible multiple-sourcing. We use both the regular production run and the outsourcing mode due to the production disruption risk and uncertainty of capacity allocation. One of the applied studies conducted on pricing and disruption management is by Huang et al. (2013) in which production costs are disrupted. Yu et al. (2009) focus on evaluating the impacts of supply disruption risks on the choice between the famous single and dual sourcing methods in a two-stage supply chain with a non-stationary and price-sensitive demand. Chen and Xiao, et al (2015) developed supply chain game models with multiple uncertainties, and outsourcing mode due to his production disruption risk and uncertainty of capacity allocation. In the literature examined, the effect of outsourcing on pricing and production planning in dual channel supply chain which is under disruption risks is not taken into account.

**Materials and Methods:** We consider a dual channel supply chain in which a manufacturer sells to retailers as well as directly to end customers. The manufacturer sells the products to the retailer at wholesale price  $w$ . The retailer sells the products to end customers at retail price  $P_r$ . The manufacturer sells the products to end customers directly at direct sale price  $P_o$ . We assume that the channel demand functions in the two channels are

---

\* Corresponding author

Copyright © 2019, University of Isfahan. This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>), which permits others to download this work and share it with others as long as they credit it, but they cannot change it in any way or use it commercially.

random and linear in self-price and cross-price effects. Regular production capacity of the manufacturer is denoted by  $Y$ . We assume production is subject to a random disruption risk, and with disruption, the regular production will reach zero. The probability of disruption of production will be indicated by  $P$ . When the supply disruption occurs, the manufacturer cannot fulfill the order from the retailer. Therefore, we assume that in addition to a regular production run, the manufacturer has access to an outsourcing option with the higher procurement cost and the outsourcing production is perfectly reliable. The expected total profit for integrated dual channel supply chain is obtained as follows which comprises total revenue, production, holding, and shortage costs in both manufacturer and retailer under both disruption and non-disruption situations.

$$E(\pi_m) + E(\pi_r) = E\{P[P_o \min\{d_o, I - X\} - h_m \max\{I - X - d_o, 0\} - g_m \max\{d_o + X - I, 0\} - c_o \min\{I - X, d_o\}] + (1 - P) \times [P_o \min\{d_o, I + Y - X\} - h_m \max\{I + Y - X - d_o, 0\} - g_m \max\{d_o + X - Y - I, 0\} - c_o \min\{I + Y - X, d_o\} - Yc_1] - Ic_2 + wX\} + E\{[P_r \min\{d_r, X\} - h_r \max\{X - d_r, 0\} - g_r \max\{d_r - X, 0\} - c_r \min\{X - d_r\} - wX]\}$$

Then, to simplifying the model, the problem is remodeled based on scenarios

**Results and Discussion:** In this study, in order to achieve an optimal pricing and outsourcing, simulated annealing algorithm (SA) is developed. To get better output from SA, the initial solution is obtained from the scenario-based model which is solved by GAMS. This solution is used in SA algorithm. This method shows that the combination of SA and scenario based model in this specific way can adapt advantages of both methods. The sensitivity analysis show that with the increased sensitivity of direct channel demand or indirect channel demand to the price, the price of both channels decreases. With increasing the potential market demand, prices will rise. With increasing cost of outsourcing, prices on both channels are reduced.

**Conclusion:** In this paper, a non-linear stochastic model for pricing and determining the amount of outsourcing in the dual channel supply chain with disruption was presented. Regarding the non-linearity and complexity of model, the simulated annealing algorithm was used to solve the model. To improve the algorithm and approaching the answer to the optimal answer, the initial response value in the algorithm was obtained using a scenario-based model used in the algorithm.

## References

- Cattani, K., Gilland, W. G., & Swaminathan, J. M. (2004). Coordinating Traditional and Internet Supply Chains. In *Handbook of Quantitative Supply Chain Analysis, Modeling in the eBusiness Era*, PP. 643–80.
- Chen, K., & Xiao, T. (2015). Outsourcing strategy and production disruption of supply chain with demand and capacity allocation uncertainties. *International Journal of Production Economics*, 170, 243-257.
- Chiang, W. Y. K., Chhajed, D., & Hess, J. D. (2003). Direct marketing, indirect profits: A strategic analysis of dual-channel supply-chain design. *Management science*, 49(1), 1-20.
- Huang, S., Yang, C., & Liu, H. (2013). Pricing and production decisions in a dual-channel supply chain when production costs are disrupted. *Economic Modelling*, 30, 521-538.
- Tsay, A. A., & Agrawal, N. (2004). Modeling conflict and coordination in multi-channel distribution systems: A review. In *Handbook of quantitative supply chain analysis* (pp. 557-606). Springer, Boston, MA.
- Yu, H., Zeng, A. Z., & Zhao, L. (2009). Single or dual sourcing: decision-making in the presence of supply chain disruption risks. *Omega*, 37(4), 788-800.

مدیریت تولید و عملیات، دوره ۱۰، پیاپی ۱۸، شماره ۱، بهار و تابستان ۱۳۹۸

دریافت: ۱۳۹۶/۱۲/۰۹ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۹/۲۶

صص: ۱۷۴-۱۵۵

## تعیین استراتژی بهینه برون‌سپاری و ارائه مدل قیمت‌گذاری در محیط زنجیره تأمین دوکاناله در شرایط عدم قطعیت

محبوبه هنرور<sup>۱\*</sup>، حسین رضایی<sup>۲</sup>

۱- استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه یزد، ایران، mhonarvar@yazd.ac.ir

۲- کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه یزد، ایران، hossein.rezaei92@gmail.com

**چکیده:** در گذشته معمولاً کانال سنتی یا همان خرده‌فروش‌ها برای فروش محصولات استفاده می‌شد؛ اما با توسعه یافتن تجارت الکترونیک، شرکت‌ها به فکر ایجاد کانال‌های فروش دیگری مانند وبسایت‌ها افتاده‌اند. با توجه به وجود دو کانال برای فروش، انتخاب استراتژی مناسب برای قیمت‌گذاری اهمیت زیادی پیدا کرده است. همچنین در مبحث قیمت‌گذاری و برنامه‌ریزی تولید، ریسک فاکتور بسیار مهمی است. در این مقاله از سیاست برون‌سپاری برای مقابله با ریسک، استفاده و مدل ریاضی جدیدی برای تصمیم‌گیری هم‌زمان مباحث قیمت‌گذاری و برون‌سپاری در زنجیره تأمین سه‌سطحی و دوکاناله با وجود عدم قطعیت ارائه شده است. در مقاله ابتدا مدل غیرخطی برای سود زنجیره ارائه شده است؛ سپس با توجه به پیچیده بودن مدل از روش فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید و مدل‌سازی احتمالی براساس سناریو برای حل مدل پیشنهادی استفاده شده است. پارامترهای اولیه این الگوریتم با روش تاگوچی تنظیم می‌شوند. نتایج محاسباتی و تحلیل حساسیت نشان‌دهنده کارایی روش حل پیشنهادی برای حل مسئله است.

**واژه‌های کلیدی:** زنجیره تأمین دوکاناله، ریسک، مدیریت اختلالات، قیمت‌گذاری

## مقدمه

از جمله مباحثی که امروزه در حوزه مدیریت زنجیره تأمین مطرح است، موضوع "کانال‌های چندگانه فروش" و "قیمت‌گذاری" در این کانال‌ها است. امروزه تولیدکننده‌های بزرگ از هر دو کانال فروش استفاده می‌کنند. استفاده هم‌زمان از هر دو کانال، یک کانال فروش یکپارچه و ترکیبی ایجاد می‌کند که برای افزایش سود کل زنجیره مؤثر واقع شده است (چیانگ<sup>۱</sup>، چاجد<sup>۲</sup> و هس<sup>۳</sup>، ۲۰۰۳). رقابت بین دو کانال برای رسیدن به سهم بیشتری از بازار است؛ بنابراین هر دو کانال در پی متقاعد کردن مصرف‌کنندگان به خرید از خودشان‌اند. از جمله فاکتورهایی که در افزایش تقاضا در کانال مستقیم فروش تأثیر دارد، دسترسی مناسب، تحویل سریع و قیمت کالا است. از بین فاکتورهای نام‌برده، مهم‌ترین عامل که باعث ایجاد رقابت با کانال غیرمستقیم فروش می‌شود، بحث قیمت تمام‌شده کالا برای مصرف‌کننده است؛ از این رو رقابت اصلی دو کانال فروش در این پژوهش، تعیین قیمت مناسب با هدف جذب سهم بیشتری از بازار و افزایش سود است.

در حوزه زنجیره تأمین دوکاناله و چندکاناله دو مقاله مروری (کاتانی<sup>۴</sup> و همکاران، ۲۰۰۴؛ تسای<sup>۵</sup> و اگراوال<sup>۶</sup> ۲۰۰۴a) وجود دارد. پژوهشگران با بررسی کانال سنتی به این نتیجه دست یافتند که خرده‌فروش و تولیدکننده بدون استفاده از کانال مستقیم برای فروش موجب افزایش قیمت خرده‌فروش، کاهش فروش و کاهش سود می‌شوند؛ اما با استفاده از کانال مستقیم فروش این کاستی‌ها رفع می‌شود (چیانگ<sup>۷</sup>، چاجد و هس ۲۰۰۳). تسای و اگراوال (۲۰۰۴b) مدلی را توسعه داده‌اند و دریافتند که کارایی کل سیستم‌های دوکاناله با استفاده از اصلاح شرایط قیمت‌گذاری عمده‌فروشی افزایش می‌یابد. کومار<sup>۸</sup> و روان<sup>۹</sup> (۲۰۰۶) تأثیر استراتژیک ویژگی‌های محصول و بازار را روی تصمیمات تولیدکننده برای تکمیل کردن کانال فروش با استفاده از کانال مستقیم و آنلاین بررسی کردند. سو<sup>۱۰</sup> و همکاران (۲۰۱۴) تأثیر ایجاد قراردادهای هماهنگ‌کننده را در زنجیره تأمین با کانال دوگانه فروش و شرایط ریسک‌گریزی اعضای زنجیره بررسی کردند. هوآنگ<sup>۱۱</sup>، یانگ<sup>۱۲</sup> و ژانگ<sup>۱۳</sup> (۲۰۱۲) مدل تولید و قیمت‌گذاری در زنجیره تأمین دوکاناله را با در نظر گرفتن اختلال در تقاضا در طول افق برنامه‌ریزی ارائه داده‌اند. هوآنگ، یانگ و لیو<sup>۱۴</sup> (۲۰۱۳) در مقاله دیگری همین مسئله را این بار با در نظر گرفتن اختلال در هزینه‌های تولید در نظر گرفتند. سو<sup>۱۵</sup> و همکاران (۲۰۱۴) اثر ترانس ریسک را بر تصمیمات قیمت تولیدکننده و خرده‌فروش در زنجیره دوکاناله بررسی کردند. آنها از قرارداد تقسیم درآمد برای هماهنگی زنجیره استفاده کردند و نشان دادند چگونه ریسک بر قرارداد تأثیرگذار است. شیائو<sup>۱۶</sup>، چویی<sup>۱۷</sup> و چنگ<sup>۱۸</sup> (۲۰۱۴) از قیمت‌گذاری استکلبرگ برای بررسی تغییرات تولید و ساختار زنجیره در حالت ارائه محصولات استاندارد از طرف خرده‌فروش و محصولات سفارشی از طرف کانال آنلاین استفاده کردند.

