



Production and Operations Management

University of Isfahan E-ISSN: 2423-6950

Vol. 12, Issue 2, No. 25, Summer 2021



<http://dx.doi.org/10.22108/ipom.2021.128753.1375>

(Research Paper)

A Two-dimensional Fix and Optimize Algorithm to Solve the Flexible Manufacturing System Lot-sizing with Co-production Problem

Masood Rezaei

Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Payame Noor University, Tehran, Iran, rezaei@mail.com

Gholam Reza Esmaeilian *

Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Payame Noor University, Tehran, Iran, gre@pnu.ac.ir

Ramin Sadeghian

Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Payame Noor University, Tehran, Iran, sadeghian@pnu.ac.ir

Purpose: In this paper, the flexible manufacturing system lot-sizing with the co-production problem is modeled. It is also simplified using the relationships between variables. One of the common methods for solving such problems is the fix and optimize algorithm, which is generally used in a one-dimensional approach. Also, a two-dimensional fix and optimize algorithm is applied to solve the problem. This algorithm is compared with two common algorithms using simulated data series.

Design/methodology/approach: In this paper, Flexible Manufacturing System Lot-sizing with Co-production problem is modeled using mixed-integer programming. The production of products in this flexible system varies with the change of production mode, and a different mixture of products is produced for each production mode. Also, the planning interval includes T periods, and the demand for each product in each given period is constant. In each period, a fixed setup cost is added to the production and maintenance variable costs, if production occurs. The objective function of the model minimizes the sum of fixed setup costs and production and maintenance variable costs of inventory in each period and each production mode. Problem constraints include setup forcing constraints, inventory balance constraints, initial inventory constraints, co-production constraints, production mode constraints, non-negative variables constraints, and binary variable constraints. Among the methods proposed to solve this group of problems, the fix and optimize method is one of the most

* Corresponding author



effective and general methods. The basic idea of this approach is that due to the difficulty of solving the main problem with a longtime interval, a problem with a shorter time interval called the time window is solved instead. Except for the variables in the time window, other integer variables are considered continuous variables, so the resulting problem is easier to solve. In the following steps, the time window variables in the current step are assumed constant, and this repetition will continue until the end of the desired periods. Time windows can be considered with or without overlap. In this paper, two innovative one-dimensional fix and optimize algorithms based on time and production mode variables and a new two-dimensional algorithm based on time and production mode variables are applied to solve the model using simulated data at three levels of small, medium, and large scales. MATLAB 2016 software is used to code the algorithms of this study, and numerical calculations are performed by a personal computer with Intel®Core™i3-7100@3.90GHz processor and 8 GB RAM.

Findings: The research results indicated the significant superiority of the proposed two-dimensional algorithm in terms of response time over the two one-dimensional algorithms. It is important to note that in terms of the quality of the answer in the studied problems, no significant difference was observed.

Research limitations/implications: In many real cases, due to the fact that the cost parameters in different production situations (e.g., the oil, gas, and petrochemical downstream industries) are close to each other and in practice, determining production conditions in accordance with other parameters such as demand is independent of production costs, the efficiency of the proposed algorithm will be more visible in this article. The most important limitation in this study was the lack of real data for a flexible production system with correlated products, which is why simulated data were used to validate the model and test the proposed algorithms.

Practical implications: In the future, researchers can use real-time case studies based on the proposed model and algorithms in this paper. They can also add other features to the model, such as limited production capacity and allowable shortages. Manufacturing plants that have features similar to this study can benefit from the findings to optimize production costs.

Social implications - Applying the results of this research can increase the productivity of production units and the use of non-renewable energy resources.

Originality/value: In this paper, a mathematical model (MILP) was proposed for the Flexible Manufacturing System Lot-sizing with Co-production problem. In addition, an innovative two-dimensional fix and optimize algorithm was developed.

Keywords: Inventory management, Lot sizing, Flexible Manufacturing system, Co-production, Two-dimensional Fix and Optimize algorithm



مدیریت تولید و عملیات، دوره ۱۲، شماره ۲، پیاپی ۲۵، تابستان ۱۴۰۰

دریافت: ۱۴۰۰/۰۳/۱۰ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۶/۲۹ ص ۹۳-۱۱۱



<http://dx.doi.org/10.22108/jpom.2021.128753.1375>

(مقاله پژوهشی)

الگوریتم دوبعدی ثابت سازی-بهینه سازی برای حل مسئله تعیین اندازه انباشته در سیستم های تولیدی انعطاف پذیر با محصولات همبسته

مسعود رضائی^۱، غلامرضا اسماعیلیان^{۲*}، رامین صادقیان^۳

۱- دانشجوی دکتری گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران، rezaei@mail.com

۲- استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران، gre@pnu.ac.ir

۳- دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران، sadeghian@pnu.ac.ir

چکیده: امروزه بیشتر صنایع تولیدی، با موجودی های درخور توجهی از مواد خام، محصولات نیم ساخته و کالاهای نهایی و همچنین تجهیزات، ماشین آلات، قطعات یدکی و نیروی انسانی مواجه اند که به علت عدم تعادل بین تأمین یک کالا در یک محل با فروش یا مصرف آن ایجاد شده است. در برخی صنایع، تولید یک محصول به دلایل فیزیکی یا شیمیایی به تولید محصولات دیگر نیز منجر می شود که باید این همبستگی، در مدیریت موجودی ها لحاظ شود. همچنین با توجه به ویژگی هایی همچون زمان تحویل کوتاه، فشار هزینه ها و تغییرات متناوب در تقاضاها، صنایع بیش از گذشته به انعطاف پذیری در تولید نیاز دارند. با رشد سیستم های اتوماسیون صنعتی در کارخانه های تولیدی با محصولات همبسته، همچون پالایشگاه های نفت، نیاز به مدل سازی و ارائه راه حل برای این گونه مسائل، بیش از پیش احساس می شود. در این مقاله، مسئله تعیین اندازه انباشته در سیستم های تولیدی انعطاف پذیر با محصولات همبسته، مدل سازی و سپس با استفاده از برخی روابط بین متغیرها، این مدل ساده سازی شده است. یکی از روش های رایج حل مسائل اندازه انباشته، الگوریتم ثابت سازی-بهینه سازی است که بیشتر به صورت تک بعدی به کار گرفته می شود. در این پژوهش، یک الگوریتم دوبعدی برای حل این مسئله، پیاده سازی و با دو الگوریتم رایج تک بعدی، به کمک ۶۳ سری داده شبیه سازی شده مقایسه شد؛ نتایج نشان می دهد زمان رسیدن به جواب های این الگوریتم، از سایر الگوریتم های رایج بهتر است.