در مبحث قیمت‌گذاری و برنامه‌ریزی تولید، ریسک فاکتور بسیار مهمی است و تأثیر زیادی روی مقدار تولید و قیمت محصولات دارد. ریسک زنجیره تأمین به صورت وقوع بالقوه یک رخداد یا شکست در استفاده از فرصت‌ها (به نحوی که موجب زیان‌های مالی برای شرکت می‌شود) یا به صورت هر ریسکی در اطلاعات، جریان مواد و تولید از تأمین مواد اولیه تا تحویل محصول نهایی به مشتری تعریف می‌شود. در حوزه زنجیره تأمین، ریسک به دو گروه ریسک‌های داخلی (مانند ریسک تولید و توزیع، ریسک تقاضا، ریسک عرضه و غیره) و ریسک‌های خارجی (مانند اختلال (بلاهای طبیعی، حملات تروریستی و غیره)، عدم قطعیت پارامترهای اقتصادی (نوسانات نرخ مبادله ارز و غیره)) دسته‌بندی می‌شود. چشم‌پوشی از این ریسک‌ها بر عملکرد زنجیره تأمین تأثیر منفی می‌گذارد.

در دو دهه اخیر، در بسیاری از صنایع از جمله مخابرات، الکترونیک و خودروسازی استفاده از پدیده برون‌سپاری و قراردادهای ساخت با هدف کاهش هزینه‌ها و رسیدن به کارایی عملیاتی و مقابله با ریسک افزایش زیادی داشته است (مکی‌پور<sup>۱۹</sup>، ۲۰۰۳). سازندگان در سطح جهانی که تصمیم به برون‌سپاری محصولات و مؤلفه‌های کلیدی می‌گیرند، بیشتر منبع‌یابی چندگانه را برای این کار ترجیح می‌دهند. علت این امر عمدتاً فائق آمدن بر ریسک عدم ارضای تقاضای مشتریان، مصونیت در برابر شکست تأمین‌کننده و دسترسی به مجموعه گسترده‌تری از قابلیت‌های تأمین‌کنندگان ذکر می‌شود (اسلک<sup>۲۰</sup>، ۲۰۰۷).

قسمت دوم مرور ادبیات مربوط به بررسی اثر اختلال و راهکارهای ارائه شده برای مقابله با آن در زنجیره تأمین است. کلیندورفر<sup>۲۱</sup> و ساد<sup>۲۲</sup> (۲۰۰۵) ریسک مربوط به اختلالات طبیعی را در نظر گرفتند. این ریسک ممکن است بر اثر بلایای طبیعی یا اشتباهات انسانی ایجاد شود. تاملین<sup>۲۳</sup> (۲۰۰۶) مدلی تک‌محصوله را بررسی کرده است که تولیدکننده منابع خود را از دو تأمین‌کننده تأمین می‌کند؛ این در حالی است که یکی از تأمین‌کننده‌ها قابل اطمینان و دیگری غیرقابل اطمینان است. تانگ<sup>۲۴</sup> (۲۰۰۶) در مقاله‌ای از استراتژی‌های استوار برای کاهش اختلالات زنجیره تأمین استفاده کرده است. استراتژی‌های مشخصی که او ارائه کرده، با هدف رسیدن به دو خاصیت بوده است؛ نخست، این استراتژی‌ها زنجیره تأمین را قادر سازند تا نوسانات ذاتی را بدون توجه به اختلالات عمده بررسی کند. دوم، این استراتژی‌ها موجب افزایش انعطاف‌پذیری زنجیره تأمین در مواجهه با این اختلالات شوند. همچنین ایروانی (۱۳۸۷) ارتباط بین عوامل ایجادکننده آسیب‌پذیری زنجیره تأمین و انواع ریسک زنجیره تأمین را بررسی کرده است. او از یک جامعه آماری مربوط به صنعت خودروسازی و از رویکرد پرسشنامه برای کشف این ارتباط استفاده کرده است. محتشمی و الفت (۱۳۹۱) توانایی ساخت یا خرید را در حالت عدم قطعیت در خطوط تولیدی با زمان‌های تصادفی با استفاده از رویکرد شبیه‌سازی و رویکرد منطق فازی بررسی کرده‌اند. فکور و همکاران (۱۳۹۳) با بهره‌گیری از نظر خبرگان (روش دلفی) مدلی برای قابلیت ارتجاعی زنجیره تأمین برای رقابت‌پذیری در شرکت‌های خودروسازی ایران ارائه داده‌اند. در مدل آنها منبع‌یابی چندگانه یکی از عوامل مهم برای افزایش قابلیت ارتجاعی زنجیره تأمین تعیین شده است.

گو<sup>۲۵</sup>، تاگارس<sup>۲۶</sup> و گاو<sup>۲۷</sup> (۲۰۱۴) در مقاله‌ای زنجیره تأمین معکوسی را بررسی کردند که زیر چهار نوع مختلف از اختلال در تأمین‌اند. هرکدام از این اختلال‌ها دارای اثرات مشخصی روی اعضای زنجیره‌اند. در این پژوهش آنها با استفاده از رویکرد سیستم‌های پویا به نتایج مناسبی دست یافتند. یزدانی و همکاران (۱۳۹۳) در پژوهشی طراحی شبکه‌ای مشابه با مقاله کیاو را با در نظر گرفتن مشتریان ثانویه انجام داده‌اند و برای بررسی شبکه طراحی شده مدل ریاضی غیرخطی عدد صحیح مختلط را در حالت چندمحصولی با هدف حداکثرکردن سود ارائه کرده‌اند. یو<sup>۲۸</sup> زنگ<sup>۲۹</sup>، ژاو<sup>۳۰</sup> (۲۰۰۹) در مقاله‌ای تأثیر ریسک‌های اختلال را روی انتخاب بین روش تک‌منبعی و دومنبعی برای تأمین قطعات در یک زنجیره تأمین دوسطحی با تقاضای غیرثابت و حساس به قیمت، بررسی کرده‌اند. آنها ریسک اختلال را به صورت احتمالی در نظر گرفتند. سینها<sup>۳۱</sup> و سارما<sup>۳۲</sup> (۲۰۰۷) مدلی ریاضی برای تحلیل موقعیت‌های از دست دادن فروش از منظر هماهنگی زنجیره تأمین توسعه داده‌اند. لیو<sup>۳۳</sup> و ناگورنی<sup>۳۴</sup> (۲۰۱۱) در مقاله‌ای اثرات ریسک معاملات خارجی و افزایش رقابت روی زنجیره تأمین را بررسی کرده‌اند. این بررسی در حالی انجام شده است که فعالیت‌های برون‌سپاری دریایی باشند. چن<sup>۳۵</sup> و شیائو<sup>۳۶</sup> (۲۰۱۵) در مقاله‌ای زنجیره

تأمینی را بررسی کرده‌اند که هم‌زمان متأثر از عدم قطعیت تقاضا و اختلالات تولیدی است. در این مقاله برای افزایش سود اعضای زنجیره از استراتژی‌های برون‌سپاری استفاده کرده‌اند. کریم میان، قدس پور و قیدر خلیجانی (۱۳۹۵) مدلی برای انتخاب تأمین‌کنندگان در شرایط اختلال ارائه داده‌اند که میزان هم‌خوانی و هم‌تکاملی بین تأمین‌کنندگان و توانمندی آنها را در ایجاد تعامل با یکدیگر به صورت یک معیار ارائه داده‌اند. با بررسی‌های انجام‌شده تاکنون مدلی ارائه نشده است که اثر اختلال و برون‌سپاری را در زنجیره تأمین چندکاناله بررسی کند. در این مقاله این مبحث بررسی می‌شود.

این پژوهش یک زنجیره تأمین سه‌سطحی شامل تولیدکننده، خرده‌فروش و مصرف‌کننده را بررسی می‌کند. در این زنجیره از دو کانال برای فروش محصولات استفاده شده است. کانال‌های فروش شامل کانال سنتی فروش و کانال آنلاین فروش است. کانال سنتی همان کانال غیرمستقیم است که در آن فروش از طریق خرده‌فروش انجام می‌شود و کانال مستقیم، فروش خود را از طریق اینترنت و به صورت آنلاین انجام می‌دهد. میزان مصرف در دو کانال وابسته به قیمت و احتمالی در نظر گرفته شده است. همچنین به دلیل وجود ریسک در طراحی زنجیره تأمین، تأثیر ریسک عدم قطعیت برای هر سه سطح زنجیره در هر دو کانال فروش مستقیم و سنتی بررسی می‌شود. در این مطالعه تأثیر ریسک به دو صورت عدم قطعیت تقاضا و احتمال وقوع اختلال و خرابی در تسهیلات زنجیره روی مدل اعمال شده است. با توجه به عدم قطعیت موجود در مسئله و امکان از کار افتادن روند تولید برای تأمین تقاضاها و سفارشات واردشده به زنجیره، تولیدکننده مجاز است تا از استراتژی برون‌سپاری استفاده کند؛ بنابراین تعیین میزان برون‌سپاری با توجه به مقدار تقاضا و هزینه برون‌سپاری از نکات مهم این بحث است.