واژه های کلیدی: مدیریت موجودی، تعیین اندازه انباشته، سیستم تولیدی انعطاف پذیر، تولید همبسته، الگوریتم دوبعدی ثابت سازی-بهینه سازی



۱- مقدمه

یکی از شایع‌ترین و مهم‌ترین مسائل همیشگی در بیشتر صنایع، مدیریت موجودی‌هاست. مغازه‌های خرده‌فروشی با مقادیر زیادی از کالاها انباشته شده‌اند؛ صنایع تولیدی نیز، با موجودی‌های کلانی از مواد خام، محصولات نیم‌ساخته و کالاهای نهایی و همچنین: تجهیزات، ماشین‌آلات، قطعات یدکی و نیروی انسانی مواجه‌اند. به‌طورکلی، علت وجود موجودی‌ها، عدم تعادل بین تأمین یک کالا در یک محل با فروش یا مصرف آن است. این عدم تعادل می‌تواند به علل متعددی همچون فنی، اقتصادی، اجتماعی و طبیعی بروز کند. چهار سؤال اساسی که دربارهٔ موجودی‌ها مطرح است، عبارت است از: چه آیت‌هایی در سیستم باید ذخیره شود؟ این آیت‌ها کجا باید ذخیره شود؟ چه مقدار از هر آیت و در چه زمانی باید سفارش داده یا تولید شود؟ در بیشتر تحقیقاتی که در زمینه مدیریت موجودی انجام می‌شود، پژوهشگران با ارائه یک مدل ریاضی از مسئله، به دنبال یافتن راه حلی برای پاسخ به یک یا چند سؤال از سؤالات مذکوراند (موکستادت و اسپارا^۱، ۲۰۱۰).

در برخی از واحدهای تولیدی، با تولید یک محصول، سایر محصولات نیز برای الزامات شیمیایی یا فیزیکی در فرایند تولید، باید به‌اجبار تولید شود که به آن تولید همبسته^۲ گفته می‌شود. این نوع تولید می‌تواند در محیط‌های صنعتی با فناوری بالا یا پایین اتفاق بیفتد که می‌توان به صنایع شیشه‌سازی، نیمه‌هادی‌ها و فرآورده‌های دامی اشاره کرد؛ برای مثال، در صنعت شیشه، جریان یکنواختی از شیشه به اندازه‌های مختلف بریده می‌شود که هر اندازه آن، مستقل با بازار به‌خصوص است. ویژگی این صنعت ایجاب می‌کند برای تولید یک محصول با اندازه خاص برای حداکثر استفاده از مواد اولیه، باید محصولات دیگری به‌صورت هم‌زمان تولید شود. در صنعت تولید فرآورده‌های دامی نیز، برای تولید یک فرآوردهٔ گوشتی (مانند گوشت) به‌اجبار، باید میزان مشخصی از محصولات دیگر مثل پشم و پوست را نیز تولید کرد (کالای و تاسکین^۳، ۲۰۲۱؛ ویدمان^۴ و همکاران، ۲۰۱۵).

انعطاف‌پذیری تولید، پاسخی اساسی برای بقا در بازارهای امروزی است که دارای ویژگی‌هایی همچون زمان تحویل کوتاه، فشار هزینه‌ها و تغییرات متناوب در تقاضاهاست. اگرچه انعطاف‌پذیری، یک گزینهٔ استراتژیک مهم برای شرکت‌های امروزی است، از طرف دیگر، انعطاف‌پذیرکردن یک سیستم تولیدی، به سرمایه‌گذاری‌های بسیاری نیاز دارد؛ بنابراین، تصمیم دربارهٔ میزان انعطاف‌پذیری در یک سیستم، نیازمند بررسی کاملی از فواید و مضرات آن با یک نگاه جامع و همه‌جانبه است. نکتهٔ شایان ذکر این است که معمولاً بین بهره‌وری و انعطاف‌پذیری، رابطهٔ معکوس وجود دارد و باید با توجه به نیاز سیستم با سبک‌وسنگین کردن فواید و مضرات، به میزان مناسبی از انعطاف‌پذیری رسید (تولیو، ۲۰۰۸). سیستم تولید انعطاف‌پذیر^۵ (FMS)، به چیدمانی از ماشین‌ها گفته می‌شود که با یک سیستم حمل‌ونقل به یکدیگر مرتبط شده‌اند و با یک سیستم کامپیوتری کنترل می‌شوند. به‌عبارت‌دیگر یک سیستم تولید انعطاف‌پذیر، مجموعه‌ای از ایستگاه‌های کاری است که با یک سیستم حمل‌ونقل و انبارش خودکار به یکدیگر متصل شده‌اند و توانایی پاسخگویی به الگوهای متفاوت تقاضا را دارند و همگی اجزای آن با یک سیستم کنترل کامپیوتری یکپارچه، کنترل می‌شوند (شیواناد^۶ و همکاران، ۲۰۰۶).

از پژوهش‌های انجام‌شده در سالیان اخیر، در حوزهٔ تعیین اندازهٔ انباشته عبارت است از: تعیین اندازهٔ انباشته بازتولید^۷ (کانها^۸ و همکاران، ۲۰۱۹؛ روشنی و همکاران، ۲۰۱۷)، تعیین اندازهٔ انباشته با پارامترهای تصادفی (تاس^۹ و همکاران، ۲۰۱۹؛ توقف-گیگلو و مینر^{۱۰}، ۲۰۲۰؛ گیگول و چنگ، ۲۰۱۸؛ ون پلت و فرانسو^{۱۱}، ۲۰۱۸؛ خسروی و

میرمحمدی، ۱۳۹۷)، تعیین اندازه انباشته با پارامترهای فازی (غلامرضایی و خادمی زارع، ۱۳۹۴؛ جوهری و لاکسونو^{۱۲}، ۲۰۱۷؛ ابراهیمی و امیری، ۱۳۹۶)، تعیین اندازه انباشته با ماشین‌های موازی (وو^{۱۳} و همکاران، ۲۰۱۸؛ آرماس و لاگونا^{۱۴}، ۲۰۲۰؛ وینست^{۱۵} و همکاران، ۲۰۲۰؛ کاروالیو و ناسیمنتو^{۱۶}، ۲۰۲۱)، تعیین اندازه انباشته با محدودیت‌های زمان راه‌اندازی (بن عمار^{۱۷} و همکاران، ۲۰۲۰؛ بیلی^{۱۸} و همکاران، ۲۰۱۸؛ گورن و تونالی^{۱۹}، ۲۰۱۸؛ کاروالیو و ناسیمنتو^{۲۰}، ۲۰۱۸)، تعیین اندازه انباشته با محدودیت‌های سطح خدمت^{۲۱}، سفارش دسته‌ای^{۲۲}، مسیریابی (استادلر و میسترینگ^{۲۳}، ۲۰۱۹؛ کاردونا-والدز^{۲۴}، ۲۰۲۰، میرزایی و همکاران، ۲۰۱۱) و اندازه انباشته چندسطحی با در نظر گرفتن موجودی تخریب شدنی و هزینه‌های دفع (وجدانی و دولتی، ۱۳۹۴).

انعطاف‌پذیری در سیستم‌های تولیدی، مفهوم گسترده‌ای است و معنای آن در زمینه‌های مختلف تغییر می‌کند. پراساد و جیسوال^{۲۵} (۲۰۱۹)، در مقاله‌ای این موضوع را مرور کرده و در بررسی تعاریف ارائه‌شده برای انعطاف‌پذیری به «سازگاری سیستم با عدم قطعیت‌ها»، «توانایی یک سیستم تولیدی برای مقابله با وضعیت متغیر یا بی‌ثباتی ناشی از محیط»، «سرعت و سهولت واحدهای تولیدی در پاسخ به تغییرات وضعیت بازار»، «توانایی سیستم برای تنظیم سریع هرگونه تغییر در فاکتورهای مربوط، مانند محصول، فرآیند، دفعات و خرابی ماشین‌آلات» اشاره کرده‌اند؛ ولی تعریف «توانایی تغییر یا واکنش با به‌کارگیری زمان، تلاش، هزینه یا عملکرد کمتر» را دارای جامعیت بیشتری دانسته‌اند. ایماراقی^{۲۶} (۲۰۰۵) با بررسی پژوهش‌های انجام‌شده در حوزه انعطاف‌پذیری به ده نوع انعطاف‌پذیری، شامل: انعطاف‌پذیری ماشین‌آلات، انعطاف‌پذیری به‌کارگیری مواد، انعطاف‌پذیری عملیات، انعطاف‌پذیری فرآیندی، انعطاف‌پذیری محصول، انعطاف‌پذیری مسیریابی، انعطاف‌پذیری حجم (تولید)، انعطاف‌پذیری گسترش، انعطاف‌پذیری برنامه کنترل و انعطاف‌پذیری تولید (محصولات) پرداخته است. یک سیستم تولید انعطاف‌پذیر، همان‌طور که از نام آن مشخص است، انعطاف‌پذیری بسیار زیادی دارد. به‌طورکلی، یک سیستم انعطاف‌پذیر تولیدی عبارت است از: مجموعه‌ای از ماشین‌آلات خودکار که در اتصال با سیستم‌های خودکار به‌کارگیری مواد تولیدی، سیستم ذخیره‌سازی و انبارداری است و با یک سیستم کامپیوتری یکپارچه کنترل می‌شود (گروور^{۲۷}، ۲۰۲۰).

مسئله تعیین اندازه انباشته برای محصولات همبسته^{۲۸} را آگرالی^{۲۹} (۲۰۱۲) بررسی کرد. او برای مسئله تعیین اندازه انباشته پویا، بدون محدودیت ظرفیت با لحاظ محصولات همبسته، یک مدل ترکیبی عدد صحیح خطی (MIP) ارائه کرد. به‌تازگی سوزانی^{۳۰} و همکاران (۲۰۲۰)، در پژوهشی مسئله تعیین اندازه انباشته با محصولات همبسته و محدودیت‌های انبار تک‌محصولی را بررسی کرده‌اند.

با توجه به پیشرفت سیستم‌های کنترل کامپیوتری در سال‌های اخیر و به‌کارگیری آن‌ها در کارخانه‌های بزرگ شیمیایی، همچون پالایشگاه‌های نفت که دو ویژگی انعطاف‌پذیری و همبستگی محصولات را با هم دارد، برای بهینه‌کردن هزینه‌های زیاد تولید در این صنایع، نیاز به مدل‌سازی و ارائه راه‌حل‌های عملی برای بهینه‌کردن هزینه‌های تولیدی را بیش‌ازپیش بااهمیت کرده است. مرور پیشینه موضوع، نشان می‌دهد با وجود تحقیقات گسترده در زمینه مسئله تعیین اندازه انباشته، به لحاظ کردن دو ویژگی هم‌زمان انعطاف‌پذیری و همبستگی محصولات تولیدی در مسئله، چندان توجهی نشده است.