در ادامه و در قسمت ۲ روش پژوهش (شامل مفروضات و مدل‌سازی ریاضی و الگوریتم حل) بررسی می‌شود. ارائه مثال عددی و تحلیل حساسیت در قسمت ۳ آورده شده است. در پایان نتیجه‌گیری و پیشنهاد برای کارهای آتی بیان شده است.

## روش پژوهش

پژوهش حاضر پژوهشی توسعه‌ای است که هدف از انجام آن، ایجاد معرف جامع‌تر از نتایج پژوهش‌های انجام‌شده و گسترش دامنه مطالعات این پژوهش‌ها است. در ادامه پژوهش‌های قبلی برای بررسی ابعاد و موضوعات تکمیلی انجام می‌شود.

قلمروی موضوعی مسئله به شرح زیر است:

- ۱- مدل‌سازی در محیط زنجیره تأمین دوکاناله انجام شده است؛
- ۲- در مدل، اثر اختلال در تولید در نظر گرفته شده است و برای مقابله با اختلال از رویکرد برون‌سپاری استفاده شده است؛
- ۳- متغیرهای اصلی مدل مقادیر قیمت در دو کانال زنجیره و مقدار برون‌سپاری بهینه است؛
- ۴- تقاضا و ایجاد اختلال احتمالی است و سایر پارامترها قطعی‌اند.

داده‌های مسئله به صورت تصادفی تولید شده‌اند و از مدل‌سازی ریاضی برای مدل‌کردن سود زنجیره تأمین استفاده شده است. حل مدل با استفاده از نرم‌افزارهای گمز و MATLAB استفاده شده است.

## فرضیات مسئله

در کانال غیرمستقیم، فروش به صورت سنتی و از طریق خرده‌فروش انجام می‌شود؛ به این صورت که تولیدکننده محصولات را با قیمت واحد  $w$  به خرده‌فروش واگذار می‌کند و خرده‌فروش همان محصول را با قیمت  $P_r$  به مصرف‌کننده می‌فروشد و هیچ‌گونه خدمات دیگری ارائه نمی‌دهد. دیگر کانال فروش به صورت آنلاین است؛ یعنی مصرف‌کننده کالای مدنظر خود را از طریق سایت و با قیمت  $P_o$  از تولیدکننده خریداری می‌کند. به دلیل وجود دو کانال برای فروش محصولات، رقابت بین دو کانال برای دستیابی به سهم بیشتری از بازار وجود دارد. عامل مهمی که در این رقابت تأثیرگذار است و در این مقاله بررسی می‌شود، قیمت فروش محصولات در دو کانال است. این رقابت به صورت شماتیک در شکل (۱) نمایش داده شده است. مطابق با کومار و روان (۲۰۰۶) مصرف‌کنندگان به دو دسته تقسیم شده‌اند که عبارتند از مصرف‌کنندگان وفادار به خرده‌فروش و وفادار به تولیدکننده. برای مصرف‌کنندگان وفادار به خرده‌فروش تولیدکننده مهم نیست؛ یعنی آنها محصول را از فروشگاه مدنظر خود تهیه می‌کنند و برند برای آنها اهمیت ندارد؛ اما مصرف‌کنندگان وفادار به تولیدکننده فقط در پی برند تولیدکننده مدنظر خود هستند. درصد مصرف‌کنندگانی که وفادار به خرده‌فروش هستند با نرخ  $k$  تعیین می‌شوند و سایر مصرف‌کنندگان به تولیدکننده وفادارند. تولیدکننده برای تأمین کردن تقاضای دو کانال از دو گزینه استفاده می‌کند. قسمتی از تقاضا از طریق تولید داخلی تولیدکننده تأمین می‌شود. ظرفیت تولید داخلی به صورت قطعی و از پیش تعیین شده است و با  $Y$  نشان داده می‌شود.



شکل ۱- رقابت در زنجیره تأمین

فرض دیگر در این مقاله وقوع اختلالاتی است که موجب از کار افتادن فرآیند تولید شود و در آن صورت میزان تولید به صفر می‌رسد. احتمال وقوع اختلال در تولید با  $P$  نشان داده می‌شود. در این شرایط تولیدکننده از سیاست برون‌سپاری استفاده می‌کند؛ به این صورت که محصول مدنظر به صورت کامل با قیمتی که بیشتر از هزینه تولید است از دیگر تولیدکننده‌ها خریداری می‌شود تا تولیدکننده بتواند پاسخ‌گوی تقاضای موجود باشد. با توجه به احتمالی بودن وقوع اختلال در تولید و ماهیت تقاضا و زمان انتظار تکمیل محصولات برون‌سپاری شده، تولیدکننده موظف است مقدار برون‌سپاری خود را در ابتدای هر دوره و قبل از مشخص شدن اختلال تعیین کند. خرده‌فروش نیز در ابتدای هر دوره میزان سفارش خود را به تولیدکننده اعلام می‌کند و تولیدکننده موظف است میزان سفارش خرده‌فروش را تأمین کند؛ یعنی سفارش خرده‌فروش اولویت بیشتری دارد. در صورتی که تولیدکننده و

خرده‌فروش نتواند تقاضاهای خود را تأمین کنند متحمل هزینه کمبود می‌شوند و کالاهای اضافه بر تقاضا متحمل هزینه نگهداری می‌شوند. در این پژوهش فرض شده است تصمیمات زنجیره تأمین به صورت هماهنگ و یکپارچه انجام می‌شود، به طوری که سود کل زنجیره حداکثر شود.

### مدل احتمالی غیرخطی پیوسته (مدل I)

متغیرهای تصمیم در نظر گرفته شده در این مدل عبارتند از قیمت عمده، قیمت خرده‌فروش، قیمت فروش آنلاین، میزان سفارش خرده‌فروش از تولیدکننده و میزان برون‌سپاری. همان‌طور که در بخش‌های قبل اشاره شد تقاضای وارد شده به دو کانال، غیرقطعی است. تابع تقاضا برای دو کانال به صورت روابط خطی (۱) و (۲) در نظر گرفته شده است:

$$d_o = a_o - b_1 P_o + b_2 P_r \quad (۱)$$

$$d_r = a_r - b_3 P_r + b_4 P_o \quad (۲)$$

به طوری که  $d_o$  مقدار تقاضای کانال آنلاین،  $d_r$  مقدار تقاضای خرده‌فروش،  $P_o$  قیمت فروش در کانال آنلاین،  $P_r$  قیمت فروش خرده‌فروش،  $b_1$  کشش قیمتی تقاضای کانال آنلاین است.  $b_2$  کشش متقابل قیمتی تقاضای کانال آنلاین است که درجه جابه‌جایی و جانشینی تقاضا بین دو کانال را نشان می‌دهد.  $b_3$  کشش قیمتی تقاضای کانال خرده‌فروش،  $b_4$  کشش متقابل قیمتی تقاضای کانال خرده‌فروش،  $a_o$  تقاضای بالقوه کانال آنلاین و  $a_r$  تقاضای بالقوه کانال خرده‌فروش است. تقاضای بالقوه برای کانال‌های آنلاین و خرده‌فروش به ترتیب به صورت زیر است:

$$a_o = (1 - S)\tilde{a} + \varepsilon \quad (۳)$$

$$a_r = S\tilde{a} + \varepsilon \quad (۴)$$

که در آن  $S$  ( $0 < S < 1$ ) نرخ وفاداری مصرف‌کننده به خرده‌فروش،  $\tilde{a}$  مقدار میانگین تقاضای بالقوه و  $\varepsilon$  تغییرات احتمالی تقاضا است که از توزیع یکنواخت  $U(A, B)$  پیروی می‌کند. همچنین برای پیاده‌سازی مدل در شرایط واقعی لازم است برخی از روابط درباره قیمت‌ها برقرار باشد؛ برای مثال فرض بر این است که قیمت عمده باید کمتر از قیمت خرده‌فروش باشد؛ یعنی  $P_r > w$ . دلیل در نظر گرفتن این فرض متمایل شدن خرده‌فروش به خرید از تولیدکننده است؛ زیرا با بیشتر بودن قیمت عمده‌فروشی از قیمت خرده‌فروش، خرده‌فروش متحمل ضرر می‌شود. فرض دیگر کمتر بودن قیمت عمده از قیمت آنلاین یعنی  $P_o > w$  است. در صورتی که این فرض برقرار نباشد خرده‌فروش خرید از کانال آنلاین را ترجیح می‌دهد. همچنین قیمت‌ها باید برای سودآور بودن زنجیره از هزینه‌های عملیاتی نیز بیشتر باشند.

لم ۱: حد بالا و پایین برای  $P_r, P_o$  به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\max(c_r, w) \leq P_r \leq \frac{b_4 \tilde{a}(1 - S) + b_1 \tilde{a}S + (b_1 + b_4)B}{b_1 b_3 - b_2 b_4} \quad (۵)$$

$$\max(c_o, w) \leq P_o \leq \frac{b_3 \tilde{a}(1 - S) + b_2 \tilde{a}S + (b_2 + b_3)B}{b_1 b_3 - b_2 b_4} \quad (۶)$$

اثبات کلیه لم‌ها و قضایا در پیوست آورده شده است.



باتوجه به فرض‌های گفته‌شده و شرایط تشریح‌شده سود مورد انتظار تولیدکننده در شرایط عدم قطعیت به صورت زیر فرموله می‌شود:

$$E(\pi_m) = E(P \times (P_o \times \min\{d_o, I - X\} - h_m \times \max\{I - X - d_o, 0\} - g_m \times \max\{X + d_o - I, 0\} - c_o \times \min\{d_o, I - X\}) + (1 - P) \times (P_o \times \min\{d_o, I + Y - X\} - h_m \times \max\{I + Y - X - d_o, 0\} - g_m \times \max\{X + d_o - Y - I, 0\} - c_o \times \min\{d_o, I + Y - X\} - Yc_1) - Ic_2 + wX) \quad (7)$$

معادله (۷) سود تولیدکننده را نشان می‌دهد. در شرایط اختلال، تولیدکننده در ابتدای دوره به میزان  $I$  واحد برون‌سپاری می‌کند. از این مقدار ابتدا سفارش خرده‌فروش را به میزان  $X$  واحد برآورده می‌کند و مابقی محصول از طریق کانال مستقیم به فروش می‌رسد؛ بنابراین  $P_o \min\{d_o, I - X\}$  درآمد حاصل از فروش محصولات در کانال آنلاین و در شرایط وقوع اختلال،  $h_m \max\{I - X - d_o, 0\}$  هزینه نگهداری در شرایط وقوع اختلال،  $g_m \max\{d_o + X - I, 0\}$  هزینه کمبود در شرایط وقوع اختلال،  $c_o \min\{I - X, d_o\}$  هزینه فروش در کانال آنلاین و در شرایط وقوع اختلال است. در صورت نبود اختلال علاوه بر برون‌سپاری، تولید به اندازه  $Y$  واحد وجود دارد؛ بنابراین  $P_o \min\{d_o, I + Y - X\}$  درآمد حاصل از فروش محصولات در کانال آنلاین و در شرایط عدم وقوع اختلال است،  $h_m \max\{I + Y - X - d_o, 0\}$  هزینه نگهداری در شرایط عدم وقوع اختلال،  $g_m \max\{d_o + X - Y - I, 0\}$  هزینه کمبود در شرایط عدم وقوع اختلال،  $c_o \min\{I + Y - X, d_o\}$  هزینه فروش در کانال آنلاین و در شرایط عدم وقوع اختلال،  $Yc_1$  هزینه تولید داخلی،  $Ic_2$  هزینه برون‌سپاری و  $wX$  درآمد حاصل از فروش محصولات به خرده‌فروش است.

باتوجه به اینکه جزء تصادفی در تابع تقاضا متغیر تصادفی  $\varepsilon$  است، مقادیر تابع  $\min(\cdot)$  در تابع سود باتوجه به تغییرات این متغیر تصادفی محاسبه می‌شود؛ برای مثال ترم  $\min\{d_o, I - X\}$  در تابع سود به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\min\{d_o, I - X\} = \begin{cases} d_o & \text{if } d_o < I - X \\ I - X & \text{if } d_o \geq I - X \end{cases} \quad (8)$$

با جایگزاری تابع تقاضای  $d_o$  رابطه ۸ به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\min\{d_o, I - X\} = \begin{cases} d_o & \text{if } (1 - S)\bar{a} + \varepsilon - b_1P_o + b_2P_r < I - X \\ & \text{or } \varepsilon < I - X + b_1P_o - b_2P_r - (1 - S)\bar{a} \\ I - X & \text{if } (1 - S)\bar{a} + \varepsilon - b_1P_o + b_2P_r \geq I - X \\ & \text{or } \varepsilon \geq I - X + b_1P_o - b_2P_r - (1 - S)\bar{a} \end{cases} \quad (9)$$

باتوجه به حدود به دست آمده برای  $\varepsilon$  به ازای هر ترم در تابع سود، مقدار سود مورد انتظار تولیدکننده از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned}
 E(\pi_m) = & (P \times \left( \int_A^{(I-X-\tilde{a}+S\tilde{a}-b_2P_r+b_1P_o)} (P_o - c_o) \times (\tilde{a}(1-S) + b_2P_r - b_1P_o + \varepsilon) f(\varepsilon) d\varepsilon \right. \\
 & + \int_{(I-X-\tilde{a}+S\tilde{a}-b_2P_r+b_1)}^B (P_o - c_o) \times (I-X) f(\varepsilon) d\varepsilon \\
 & - h_m \int_A^{(I-X-\tilde{a}+S\tilde{a}-b_2P_r+b_1)} (I-X - \tilde{a}(1-S) - b_2P_r + b_1P_m - \varepsilon) f(\varepsilon) d\varepsilon \\
 & - g_m \int_{(I-X-\tilde{a}+S\tilde{a}-b_2P_r+b_1)}^B (\tilde{a}(1-S) + b_2P_r - b_1P_o + \varepsilon + X - I) f(\varepsilon) d\varepsilon \\
 & + (1-P) \\
 & \times \left( \int_A^{(I+Y-X-\tilde{a}+S\tilde{a}-b_2P_r+b_1P_o)} (P_o - c_o) \times (\tilde{a}(1-S) + b_2P_r - b_1P_o} \right. \\
 & + \varepsilon) f(\varepsilon) d\varepsilon + \int_{(I+Y-X-\tilde{a}+S\tilde{a}-b_2P_r+b_1P_o)}^B (P_o - c_o) \times (I+Y-X) f(\varepsilon) d\varepsilon \\
 & - h_m \int_A^{(I+Y-X-\tilde{a}+S\tilde{a}-b_2P_r+b_1P_o)} (I+Y-X - \tilde{a}(1-S) - b_2P_r + b_1P_o} \\
 & - \varepsilon) f(\varepsilon) d\varepsilon \\
 & - g_m \int_{(I+Y-X-\tilde{a}+S\tilde{a}-b_2P_r+b_1P_o)}^B (\tilde{a}(1-S) + b_2P_r - b_1P_o + \varepsilon + X - Y} \\
 & \left. - I) f(\varepsilon) d\varepsilon - c_1Y) - c_2I) \right) \quad (10)
 \end{aligned}$$

سود مورد انتظار خرده‌فروش در شرایط عدم قطعیت از رابطه (۱۱) به دست می‌آید. در این رابطه،  $h_r \max\{X - d_r, 0\}$  هزینه نگهداری،  $g_r \max\{d_r - X, 0\}$  هزینه کمبود و  $wX$  هزینه خرید محصول از تولیدکننده است.

$$E(\pi_r) = E(P_r \times \min\{d_r, X\} - h_r \times \max\{X - d_r, 0\} - g_r \times \max\{d_r - X, 0\} - c_r \times \min\{d_r, X\} - wX) \quad (11)$$

پس از تعیین حدود انتگرال تابع سود مورد انتظار خرده‌فروش به صورت رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned}
 E(\pi_r) = & \int_A^{(X-S\tilde{a}-b_4P_o+b_3P_r)} (P_r - c_r)(S\tilde{a} - b_3P_r + b_4P_o + \varepsilon) f(\varepsilon) d\varepsilon \\
 & + \int_{(X-S\tilde{a}-b_4P_o+b_3P_r)}^B (P_r - c_r)(X) f(\varepsilon) d\varepsilon - h_r \int_A^{(X-S\tilde{a}-b_4P_o+b_3P_r)} (X - S\tilde{a} - \varepsilon} \\
 & + b_3P_r - b_4P_o) f(\varepsilon) d\varepsilon \\
 & - g_r \int_{(X-S\tilde{a}-b_4P_o+b_3P_r)}^B (S\tilde{a} - b_3P_r + b_4P_o + \varepsilon - X) f(\varepsilon) d\varepsilon - wX \quad (12)
 \end{aligned}$$

باتوجه به اینکه هدف حداکثرکردن کل سود زنجیره است، دو معادله سود خرده‌فروش و تولیدکننده ادغام و براساس تابع توزیع یکنواخت برای پارامتر  $\varepsilon$  مقدار تابع سود محاسبه شده است.

قضیه ۱: به‌ازای  $P_r$  و  $P_o$  مشخص، تابع سود در زنجیره تأمین یکپارچه نسبت به دو متغیر  $X$  و  $I$  مقعر است.

قضیه ۲: مقدار بهینه  $X$  و  $I$  به‌ازای  $P_r$  و  $P_o$  مشخص از رابطه (۱۳) و (۱۴) به دست می‌آید.

$$X^* = (P_r b_3 - P_o b_4 - S \tilde{a}) + \frac{A(c_2 + h_r) + B(P_r - c_r + c_2 + g_r)}{(P_r - c_r + g_r + h_r)} \quad (۱۳)$$

$$I^* = \frac{I}{(P_o - c_o + h_m + g_m)} ((g_m + h_m - c_o)(\tilde{a}(1 - S) - Y(1 - P) + X + P_r b_2 - P_o b_1) + (g_r + h_r - c_r)(P_r b_3 - P_o b_4 - S \tilde{a} + X) + P_r^2 b_3 - P_o^2 b_1 + P_o P_r (b_2 - b_4) + A(h_m - h_r) + B(P_o - P_r - c_o + c_r + g_m - g_r) + P_r(X - S \tilde{a}) + P_o(X - Y(1 - P) + \tilde{a}(1 - S))) \quad (۱۴)$$

باتوجه به غیرخطی و پیچیده بودن تابع سود در مدل I از مدل احتمالی براساس سناریو برای ساده کردن مدل استفاده شده است. از حل این مدل، جواب اولیه برای حل مدل I به دست می آید.

### مدل احتمالی غیرخطی براساس سناریو (مدل II)

در این مدل با تعریف سناریوهای مختلف، سعی شده است اثر عدم قطعیت به صورت سناریو در مدل در نظر گرفته شود.

#### پارامترها و متغیرهای تصمیم گیری

$Pr^s$ : احتمال وقوع سناریو s

$d_r^s$ : تقاضای کانال غیرمستقیم (خرده فروش) در سناریو s

$d_o^s$ : تقاضای کانال مستقیم (آنلاین) در سناریو s

$\varepsilon^s$ : پارامتر احتمالی تابع در سناریو s

$a_r^s$ : مقدار پایه برای تقاضای کانال خرده فروش در سناریو s

$a_o^s$ : مقدار پایه برای تقاضای کانال آنلاین در سناریو s

s: اندیس مشخص کننده شماره سناریو که  $s = 1, 2, 3$

سایر پارامترها و متغیرهای موجود در مدل مانند مدل قبل هستند.