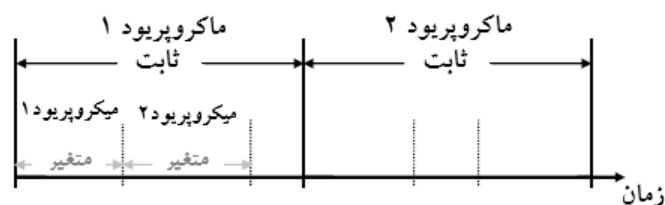
محققان مختلف نشان داده‌اند که مسائل تعیین اندازه انباشته جزء مسائل NP-Hard است (کانا^{۳۱} و همکاران، ۲۰۲۱؛ دیووتو^{۳۲} و همکاران، ۲۰۲۱ و بوو^{۳۳} و همکاران، ۲۰۲۱) و با افزایش ابعاد مسئله در این گونه مسائل، روش‌های قطعی کارایی خود را از دست داده است و باید از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری کمک گرفت. یکی از عمومی‌ترین روش‌های ابتکاری که محققان برای حل مسائل این حوزه در سالیان گذشته به کار گرفته‌اند، روش ابتکاری ثابت‌سازی-بهینه‌سازی^{۳۴} است که در این پژوهش علاوه بر اجراکردن این روش به صورت تک‌بعدی، یک الگوریتم دوبعدی اجرا شده و کیفیت جواب‌های این الگوریتم با الگوریتم‌های تک‌بعدی مقایسه شده است. در ادامه، ضمن تشریح مبانی نظری مسئله تعیین اندازه انباشته، مدل ریاضی مسئله تعیین اندازه انباشته برای یک سیستم انعطاف پذیر تولیدی (FMS)، بدون محدودیت ظرفیت ارائه شده که محصولات آن با یکدیگر همبسته است^{۳۵} (FMS-ULSP-Co). پس از آن، مدل ارائه شده با سه الگوریتم اشاره شده به کمک داده‌های شبیه‌سازی شده حل و نتایج حاصل، تجزیه و تحلیل شده است.

۲- مبانی نظری مسائل تعیین اندازه انباشته

پیچیدگی مسائل تعیین اندازه انباشته، به ویژگی‌هایی مثل بازه زمانی برنامه‌ریزی، تعداد سطوح، محدودیت منابع تولیدی، نوع تقاضا و ساختار راه‌اندازی بستگی دارد. در پیشینه موضوع، مدل‌های تعیین اندازه انباشته، در اساس به دو دسته مدل‌های ظرف زمانی بزرگ^{۳۶} و ظرف زمانی کوچک^{۳۷} تقسیم می‌شود. یکی از مسائلی که به جهت داشتن مفروضات اساسی کم، محققان بسیار به آن توجه کرده‌اند، مسئله تعیین اندازه انباشته با محدودیت ظرفیت^{۳۸} (CLSP) نامیده می‌شود. یکی از فرضیات این مسئله بیان می‌کند که در هر پریود حداکثر، کلیه محصولات مختلف می‌تواند تولید شود. به این دلیل، به چنین بازه زمانی، بازه زمانی یا ظرف زمانی بزرگ گفته می‌شود. به علاوه، توالی تولید محصولات مختلف، توسط مسئله تعیین اندازه انباشته با محدودیت ظرفیت تعیین نمی‌شود. همچنین، وضعیت راه‌اندازی (Setup state) در مرزهای بازه‌های زمانی مشخص نیست؛ بنابراین، آخرین آیتم در بازه زمانی t و اولین آیتم بازه زمانی $t+1$ مشخص نیست. در نهایت، یک انباشته تولید نمی‌تواند چندین بازه زمانی را به جهت ظرفیت محدود هر دوره پوشش دهد. اگرچه مسئله تعیین اندازه انباشته با محدودیت ظرفیت نمی‌تواند توالی انباشته‌های تولیدی را تعیین کند؛ اما یک مدل اساسی برای نمایش خصوصیات کم‌وبیش عمومی مدل‌های زمان‌بندی و تعیین اندازه انباشته هم‌زمان با بازه‌های زمانی بزرگ ارائه می‌دهد (کانگ^{۳۹}، ۲۰۲۰).

برخلاف CLSP، مسئله زمان‌بندی و تعیین اندازه انباشته گسسته^{۴۰} (DLSP)، زمان‌بندی و تعیین اندازه انباشته هم‌زمان را اجازه می‌دهد. بر اساس این ساختار فلشمن^{۴۱} (۱۹۹۰)، این مدل را مسئله زمان‌بندی و تعیین اندازه انباشته گسسته نامید که در آن مقادیر انباشته، فقط یک مقدار صحیح چندگانه از مقادیر تولید در یک دوره زمانی کامل است. از آنجایی که DLSP فقط راه‌اندازی (تولید) یک آیتم در هر پریود را اجازه می‌دهد، این امر موجب می‌شود که به صورت خودکار، توالی انباشته‌های تولیدی تعیین شود؛ اما این محدودیت فقط در وضعیتی پذیرفتنی است که فاصله‌های زمانی به اندازه کافی کوتاه باشد. علت اینکه DLSP را مدل ظرف زمانی کوتاه می‌نامند نیز همین نکته است. بنابر تعریف همه مدل‌های ظرف زمانی کوتاه در یک بازه زمانی، حداکثر یک تغییر وضعیت راه‌اندازی را اجازه می‌دهد.

مسئله عمومی زمان‌بندی و تعیین اندازه انباشته^{۴۲} (GLSP) که فلشمن و مایر^{۴۳} (۱۹۹۷) ارائه دادند، یکی از اولین مدل‌هایی است که ظروف زمانی کوچک با طول متغیر را اجازه می‌دهد؛ بنابراین، یک ساختار زمانی دوسطحی تعریف می‌شود، دومرتبه محدوده زمانی برنامه‌ریزی به T ظرف زمانی تقسیم می‌گردد که ماکروپریود نامیده می‌شود؛ اما در این مدل، هر ماکروپریود به S ظرف زمانی کوچک تقسیم می‌گردد که میکروپریود نامیده می‌شود (شکل ۱).