تابع تقاضا برای دو کانال به صورت روابط خطی (۱۵) و (۱۶) در نظر گرفته شده است.

$$d_o^s = a_o^s - b_1 P_o + b_2 P_r \quad s = 1, 2, 3 \quad (۱۵)$$

$$d_r^s = a_r^s - b_3 P_r + b_4 P_o \quad s = 1, 2, 3 \quad (۱۶)$$

که در آنها مقدار تقاضای بالقوه کانال آنلاین و خرده فروش در هر سناریو با روابط (۱۷) و (۱۸) محاسبه می شود.

$$a_o^s = (1 - S)\tilde{a} + \varepsilon^s \quad s = 1, 2, 3 \quad (۱۷)$$

$$a_r^s = S\tilde{a} + \varepsilon^s \quad s = 1, 2, 3 \quad (۱۸)$$

باتوجه به اینکه مدل (I) غیرخطی است، حل مدل دشوار است. دلیل پیچیدگی این مدل وجود متغیر  $\varepsilon$  است که دارای توزیع احتمالی است؛ بنابراین با سناریویی کردن پارامتر  $\varepsilon$  مدل ساده می شود. از جواب به دست آمده در این قسمت به عنوان جواب اولیه برای حل مدل غیرخطی پیوسته با شبیه سازی تبرید استفاده می شود. به این ترتیب فرض می شود ۳ سناریوی مختلف برای  $\varepsilon$  ایجاد می شود.  $\varepsilon$  که از توزیع یکنواخت  $U(A, B)$  پیروی می کند، به ترتیب حد پایین  $(A)$ ، میانگین  $(\frac{A+B}{2})$  و حد بالای بازه  $(B)$  را دارد. باتوجه به این توضیحات، معادله سود تولیدکننده به صورت زیر است.

$$\pi_m = \sum_{s=1,2,3} (Pr^s (P [P_o \min\{d_o^s, I - X\} - g_m \max\{d_o^s + X - I, 0\} - c_o \min\{I - X, d_o^s\}] + (1 - P) [P_o \min\{d_o^s, Y + I - X\} - h_m \max\{I + Y - X - d_o^s, 0\} - g_m \max\{d_o^s + X - I - Y, 0\} - c_o \min\{I + Y - X, d_o^s\} - Yc_1] - Ic_1 + wX)) \quad (19)$$

معادله (۲۰) نیز معادله سود خرده فروش در حالت سناریویی را نشان می دهد.

$$\pi_r = \sum_{s=1,2,3} (Pr^s [(P_r - c_r) \min\{d_r^s, X\} - wX - h_r \max\{X - d_r^s, 0\} - g_r \max\{d_r^s - X, 0\}]) \quad (20)$$

برای ساده شدن مدل و حل توابع  $\max$  و  $\min$ ، از مدل غیرخطی محدودیت دار زیر استفاده می شود.

$$\max Z = \sum_{s=1,2,3} (Pr^s [P(P_o S_1^s - h_m Q_1^s - g_m B_1^s - c_o S_1^s) + (1 - P)(P_o S_2^s - h_m Q_2^s - g_m B_2^s - c_o S_2^s - c_1 Y) - c_2 I + (P_r - c_r) S_3^s - h_r Q_3^s - g_r B_3^s]) \quad (21)$$

S.t

$$s_1^s \leq (1 - S)(\tilde{a} + \varepsilon^s) - b_1 P_o + b_2 P_r \quad (22)$$

$$s_1^s \leq I - X \quad s = 1, 2, 3 \quad (23)$$

$$s_2^s \leq (1 - S)(\tilde{a} + \varepsilon^s) - b_1 P_o + b_2 P_r \quad (24)$$

$$s_2^s \leq I + Y - X \quad s = 1, 2, 3 \quad (25)$$

$$s_3^s \leq S(\tilde{a} + \varepsilon^s) - b_3 P_r + b_4 P_o \quad (26)$$

$$s_3^s \leq X \quad s = 1, 2, 3 \quad (27)$$

$$Q_1^s - B_1^s = I - X - (1 - S)(\tilde{a} + \varepsilon^s) + b_1 P_o - b_2 P_r \quad (28)$$

$$Q_2^s - B_2^s = I + Y - X - (1 - S)(\tilde{a} + \varepsilon^s) + b_1 P_o - b_2 P_r \quad (29)$$

$$Q_3^s - B_3^s = X - S(\tilde{a} + \varepsilon^s) + b_3 P_r - b_4 P_o \quad (30)$$

$$P_r, P_o, Q_j^s, B_j^s, d_o^s, d_r^s, I, X, s_j^s \geq 0 \quad (31)$$

معادله (۲۱) تابع هدف مسئله را نشان می دهد. این تابع از سه قسمت تشکیل شده است. قسمت نخست سود تولیدکننده در شرایط وقوع اختلال، قسمت دوم سود تولیدکننده در شرایط عدم وقوع اختلال و قسمت سوم سود خرده فروش است. در معادلات (۲۲-۳۰) با استفاده از متغیرهای کمکی  $s_1^s, s_2^s, s_3^s, Q_1^s, B_1^s, Q_2^s, B_2^s, Q_3^s$  و

$B_3^S$  عبارت‌های  $\max$  و  $\min$  در مدل خطی شده است؛ در واقع در این مدل  $Q_1^S$  مقدار موجودی تولیدکننده در حالت وقوع اختلال،  $B_1^S$  مقدار کمبود تولیدکننده در حالت وقوع اختلال،  $Q_2^S$  مقدار موجودی تولیدکننده در حالت عدم وقوع اختلال،  $B_2^S$  مقدار کمبود تولیدکننده در حالت عدم وقوع اختلال،  $Q_3^S$  مقدار موجودی خرده‌فروش،  $B_3^S$  مقدار کمبود خرده‌فروش،  $S_j^S$  متغیرهای مثبت و مقدار فروش در کانال مستقیم و خرده‌فروش را در سناریوهای مختلف نشان می‌دهد و سایر پارامترها و متغیرهای مشابه مدل در شرایط عدم قطعیت هستند.

## الگوریتم حل

### روش شبیه‌سازی تبرید

الگوریتم SA ابتدا از یک جواب اولیه شروع می‌کند و سپس در یک حلقه تکرار به جواب‌های همسایه حرکت می‌کند. اگر جواب همسایه بهتر از جواب فعلی باشد، الگوریتم آن را جواب فعلی قرار می‌دهد (به آن حرکت می‌کند)؛ در غیر این صورت، الگوریتم آن جواب را با احتمال  $\exp(-\Delta E/T)$  به‌عنوان جواب فعلی می‌پذیرد. در این رابطه  $\Delta E$  تفاوت بین تابع هدف جواب فعلی و جواب همسایه است و در صورتی که تابع حداکثرکردن باشد علامت منفی حذف می‌شود.  $T$  پارامتری به نام دما است. در هر دما، چندین تکرار اجرا می‌شود و سپس دما به آرامی کاهش داده می‌شود. مراحل لازم برای اجرای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید از طریق شبه‌کد زیر ارائه شده است.

### مرحله ۱: تعیین مشخصات اولیه الگوریتم

- معرفی تابع هدف  $f(x); x = (x_1, x_2, \dots, x_{n_v})^T$ .
- تعیین درجه حرارت اولیه  $(T_0)$ ، انتخاب جواب اولیه  $(X_0)$  از بین جواب‌های موجه، درجه حرارت نهایی  $(T_f)$ ، حداکثر تعداد تکرار مجاز در هر دما  $(M)$ ، تعداد مجاز جواب رد شده در هر دما (SA-Rej) و تعیین قاعده انجماد.

### مرحله ۲: اجرای الگوریتم

۱. قدم جواب اولیه  $X_0$  و مقدار تابع هدف به‌ازاء آن  $f_0$  را محاسبه کنید.
۲. قدم  $X_c = X_0, X^* = X_0, f_c = f_0, f^* = f_0$  و قرار دهید  $m=1$  و  $SA-Rej=1$ .
۳. قدم جواب همسایگی  $X_n$  را با استفاده از  $X_c$  تولید و  $f_n$  را محاسبه کنید.
۴. قدم محاسبه تغییرات تابع هدف به‌ازاء جواب جدید:  $\Delta f = f_n - f_c$ .
۵. قدم اگر بهبودی حاصل شود، یعنی  $\Delta f > 0$  جواب همسایگی را به‌عنوان جواب جاری بپذیر و قرار دهید  $X_c = X_n, f_c = f_n$  و به قدم ۷ بروید.

۶. قدم اگر  $\Delta f < 0$ ، یک عدد تصادفی  $(r)$  با توزیع یکنواخت در بازه  $(0,1)$  ایجاد کنید. اگر وجود داشته باشد  $exp(\Delta f/kT) > r$ ، جواب همسایگی را به‌عنوان جواب جاری بپذیر  $X_c = X_n, f_c = f_n$  در غیر این صورت جواب  $X_c$  و  $f_c$  بدون تغییر باقی می‌ماند و  $Rej = Rej+1$  و به قدم ۸ بروید.

۷. قدم اگر  $f_c > f^*$  بهترین جواب فعلی را برابر با  $X_c$  قرار دهید:  $f^* = f_c, X^* = X_c$ ؛ در غیر این صورت  $X^*$  و  $f^*$  بدون تغییر باقی می‌ماند.

قدم ۸ اگر  $m=M$  یا  $Rej=SA-Rej$  به قدم ۹ بروید، در غیر این صورت  $m=m+1$  و به قدم ۳ بروید.  
 قدم ۹ دما را براساس قاعده انجماد کاهش دهید  $T=\gamma T$  و  $m=1$  قرار دهید.  
 قدم ۱۰ اگر  $T>Tf$  به قدم ۳ بروید، در غیر این صورت  $X^*$  و  $f^*$  را گزارش کنید.

• نمایش حل‌ها

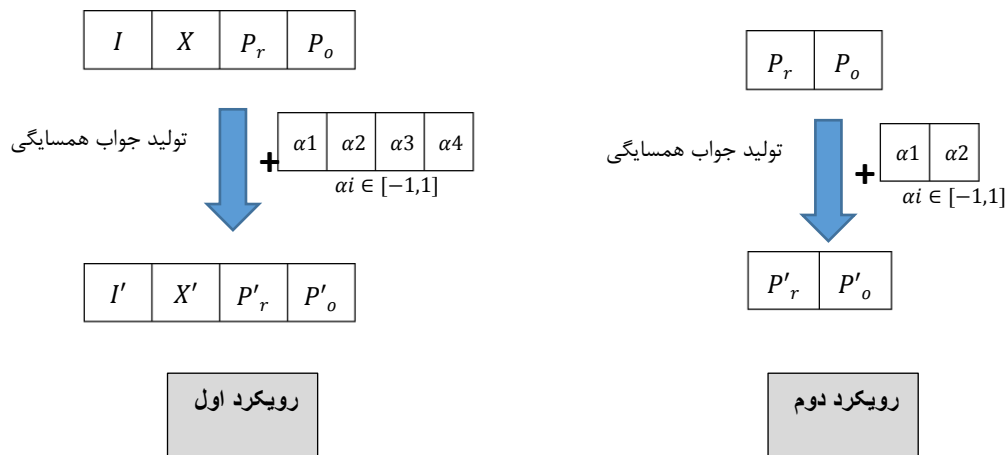
در مدل مفروض متغیرهای اصلی  $P_o, P_r, X$  و  $I$  هستند و همان‌طور که قبلاً ذکر شد این متغیرها مثبت و پیوسته هستند؛ بنابراین این متغیرها می‌توانند هر مقدار مثبتی را با توجه به حدود تعیین شده در لم ۱ اختیار کنند. دو رویکرد برای نمایش حل استفاده شده است. در رویکرد نخست (SA1) برداری با ۴ درایه برای تمام متغیرها در نظر گرفته شده است. در رویکرد دوم (SA2) برداری با دو درایه برای تعیین متغیرهای  $P_o$  و  $P_r$  در نظر گرفته می‌شود. به‌ازاء هر جواب موجه همسایگی، با توجه به قضیه ۲ مقدار  $X$  و  $I$  تعیین می‌شود و سپس مقدار تابع هدف با توجه به مقادیر متغیرها برازش می‌شود.

• انتخاب جواب اولیه

جواب اولیه الگوریتم با توجه به مدل احتمالی براساس سناریو (مدل II) تعیین می‌شود. در این مدل ۳ سناریو در نظر گرفته شده است که شامل بیشترین، کمترین و متوسط مقدار برای اپسیلون در توابع تقاضا هستند.

• جستجوی همسایگی

برای تولید حل جدید در همسایگی، ابتدا یک عدد تصادفی در بازه  $[-1,1]$  تولید می‌شود و با مقادیر جواب جاری جمع می‌شود. برای جلوگیری از غیرموجه شدن در مواردی که مقدار متغیر خارج از بازه موجه بیافتد، علامت عدد تصادفی برعکس و با متغیر جمع می‌شود. شکل ۲ بردار نمایش جواب در دو رویکرد و نحوه تولید جواب همسایگی را نشان می‌دهد.



شکل ۲- نمایش جواب و تعیین جواب همسایگی

### تنظیم پارامترهای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید پنج پارامتر مهم برای تنظیم وجود دارد که عبارتند از دمای اولیه (T0)، میزان کاهش دما ( $\gamma$ )، دمای نهایی (Tf)، تعداد جواب رده‌شده در هر دما (SA-Rej) و تعداد تکرار در هر دما M.

جدول ۱- سطوح مختلف برای پارامترهای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

پارامتر	سطح		
	کم	متوسط	زیاد
M	۲۰۰	۴۰۰	۶۰۰
SA-Rej	۵	۱۰	۱۵
T0	۱	۱۰	۲۰
Tf	۲۰۰۰	۳۰۰۰	۴۰۰۰
$\gamma$	۰/۱	۰/۲	۰/۳

طبق جدول استاندارد تاگوچی با در نظر گرفتن چهار عامل سه‌سطحی باید از طرح L۲۷ استفاده کرد؛ بنابراین هریک از ۲۷ آزمایش پیشنهادی انجام شده است. با توجه به معیار RPD (که بیان‌گر تفاوت با بهترین جواب است) گزینه "بزرگ‌تر بهتر است" برای بررسی سطوح متغیر پاسخ انتخاب می‌شود. به این ترتیب ترکیبی از بیشترین سطوح عوامل مختلف به عنوان ترکیب مطلوب انتخاب می‌شود. این ترکیب به صورت کامل در جدول (۲) آورده شده است.

جدول ۲- مقادیر بهینه پارامترهای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

پارامتر	مقدار بهینه	پارامتر	مقدار بهینه	پارامتر	مقدار بهینه
M	۴۰۰	T0	۳۰۰۰	$\gamma$	۰/۲
SA-Point	۱۵	Tf	۱		

### بحث

#### مثال عددی

فرض بر این است که کل زنجیره یک سیستم در نظر گرفته شود و هدف تولیدکننده و خرده‌فروش حداکثر کردن سود کل زنجیره است. برای استفاده از مدل‌های فوق یک نمونه مثال عددی شبیه‌سازی شده بررسی و تجزیه و تحلیل شده است.

برای این منظور پارامترهای مسئله به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند.

$$h_m = 2, g_m = 3, c_1 = 25, b_1 = 2, b_2 = 1, g_r = 2, h_r = 1, b_3 = 1.25, b_4 = 0.5$$

$$\tilde{a} = 1000, \varepsilon^s \in \{-200, 0, 200\}, Pr^s \in \{0.33, 0.33, 0.34\}, \varepsilon \in U(-200, 200)$$

با ثابت فرض کردن پارامترهای بالا ۶ مسئله مختلف با تغییر بقیه پارامترهای حساس مدل ساخته شده است. اطلاعات آنها در جدول (۳) آورده شده است. ابتدا مدل سناریو با استفاده از نرم‌افزار گمز حل شده است.

جواب‌های به‌دست‌آمده در جدول ۴ آورده شده است. از جواب‌های به‌دست‌آمده به‌عنوان جواب اولیه برای شروع حل مدل احتمالی غیرخطی پیوسته در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید استفاده می‌شود. نتایج حاصل از اجرای الگوریتم در جدول ۵ آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود از دو رویکرد برای تعیین جواب استفاده شده است.

جدول ۳- علائم و پارامترهای مسئله

پارامتر	۱	۲	۳	۴	۵	۶
P	۰/۵	۰/۱	۰/۲	۰/۸	۰/۵	۰/۶
Y	۵۰۰	۵۰۰	۵۰۰	۵۰۰	۵۰۰	۸۰۰
$c_o$	۲	۲	۳	۲	۲	۲
$c_r$	۲	۳	۳	۲	۲	۵
s	۰/۵	۰/۷	۰/۸	۰/۷	۰/۷	۰/۵
$c_2$	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۱۰۰	۵۰

جدول ۴- نتایج نهایی حل مدل غیرخطی براساس سناریو

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
$P_o$	۲۷۱/۸	۲۳۹	۲۳۲/۱۷	۲۵۹/۹	۲۵۴/۲	۲۸۲/۲
$P_r$	۳۴۸/۷	۴۴۰/۲	۴۶۶/۷۳	۴۴۱/۱	۴۴۲/۷	۳۵۲/۹
X	۴۰۰	۴۶۹/۲	۵۳۲/۷۴	۴۷۸/۵۱	۴۷۳/۶	۴۰۰
I	۷۰۵/۱	۴۶۹/۲	۵۳۲/۷۴	۸۹۹/۸	۵۰۷/۸	۸۸۸/۴
$\pi_I$	۹۹۲۹۶۳	۱۳۶۸۴۱	۱۵۲۴۰۴	۱۲۹۷۹۰	۹۵۶۸۲	۹۵۷۷۶

جدول ۵- نتایج نهایی حل مدل با روش شبیه‌سازی تبرید

رویکرد اول (SA1)					شماره آزمایش
$\pi_I$	I	X	$P_r$	$P_o$	
۱۰۲۷۲۹/۱	۶۹۵/۵	۳۸۹/۵	۳۳۷/۷	۲۶۲/۷	۱
۱۳۹۰۰۷/۳	۴۵۳/۷	۴۵۲/۶	۴۲۵/۴	۲۲۹/۳	۲
۱۵۴۶۶۲/۲	۵۲۲/۹	۵۱۸/۶	۴۵۴/۵	۲۲۳/۳	۳
۱۳۲۷۷۳/۶	۸۷۲/۷	۴۶۰/۵	۴۱۸/۸	۲۳۶/۷	۴
۹۸۹۴۶/۹	۴۸۲/۷	۴۴۷/۱	۴۱۵/۶	۲۳۰/۴	۵
۹۸۱۲۴/۱	۸۶۷/۷	۳۸۰/۷	۳۳۹/۱	۲۶۲/۱	۶
رویکرد دوم (SA2)					شماره آزمایش
$\pi_I$	I	X	$P_r$	$P_o$	
۱۰۴۹۹۰/۶	۶۸۷/۱	۳۱۹/۲	۳۷۲/۱	۲۷۸/۱	۱
۱۴۱۴۵۹/۶	۳۲۵/۸	۴۳۵/۱	۴۳۳/۱	۲۴۷/۲	۲
۱۵۵۶۴۶/۷	۳۸۶/۷	۴۹۳/۷	۴۶۰/۲	۲۲۶/۸	۳
۱۳۴۸۷۲/۱	۷۵۹/۶	۴۳۴/۳	۴۳۷/۷	۲۵۶/۱	۴
۱۰۲۵۵۲/۸	۴۹۵/۸	۳۸۵/۲	۴۴۵/۸	۲۶۵/۸	۵
۱۰۱۹۶۷/۶	۷۰۷/۴	۳۱۸/۷	۳۷۳/۷	۲۸۱/۶	۶



همان‌طور که گفته شد در رویکرد نخست تمام ۴ متغیر مسئله با استفاده از الگوریتم فراابتکاری و به صورت تصادفی با استفاده از روش ذکر شده جواب موجه، تولید می‌شود؛ در حالی که در رویکرد دوم با توجه به اثبات تقریباً تابع سود نسبت به متغیرهای  $X$  و  $I$ ، در هر تکرار تنها متغیرهای قیمت به صورت تصادفی تولید می‌شوند و متغیرهای  $X$  و  $I$  با استفاده از شرط لازم بهینگی به دست می‌آیند. با توجه به اینکه در رویکرد دوم جواب‌های دقیق برای این دو متغیر به دست می‌آید، نتایج تابع هدف نیز نسبت به رویکرد نخست بهتر است.