شکل ۱- GLSP با دو ساختار زمانی

به‌طور کلی، مسائل مهم برنامه‌ریزی زنجیره تأمین، به‌صورت یک مسئله MIP مدل‌سازی می‌شود؛ با این حال، الگوریتم‌های قطعی حل این مسائل، برای یافتن جواب بهینه برای مسائل در اندازه بزرگ، در یک زمان محاسباتی پذیرفتنی، کارایی لازم را ندارد. برای غلبه بر این محدودیت، روش‌های ابتکاری برای حل مسائل MIP امیدوارکننده، ظاهر شده است (سل و بیلگن^{۴۴}، ۲۰۱۴). یک دسته از راه‌حل‌های ابتکاری که محققان برای مسائل تعیین اندازه انباشته و زمان‌بندی تولید ارائه کرده‌اند، راه‌حل‌های ابتکاری با منظور خاص^{۴۵} است که بیشتر برای مسائل تعیین اندازه انباشته چندآیتمی تک‌سطحی ارائه شده است. این راه‌حل‌های ابتکاری، یک دستورالعمل پریود به پریود را برای یافتن یک جواب ارائه می‌دهد و در صورتی که جواب ساخته شده امکان‌پذیر نباشد، یک مسیر بازخورد را برای تبدیل جواب، به یک جواب امکان‌پذیر ارائه می‌دهد (شولز^{۴۶}، ۲۰۱۱).

از بین روش‌هایی که برای حل این دسته از مسائل ارائه شده، روش ثابت‌سازی-بهینه‌سازی یکی از مؤثرترین و عمومی‌ترین روش‌هاست. ایده اساسی این رویکرد، این نکته را بررسی می‌کند که با توجه به مشکل بودن حل مسئله اصلی با بازه زمانی طولانی، به جای آن یک مسئله با بازه زمانی کوتاه‌تر حل می‌گردد که پنجره زمانی^{۴۷} نامیده می‌شود. به جز متغیرهای درون پنجره زمانی، سایر متغیرها از قید عدد صحیح بودن آزاد شده و متغیرهای پیوسته در نظر گرفته شده است؛ بنابراین، مسئله حاصل ساده‌تر حل می‌شود. در مراحل بعدی، متغیرهای پنجره زمانی مرحله فعلی، ثابت فرض می‌شود و این تکرار تا پایان بازه زمانی مدنظر ادامه می‌یابد. پنجره‌های زمانی را می‌توان با همپوشانی^{۴۸} یا بدون همپوشانی^{۴۹} در نظر گرفت. تحقیقات نشان می‌دهد انتخاب پنجره‌های زمانی با همپوشانی، پاسخ‌های بهتر ارائه می‌کند؛ ولی زمان حل مسئله را نیز افزایش می‌دهد (فدرگرون^{۵۰} و همکاران، ۲۰۰۷).

روش ابتکاری ثابت‌سازی-بهینه‌سازی، معماری ساده و شفاف دارد و برای بسیاری از مسائل پیچیده برنامه‌ریزی تولید، تعیین اندازه انباشته و مسائل زمان‌بندی در پیشینه موضوع، روشی کارآمد و مؤثر شناخته می‌شود. در روش ثابت‌سازی-بهینه‌سازی، استراتژی‌های مختلفی برای تجزیه مسئله بر پایه زمان، محصول و یا منابع می‌تواند مطرح باشد. هلیر و ساهلینگ^{۵۱} (۲۰۱۰)، روش‌های مختلف تجزیه در روش ثابت‌سازی-بهینه‌سازی را برای حل مسئله CLSP چندسطحی مطرح کرده‌اند. پژوهش ژیاو^{۵۲} و همکاران (۲۰۱۳)، روش ترکیبی رهاسازی-ثابت‌سازی^{۵۳} با روش ثابت‌سازی-بهینه‌سازی و تجزیه زمان برای مسائل CLSP را بررسی کرده‌اند که شامل زمان آماده‌سازی

تجهیزات وابسته به توالی است. ترکیبی از الگوریتم ژنتیک و الگوریتم ثابت سازی_ بهینه سازی، در تحقیقات گورن^{۵۴} و همکاران (۲۰۱۲) و تولدو^{۵۵} و همکاران (۲۰۱۳)، برای حل مدل تحقیق به کار رفته است. از الگوریتم های ابتکاری ثابت سازی_بهینه سازی مختلف، برای حل همین مسئله برای محصولات فاسدشدنی نیز در پژوهش علیپور و همکاران (۲۰۲۰) استفاده شده است.

۳- مدل پیشنهادی برای یک سیستم تولید همبسته انعطاف پذیر

فرض کنید که یک سیستم تولیدی، خانواده ای از محصولات را که با k اندیس گذاری می شود، به عنوان محصولات همبسته تولید می کند. در این سیستم تولیدی، محصول اصلی (برای سادگی مدل، محصول صفر، محصول اصلی در نظر گرفته می شود) و چندین محصول دیگر به عنوان محصول همبسته (محصولات یکم تا K ام) به نسبت α_k^m تولید می شود. تولید محصولات در این سیستم انعطاف پذیر، با تغییر وضعیت تولید^{۵۶}، متغیر است و به ازای هر یک از وضعیت های تولیدی $m=1, \dots, T$ ، نسبت متفاوتی از محصولات تولید می شود. همچنین فرض کنید بازه برنامه ریزی، شامل T پریود است و تقاضای هر محصول (آیتم) در هر پریود معین است و برای محصول k ام در پریود t ام با d_t^k نشان داده می شود. در هر پریود زمانی یک هزینه راه اندازی f_t ، در صورتی که تولیدی اتفاق بیفتد به هزینه ها اضافه می شود. علاوه بر این، هزینه متغیر تولید و نگهداری هر محصول k ام در پریود t ، به ترتیب با p_t^k و h_t^k نشان داده می شود. برای ساده سازی، مقدار تولید محصول اصلی در هر پریود t و هر وضعیت تولید m را x_t^m در نظر می گیریم. بدیهی است، نسبت تولید برای محصول اصلی در هر وضعیت تولید $\alpha_0^m = 1$ فرض می شود. لیست علائمی که در ادامه استفاده می شود، عبارت است از:

اندیس ها

محصولات	$k=0, \dots, K$
بازه های زمانی	$t=1, \dots, T$
وضعیت های تولید	$m=1, \dots, M$

داده ها

تقاضای محصول k در پریود t	d_t^k
هزینه راه اندازی در پریود t در حالت تولید m	f_t^m
هزینه تولید هر واحد از محصول k در پریود t در وضعیت تولید m	p_t^{km}
هزینه نگهداری هر واحد از محصول k در پریود t	h_t^k
تقاضای محصول k بین پریود i و t در حالی که $i \leq t$	d_{it}^k
ماکزیمم تقاضای کل همه محصولات بین پریود ۱ و t یا به عبارتی:	$D_{1,t}$
	$D_{1,t} = \max_{k=1, \dots, K} \{d_{1,t}^k\}$
مقدار تولید محصول k به همراه تولید یک واحد از محصول اصلی در حالت تولید m	α_k^m

با این فرضیات، وضعیت تولید، مقدار و زمان تولید محصولات به‌گونه‌ای است که ضمن برآورده کردن تقاضاها، هزینه‌های کل تولید، شامل هزینه‌های راه‌اندازی، تولید و نگهداری را مینیمم کند، متغیرهای تصمیم مسئله است. متغیرهای تصمیم که در فرموله کردن مسئله استفاده می‌شود، عبارت است از:

$y_t^m = 1$ ، اگر راه‌اندازی در پریود t در وضعیت تولید m اتفاق بیفتد و در غیر این صورت صفر

x_t^{km} = مقدار تولید محصول k تولید شده در پریود t در وضعیت تولید m

s_t^k = مقدار موجودی انبار محصول k در انتهای پریود t

همان‌طور که در بالا آمده است، متغیر d_{it}^k تقاضای محصول k از پریود i تا پریود t است یا به عبارت دیگر $d_{it}^k = \sum_{j=i}^t d_j^k$. با این اوصاف، مسئله به صورت یک مسئله برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح ترکیبی به صورت زیر فرموله می‌شود:

$$\text{Minimize} \quad \sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M (f_t^m y_t^m + \sum_{k=0}^K p_t^{km} x_t^{km}) + \sum_{k=0}^K h_t^k s_t^k \right) \quad (1)$$

$$\text{Subject to} \quad x_t^{km} \leq B y_t^m \quad \forall t = 1, \dots, T; k = 0, \dots, K; m = 1, \dots, M \quad (2)$$

$$\sum_{m=1}^M y_t^m \leq 1 \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (3)$$

$$\sum_{m=1}^M x_t^{km} + s_{t-1}^k - s_t^k = d_t^k \quad \forall t = 1, \dots, T; k = 0, \dots, K \quad (4)$$

$$s_0^k = 0 \quad \forall k = 0, \dots, K \quad (5)$$

$$x_t^{km} = \alpha_k^m x_t^m \quad \forall t = 1, \dots, T; k = 1, \dots, K; m = 1, \dots, M \quad (6)$$

$$s_t^k, x_t^{km} \geq 0; y_t^m \in \{0, 1\} \quad \forall t = 1, \dots, T; k = 0, \dots, K, m = 1, \dots, M \quad (7)$$

تابع هدف (۱)، مجموع هزینه‌های ثابت راه‌اندازی هر پریود و هزینه‌های متغیر تولید و نگهداری موجودی را کمینه می‌کند. محدودیت‌های (۲) که محدودیت‌های اجبار راه‌اندازی (Setup forcing constraints) است، اطمینان می‌دهد که یک محصول k در یک حالت تولید m در پریود t ، فقط زمانی که در آن پریود در حالت تولید، راه‌اندازی انجام شده باشد ($y_t^m = 1$)، می‌تواند تولید شود ($x_t^{km} > 0$). محدودیت‌های (۳) اطمینان می‌دهد در هر پریود حداکثر، فقط یک حالت تولید راه‌اندازی می‌شود. محدودیت‌های (۴)، محدودیت‌های موازنه موجودی (Inventory balance constraints) است که برای هر محصول در هر پریود تعریف می‌شود و محدودیت‌های (۵)، اطمینان می‌دهد که موجودی هر محصول در ابتدای دوره برنامه‌ریزی صفر فرض می‌شود. محدودیت‌های (۶)، رابطه بین محصول اصلی و محصولات همبسته را نشان می‌دهد و محدودیت‌های آخر (۷)، محدودیت‌های نامنفی بودن متغیرهای تصمیم و باینری است.