برای اعتبارسنجی مدل، محاسبات مربوط به مثال‌های ارائه شده با استفاده از نرم‌افزار GAMS 24 و حل‌کننده BARON انجام شد. سیستم محاسباتی برای پیدا کردن راه‌حل سراسری در مسائل غیرخطی و غیرخطی آمیخته، است. با توجه به اینکه تابع توزیع احتمال تقاضا یکنواخت در نظر گرفته شده است، فرم نهایی تابع سود به صورت فرم درجه دو است و حل‌کننده BARON جواب نهایی مدل را پیدا می‌کند. در صورت استفاده از توابع توزیع دیگر مانند تابع توزیع احتمالی نرمال، شکل تابع سود پیچیده‌تر می‌شود و GAMS نمی‌تواند جواب دقیقی برای مدل بیابد. همچنین مقادیر تابع سود به دست آمده از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید با جواب‌های به دست آمده از الگوریتم فراابتکاری ازدحام ذرات مقایسه شده است. این الگوریتم از تکنیک‌های محاسبات تکاملی است و با تقلید از پرواز پرندگان یا حرکات ماهیان و تبادل اطلاعات میان آنها ابداع شده است. مقایسه نتایج الگوریتم‌ها برای ۶ مثال ارائه شده در جدول (۶) آورده شده است. از مقایسه داده‌ها مشاهده می‌شود که نتایج به دست آمده از روش‌های گوناگون نزدیک به هم هستند و اعتبار الگوریتم استفاده شده را نشان می‌دهد.

جدول ۶- مقایسه مقادیر به دست آمده تابع سود در الگوریتم‌های مختلف

شماره آزمایش	SA1	SA2	PSO	GAMS
۱	۱۰۲۷۲۹/۱	۱۰۴۹۹۰/۶	۱۰۵۰۰۳/۱	۱۰۲۷۷۲/۱
۲	۱۳۹۰۰۷/۳	۱۴۱۴۵۹/۶	۱۴۱۴۰۳/۳	۱۳۶۹۷۲/۷
۳	۱۵۴۶۶۲/۲	۱۵۵۶۴۶/۷	۱۵۵۶۴۶/۷	۱۵۵۶۴۶/۷
۴	۱۳۲۷۷۳/۶	۱۳۴۸۷۲/۱	۱۳۴۸۷۲/۱	۱۳۴۸۷۲/۱
۵	۹۸۹۴۶/۹	۱۰۲۵۵۲/۸	۱۰۲۵۵۲/۸	۱۰۲۵۵۲/۷
۶	۹۸۱۲۴/۱	۱۰۱۹۶۷/۶	۱۰۱۹۴۴/۶	۱۰۱۹۶۷/۶

### تحلیل حساسیت

باتوجه به حساسیت مدل ارائه شده نسبت به تغییرات در تقاضای دو کانال و به دلیل تأثیر آن روی هزینه و سود زنجیره، در این قسمت سعی شده است تا میزان حساسیت مدل نسبت به میزان تغییرات در پارامترهایی از قبیل  $b_1, b_3, a, c_2, P$  سنجیده شود. بدین منظور مثال ۱، مثال پایه در نظر گرفته شده است. تأثیر تغییرات پارامترهای مدل روی متغیرهای  $X, I, Pr$  و  $Po$  و سود زنجیره به دست آمده است. نتایج در جداول ۷-۱۰ نشان داده شده است.

جدول ۷- تغییرات تابع هدف و متغیرها نسبت به تغییر  $b_1$

$\pi_i$	$I$	$X$	$P_r$	$P_o$	متغیرها
					تغییرات
۱۹۶۰۶۱/۱	۸۰۶/۱	۳۲۰/۷	۴۵۲/۱	۴۶۱/۷	٪-۵۰
۱۵۲۸۲۷/۳	۷۴۴/۹	۳۱۲/۸	۴۳۰/۲	۳۹۵/۸	٪-۲۵
۱۰۴۹۹۰	۶۸۷/۱	۳۱۹/۲	۳۷۲/۱	۲۷۸/۱	۰
۸۱۰۷۹/۴	۶۳۳/۷	۳۳۱/۵	۳۳۲/۲	۲۱۶/۱	٪۲۵
۶۷۰۶۵/۲	۵۸۴/۱	۳۳۶/۵	۳۰۸/۶	۱۷۶/۳	٪۵۰

با افزایش حساسیت تقاضای کانال مستقیم به قیمت، قیمت هر دو کانال کاهش می‌یابد. تولیدکننده برای جبران سود و تقاضایی که از دست می‌رود، قیمت هر دو کانال را کاهش می‌دهد. با کاهش قیمت در خرده‌فروش، تقاضای آن افزایش و در نتیجه مقدار سفارش خرده‌فروش نیز افزایش می‌یابد؛ ولی با توجه به کم‌شدن تقاضای دو کانال مقدار برون‌سپاری کاهش می‌یابد.

جدول ۸- تغییرات تابع هدف و متغیرها نسبت به تغییر  $b_3$

$\pi_i$	$I$	$X$	$P_r$	$P_o$	متغیرها
					تغییرات
۱۴۴۴۷۸	۷۴۳/۳	۳۵۶/۱	۴۶۱/۴	۳۲۳/۳	٪-۵۰
۱۱۷۶۷۹	۷۱۶/۲	۳۴۷/۱	۳۸۵/۲	۲۸۶/۱	٪-۲۵
۱۰۴۹۹۰	۶۸۷/۱	۳۱۹/۲	۳۷۲/۱	۲۷۸/۱	۰
۵۵۱۳۸	۵۸۲/۱	۳۰۰/۵	۲۰۴/۱	۲۱۶/۴	٪۲۵
۳۶۵۷۳	۵۰۶/۵	۲۵۹/۱	۱۴۳/۸	۱۹۱	٪۵۰

با افزایش حساسیت تقاضای کانال خرده‌فروش به قیمت، روند تغییرات قیمت‌ها و مقدار برون‌سپاری مانند حالت قبل است؛ اما مقدار سفارش خرده‌فروش به علت کاهش تقاضا در این کانال کاهش می‌یابد. در این حالت تا زمانی که  $b_1 > b_3$  باشد قیمت کانال خرده‌فروش بیشتر از مستقیم است؛ ولی درحالتی که  $b_1 < b_3$  باشد، این حالت عکس می‌شود و قیمت کانال مستقیم بیشتر می‌شود.

جدول ۹- تغییرات تابع هدف و متغیرها نسبت به تغییر  $a$

$\pi_i$	$I$	$X$	$P_r$	$P_o$	متغیرها
					تغییرات
۱۴۴۴۷۸	۷۴۳/۳	۳۵۶/۱	۴۶۱/۴	۳۲۳/۳	٪-۵۰
۱۱۷۶۷۹	۷۱۶/۲	۳۴۷/۱	۳۸۵/۲	۲۸۶/۱	٪-۲۵
۱۰۴۹۹۰	۶۸۷/۱	۳۱۹/۲	۳۷۲/۱	۲۷۸/۱	۰
۵۵۱۳۸	۵۸۲/۱	۳۰۰/۵	۲۰۴/۱	۲۱۶/۴	٪۲۵
۳۶۵۷۳	۵۰۶/۵	۲۵۹/۱	۱۴۳/۸	۱۹۱	٪۵۰

با افزایش میزان تقاضا قیمت‌ها افزایش می‌یابد و این همان رابطه عکس قیمت و تقاضا است. با افزایش تقاضا مقدار سفارش و مقدار برون‌سپاری نیز برای جبران تقاضا افزایش داده می‌شود. با افزایش هزینه برون‌سپاری مقدار برون‌سپاری کاهش می‌یابد. با توجه به کاهش مقدار برون‌سپاری و ناتوانی در برآورده کردن تقاضا، قیمت‌ها در دو کانال افزایش و در نتیجه تقاضا کاهش داده می‌شود.

جدول ۱۰- تغییرات تابع هدف و متغیرها نسبت به تغییر هزینه برون‌سپاری

$\pi_i$	$I$	$X$	$P_r$	$P_o$	متغیرها
					تغییرات
۱۲۳۱۵۱	۸۰۰/۸	۳۷۰/۲	۳۴۷/۳	۲۶۸/۶	٪-۵۰
۱۱۵۳۶۴	۷۵۴/۸	۳۵۹/۱	۳۴۹/۱	۲۷۲/۹	٪-۲۵
۱۰۴۹۹۰	۶۸۷/۱	۳۱۹/۲	۳۷۲/۱	۲۷۸/۱	۰
۹۴۶۵۴	۶۲۸/۳	۳۲۵/۱	۳۵۱/۷	۲۷۹/۳	٪۲۵
۸۸۶۱۰	۵۸۴/۹	۳۱۴/۳	۳۵۳/۷	۲۸۴/۳	٪۵۰

### نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله یک مدل احتمالی غیرخطی برای قیمت‌گذاری و تعیین مقدار برون‌سپاری در زنجیره تأمین دوسطحی ارائه شد. با استفاده از قضیه ۱ و ۲ تعبر تابع هدف سود نسبت به مقدار سفارش خرده‌فروش و مقدار برون‌سپاری اثبات شد. با توجه به غیرخطی بودن و عدم اثبات تعبر نسبت به بقیه متغیرها از الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید برای حل مدل استفاده شد. برای بهبود الگوریتم و نزدیک شدن جواب‌ها به جواب بهینه، مقدار جواب اولیه در الگوریتم با استفاده از حل مدل احتمالی براساس سناریو به دست آمد و از آن در الگوریتم استفاده شد. دو رویکرد در الگوریتم فراابتکاری استفاده شد؛ در رویکرد نخست تمام متغیرها با استفاده از شبیه‌سازی و جواب همسایگی به دست می‌آید و در رویکرد دوم متغیرهای  $X$  و  $I$  با استفاده از مشتق‌گیری و اعمال شرط لازم بهینگی و متغیرهای قیمت با استفاده از شبیه‌سازی به دست می‌آیند. با حل ۶ مثال مختلف نشان داده شد که رویکرد دوم جواب بهتری نسبت به رویکرد نخست دارد. با استفاده از تحلیل حساسیت نشان داده شد قیمت دو کانال نسبت به افزایش حساسیت به تغییرات تقاضا روند نزولی دارند؛ بنابراین می‌توان در زنجیره با افزایش قیمت یک کانال نسبت به کانال دیگر سود را افزایش داد و کاهش در کانال دیگر را جبران کرد. همچنین با افزایش هزینه برون‌سپاری، قیمت‌ها روند افزایشی خواهند داشت. با بررسی مدل در حالت‌های مختلف مبحث تئوری بازی‌ها و بازی‌های استکلبرگ نتایج جالبی در این زمینه به دست می‌آید. در حالت‌های مختلف تئوری بازی‌ها و بازی‌های استکلبرگ، می‌توان هرکدام از اعضای زنجیره را رهبر و پیرو در نظر گرفت یا زنجیره یکپارچه با یک سود در نظر گرفت. همچنین پیشنهاد می‌شود از مدل‌ها و طرح‌های مختلف تخفیف و قیمت‌گذاری برای پژوهش‌های آتی استفاده شود.