۱-۳- ساده‌سازی مدل پیشنهادی

با توجه به اینکه در هر یک از وضعیت‌های تولید، میزان تولید محصولات همبسته به محصول اصلی بستگی دارد، می‌توان با استفاده از محدودیت‌های (۶)، متغیرهای x_t^{km} برای $k=1, \dots, K$ را از مدل حذف کرد. با توجه به اینکه تولید محصول اصلی در هر پریود t و هر وضعیت تولید m ، x_t^m است؛ بنابراین، میزان تولید سایر محصولات در هر پریود t و هر وضعیت تولید m برابر $\alpha_k^m x_t^m$ خواهد بود که در تابع هدف و سایر محدودیت‌ها جایگزین می‌شود. با این اوصاف، مدل فوق به‌صورت زیر ساده‌سازی خواهد شد:

$$\text{Minimize} \quad \sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M (f_t^m y_t^m + \sum_{k=0}^K p_t^{km} \alpha_k^m x_t^m) + \sum_{k=0}^K h_t^k s_t^k \right) \quad (1)$$

$$\text{Subject to} \quad x_t^m \leq B y_t^m \quad \forall t = 1, \dots, T; m = 1, \dots, M \quad (2)$$

$$\sum_{m=1}^M y_t^m \leq 1 \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (3)$$

$$\sum_{m=1}^M \alpha_k^m x_t^m + s_{t-1}^k - s_t^k = d_t^k \quad \forall t = 1, \dots, T; k = 0, \dots, K \quad (4)$$

$$s_0^k = 0 \quad \forall k = 0, \dots, K \quad (5)$$

$$s_t^k, x_t^m \geq 0; y_t^m \in \{0, 1\} \quad \forall t = 1, \dots, T; k = 0, \dots, K, m = 1, \dots, M \quad (6)$$

از رابطه‌های (۴) و (۵) به‌سادگی می‌توان نشان داد که

$$s_t^k = \sum_{m=1}^M \alpha_k^m \sum_{\tau=1}^t x_{\tau}^m - \sum_{\tau=1}^t d_{\tau}^k$$

به کمک این رابطه تابع هدف مدل را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$Z = \sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M (f_t^m y_t^m + \sum_{k=0}^K p_t^{km} \alpha_k^m x_t^m) + \sum_{k=0}^K h_t^k \left(\sum_{m=1}^M \alpha_k^m \sum_{\tau=1}^t x_{\tau}^m - \sum_{\tau=1}^t d_{\tau}^k \right) \right) =$$

$$\sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M (f_t^m y_t^m + \sum_{k=0}^K p_t^{km} \alpha_k^m x_t^m) + \sum_{k=0}^K h_t^k \sum_{m=1}^M \alpha_k^m \sum_{\tau=1}^t x_{\tau}^m - \sum_{k=0}^K h_t^k \sum_{\tau=1}^t d_{\tau}^k \right)$$

با توجه به اینکه عبارت $\sum_{k=0}^K h_t^k \sum_{\tau=1}^t d_{\tau}^k$ مقدار ثابتی است، می‌توان تابع هدف را برای سادگی مدل، بدون این عبارت در نظر گرفت. فقط باید دقت کرد تابع هدف مدل جدید، مقدار هزینه کل را نشان نمی‌دهد و باید برای محاسبه هزینه کل پس از محاسبه جواب بهینه، این مقدار ثابت را نیز لحاظ کرد. همچنین با توجه به حذف متغیرهای موجودی از مدل، برای جلوگیری از ایجاد کمبود (موجودی منفی) محدودیت‌های جدیدی به مدل اضافه می‌شود. با این اوصاف مدل ساده‌شده به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\text{Minimize} \quad \sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M (f_t^m y_t^m + \sum_{k=0}^K \{p_t^{km} \alpha_k^m x_t^m + \sum_{\tau=1}^t h_t^k \alpha_k^m x_\tau^m\}) \right) \quad (۱)$$

$$\text{Subject to} \quad x_t^m \leq B y_t^m \quad \forall t = 1, \dots, T; m = 1, \dots, M \quad (۲)$$

$$\sum_{m=1}^M y_t^m \leq 1 \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (۳)$$

$$\sum_{m=1}^M \alpha_k^m \sum_{\tau=1}^t x_\tau^m \geq \sum_{\tau=1}^t d_\tau^k \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (۴)$$

$$x_t^m \geq 0; y_t^m \in \{0, 1\} \quad \forall t = 1, \dots, T; k = 0, \dots, K, m = 1, \dots, M \quad (۵)$$

برای حل مدل فوق، دانستن برخی روابط بین پارامترها و متغیرهای مدل می‌تواند کمک کند تا راه‌حل‌های کاراتری برای حل مدل انتخاب شود. یکی از این پارامترها، پارامتر B در محدودیت‌های اجبار راه‌اندازی است. این محدودیت‌ها متغیرهای باینری و پیوسته را به هم ارتباط می‌دهد. توجه کنید برای سمت راست، باید یک مقدار به‌اندازه کافی بزرگ انتخاب شود (مقدار B در اغلب مدل‌ها M بزرگ خوانده می‌شود، در این مقاله برای تمایز با متغیر وضعیت تولید، B فرض می‌شود) که به‌صورت ناخواسته مقدار تولید را محدود نکند. از طرف دیگر، این مقدار باید تا حد ممکن کوچک انتخاب شود تا موجب عملکرد بهتر سالورهای برنامه‌ریزی ترکیبی (MIP-solver) استاندارد شود. مقدار منطقی برای B ، برای هر یک از آیتم‌ها، مقداری است که حداکثر تقاضای تولید ممکن در آن پیرو را اجازه دهد. حداکثر مقدار تقاضای هر آیتم در هر پیرو، برابر با d_{1T}^k است. البته چون B فقط به‌منظور اطمینان از تولید، در صورت راه‌اندازی در محدودیت‌ها قرار گرفته می‌شود، می‌توان برای تمامی محصولات آن را یکسان و مساوی $D_{1,T} = \max_{k=1,\dots,K} \{d_{1T}^k\}$ در نظر گرفت.