پیوست ۱

اثبات لم ۱: حد پایین قیمت‌ها از آنجا ناشی می‌شود که برای سودآوری قیمت انتخابی باید از هزینه عملیاتی بیشتر باشد. حد بالا باتوجه به مثبت بودن تابع تقاضا نتیجه گرفته شده است؛ یعنی:

$$\begin{aligned} d_o &= \bar{a}(1-S) - b_1P_o + b_2P_r + \varepsilon \geq 0 \\ d_r &= \bar{a}S - b_3P_r + b_4P_o + \varepsilon \geq 0 \end{aligned}$$

با حل هم‌زمان دو نامعادله بالا، روابط زیر برقرار است:

$$\begin{aligned} P_o &\leq \frac{b_3a(1-S) + b_2aS + (b_2 + b_3)\varepsilon}{b_1b_3 - b_2b_4} \\ P_r &\leq \frac{b_4a(1-S) + b_1aS + (b_1 + b_4)\varepsilon}{b_1b_3 - b_2b_4} \end{aligned}$$

باتوجه به اینکه هدف پیدا کردن حد بالا برای قیمت‌ها است، برای مقدار  $\varepsilon$  بزرگ‌ترین مقدار آن یعنی B جایگذاری می‌شود.

اثبات قضیه ۱: برای اثبات تقعر تابع سود سعی می‌شود تحذب منفی تابع سود نشان داده شود. با جایگزینی مشتقات مربوطه ماتریس هسیان به صورت زیر به دست می‌آید.

$$H = \begin{bmatrix} \frac{(P_o - c_o) + (P_r - c_r) + g_m + h_m + g_r + h_r}{B - A} & \frac{(-P_o + c_o) - g_m + h_{mr}}{B - A} \\ \frac{(-P_o + c_o) - g_m + h_{mr}}{B - A} & \frac{(P_o - c_o) + g_m + h_{mr}}{B - A} \end{bmatrix}$$

در صورتی که دترمینان ماتریس‌های چپ بالایی مثبت باشد، تابع منفی سود محدب و در نتیجه تابع سود مقعر خواهد بود. همان‌طور که مشاهده می‌شود:

$$\begin{aligned} \det(H_1) &= \frac{(P_o - c_o) + (P_r - c_r) + g_m + h_m + g_r + h_r}{B - A} \\ \det(H_2) &= \frac{(P_o - c_o + g_m + h_m) + (P_r - c_r + g_r + h_r)}{(B - A)^2} \end{aligned}$$

باتوجه به شرط اولیه  $(P_o > c_o), (P_r > c_r)$  هر دو دترمینان مثبت است و شرط تحذب تابع منفی سود و تقعر تابع سود اثبات می‌شود.

اثبات قضیه ۲: باتوجه به اثبات تقعر تابع سود در قضیه ۱ می‌توان با در نظر گرفتن شرط لازم برای حداکترسازی، یعنی مساوی صفر قرار دادن مشتقات مرتبه اول، مقدار بهینه متغیرهای X و I را تعیین کرد. مشتقات مرتبه اول به‌ازاء متغیرهای X و I به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi}{\partial I} &= \frac{I}{B - A} (g_m + h_m - c_o)(-a(1-S) + Y(1-P) - X + I - P_r b_2 + P_o b_1) + P_o^2 b_1 - P_o P_r b_2 - A(c_2 - h_m) \\ &\quad - B(P_o - c_2 - c_o + g_m) - P_o(X - Y(1-P) + a(1-S) - I) = 0 \\ \frac{\partial \pi}{\partial X} &= \frac{I}{A - B} (g_m + h_m - c_o)(a(1-S) - Y(1-P) + X - I + P_r b_2 - P_o b_1) \\ &\quad + (g_r + h_r - c_r)(P_r b_3 - P_o b_4 - Sa + X) + P_r^2 b_3 - P_o^2 b_1 + P_o P_r (b_2 - b_4) + A(h_m - h_r) \\ &\quad + B(P_o - P_r - c_o + c_r + g_m - g_r) + P_r(X - Sa) + P_o(X - Y(1-P) + a(1-S) - I) = 0 \end{aligned}$$

با حل دو رابطه بالا مقادیر X و I به دست می‌آید.

## References

- Cattani, K., Gilland, W. G., & Swaminathan, J. M. (2004). "Coordinating Traditional and Internet Supply Chains". In *Handbook of Quantitative Supply Chain Analysis, Modeling in the eBusiness Era*, 643–80.
- Chen, K., Xiao, T., (2015). "Outsourcing strategy and production disruption of supply chain with demand and capacity allocation uncertainties", *International Journal of Production Economics*, 170, PP 243-257.
- Chiang, W. K., Chhajed, D., Hess, J., D., (2003). "Direct marketing, indirect profits: A strategic analysis of dual-channel supply-chain design", *Management Science*, 49(1), 1–20.
- Fakoor Sagihe. A. M, Olfat, L., Kamran Feizi, K., Amiri, M., (2014) "A model of Supply chain resilience for competitiveness in Iranian automotive companies", *Production and Operations management Vol. 5*, PP 143-164.
- Huang S., Yang, C., Liu, H. (2013). "Pricing and production decisions in a dual-channel supply chain when production costs are disrupted", *Economic Modelling*, 30, 521–538.
- Huang S., Yang, C., Zhang, X., (2012). "Pricing and production decisions in dual-channel supply chains with demand disruptions", *Computers & Industrial Engineering*, 62(1), 70–83.
- Irvani, M., (2008), "Investigating the relationship between supply chain vulnerability and supply chain risk, Tarbiat Modarres University, MSC thesis.
- Karimmian, K., Ghodsypour, H. Gheidar-Kheljani, J.(2018) "Supplier Selection Problem Considering Relationships between Suppliers and Supply Disruption Risk in complex products", *Production and Operations management Vol. 8*, 2018, PP 135-150
- Kleindorfer, P., Saad, G., (2005). "Managing disruption risks in supply chains", *Production and Operation Management*, 14, 455-474.
- Kumar, N., Ruan, R., (2006). "On manufacturers complementing the traditional retail channel with a direct online channel", *Quantitative Marketing and Economics*, 4(3), 289–323.
- Liu, Z., Nagurney, A., (2011). "Supply chain outsourcing under exchange rate risk and competition", *Omega*, 39(5), 539-549.
- McIvor, R. (2003). "Outsourcing: insights from the telecommunications industry. *Supply Chain Management" An International Journal.*, 8(4), 380-394.
- Gu, Q. L., Tagaras, G., Gao, T. G., (2014). "Disruption risk management in reverse supply chain by using system dynamics", *International Conference on Management Science and Management Innovation*.
- Slack, N., S. Chambers, and R. Johnston. (2007). *Operations Management*, Trans , Atlantic Publications, Inc.
- Mohtashami, A., Olfat, L., (2012), "Making/Buying Decision Making under Uncertainty Based on Fuzzy Logic Approach Using Simulation and Multiple Criteria Decision Making", *Production and Operations management* , Vol. 3, PP 1-22.
- Sinha, S., Sarmah, S.P., (2007). "Supply-chain coordination model with insufficient production capacity and option outsourcing", *Mathematical and Computer Modelling*, 46(11-12), 1442-1452.
- Tang, C., (2006). "Robust strategies for mitigating supply chain disruption", *International Journal of Logistics Research and Applications*, 9, 33-45.
- Tomlin, B., (2006). "On the value of mitigation and contingency strategies for managing supply chain disruption risks", *Management Science*, 52(5), 639-657.

- Tsay, A.A. & Agrawal, N. (2004a). “Modeling Conflict and Coordination in Multi-channel Distribution Systems: A Review”, In Handbook of Quantitative Supply Chain Analysis: Modeling in the eBusiness Era., 557–606.
- Tsay, A., Agrawal, N., (2004b). “Channel conflict and coordination in the ecommerce Age”, *Production and Operations Management*, 13, 93-110.
- Xiao, T., Choi, T.-M., Cheng, T.C.E., (2014). “Product variety and channel structure strategy for a retailer-Stackelberg supply chain”, *Eur. J. Oper. Res.* 233(1), 114–124.
- Xu, G., Dan, B., Zhang, X., Liu, C., (2014) “Coordinating a dual-channel supply chain with risk-averse under a two-way revenue sharing contract”, *Int. J. Production Economics*, 147, 171–179.
- Yazdani,F., Tavakoli, R. , Bashiri, M., (2014), Designing a reliable direct reverse supply chain network considering disrupting production centers, National conference on researches of industrial engineering.
- Yu, H., Zeng, A. Z., Zhao, L. (2009). “Single or dual sourcing: decision-making in the presence of supply chain disruption risks”, *Omega*, 37(4), 788-800.

---

<sup>1</sup> Chiang  
<sup>2</sup> Chhajed,  
<sup>3</sup> Hess  
<sup>4</sup> Cattani  
<sup>5</sup> Tsay  
<sup>6</sup> Agrawal  
<sup>7</sup> Chiang  
<sup>8</sup> Kumar  
<sup>9</sup> Ruan  
<sup>10</sup> Xu  
<sup>11</sup> Huang  
<sup>12</sup> Yang  
<sup>13</sup> Zhang  
<sup>14</sup> Liu  
<sup>15</sup> Xu  
<sup>16</sup> Xiao  
<sup>17</sup> Choi  
<sup>18</sup> Cheng  
<sup>19</sup> McIvor  
<sup>20</sup> Slack  
<sup>21</sup> Kleindorfer  
<sup>22</sup> Saad  
<sup>23</sup> Tomlin  
<sup>24</sup> Tang  
<sup>25</sup> Gu  
<sup>26</sup> Tagaras  
<sup>27</sup> Gao  
<sup>28</sup> Yu  
<sup>29</sup> Zeng  
<sup>30</sup> Zhao  
<sup>31</sup> Sinha  
<sup>32</sup> Sarmah  
<sup>33</sup> Liu  
<sup>34</sup> Nagurney  
<sup>35</sup> Chen  
<sup>36</sup> Xiao