۴- الگوریتم‌های پیشنهادی حل مسئله

در این مقاله با تعریف و تبیین سه الگوریتم ابتکاری، براساس محدودسازی بر روی متحرک‌های $t=1,\dots,T$ ، وضعیت‌های تولیدی $m=1,\dots,M$ و محصولات تولیدی $k=0,\dots,K$ ؛ همچنین، یک روش تلفیقی با رویکرد محدودسازی دوبعدی بر روی زمان (T) و وضعیت تولیدی (M) که از روش بهینه‌سازی-ثابت‌سازی، در حوزه برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح استفاده می‌کند به‌دنبال حل مسئله تعیین اندازه انباشته در سیستم تولیدی انعطاف‌پذیر با ارائه محصولات همبسته خواهیم بود که مراحل انجام پیاده‌سازی و روش حل به شرح ذیل ارائه می‌شود:

الگوریتم الف: محدودسازی بر روی متحرک زمان در برنامه‌ریزی‌های تولید

روش‌های ابتکاری محدوده زمانی متحرک، معمولاً در محیط‌های دینامیک و به‌خصوص در مسائل تعیین اندازه انباشته و زمان‌بندی استفاده می‌شود. در برنامه‌ریزی تولید پویا، تقاضا به‌تدریج در محدوده زمانی برنامه‌ریزی پدیدار می‌شود. درحالی‌که، تخمین تقاضاهای پیروهای اولیه تا حدود زیادی دقیق است؛ تقاضاهای پیروهای پایانی تقریبی است. به همین دلیل در این مسائل، با آزادسازی پیروهای پایانی می‌توان پیچیدگی مسئله را کاهش داد. اگر مسائل تعیین اندازه انباشته تولیدی و زمان‌بندی، یک زیرمجموعه‌ای از پیروهای اولیه، شامل تصمیمات همراه با

جزئیات در نظر گرفته شود و در پریودهای بعدی فقط تصمیمات کلان (به عنوان مقادیر تولید) و یا آزادسازی متغیرها در این پریودها لحاظ شود، پیچیدگی محاسبات کاهش می یابد.

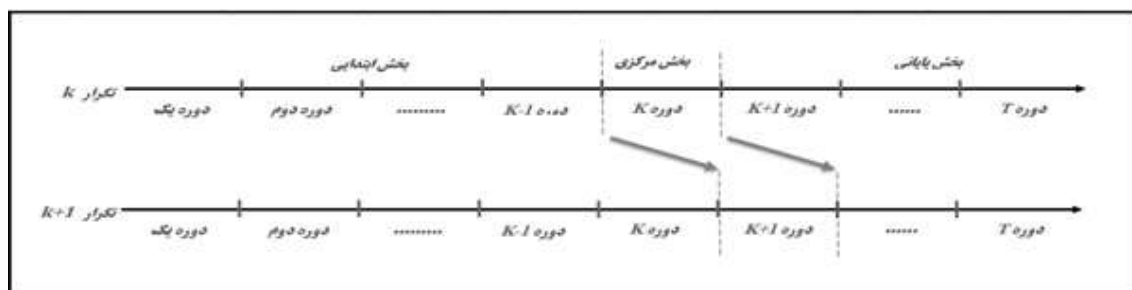
استفاده از این روش برای حل مسائل با مقیاس بزرگ، می تواند با جایگزینی متغیرهای پیوسته به جای متغیرهای باینری در پریودهای آخر، باعث کاهش چشمگیری در محاسبات شود. این رویکرد حتی زمانی مفید است که تمامی پارامترها به طور کامل شناخته شده باشد. مسئله، متغیرهای باینری کمتری دارد و متغیرهای تصمیم، به صورت متناوب و تکرار تعیین می شود. براساس چارچوب مرس و فوتتون، هر مرحله از رویکرد تکرارشونده محدودده برنامه ریزی، به سه بخش (ابتدایی، مرکزی و نهایی) تقسیم می شود. برای هر تکرار مشخص k .

بخش اول که $k-1$ پریود را شامل می شود، براساس تکرار قبلی الگوریتم همه یا قسمتی از مقادیر متغیرهای تصمیم، براساس استراتژی انجماد انتخاب شده، تخصیص داده می شود.

بخش مرکزی شامل پریود k است. برای این پریود، مسئله به صورت کامل در نظر گرفته می شود؛ در این بخش، همه متغیرهای باینری به صورت باینری در نظر گرفته می شود.

بخش پایانی که شامل پریودهای باقیمانده از پریود $k+1$ تا پریود T است، با استراتژی آزادسازی (حذف محدودیت باینری متغیرهای باینری)، ساده سازی می شود.

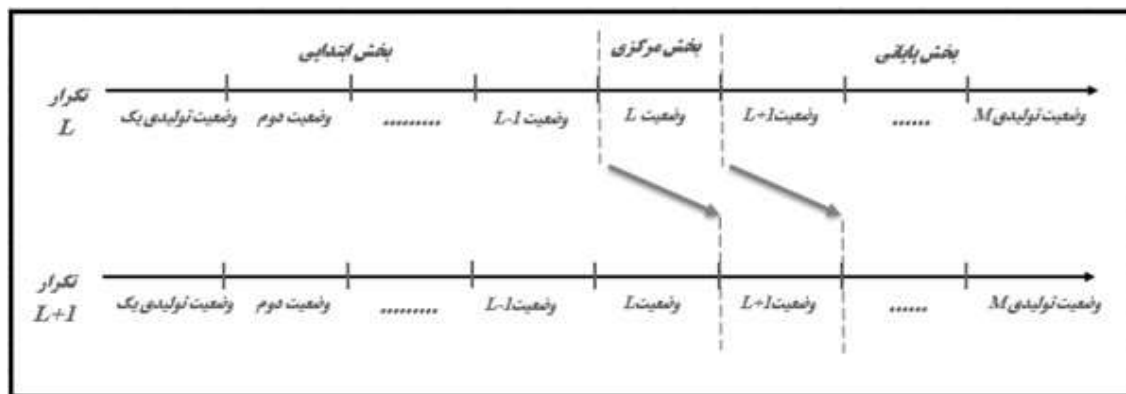
در انتهای هر تکرار، k یک پریود به جلو حرکت می کند و الگوریتم وارد تکرار بعدی می شود. این الگوریتم تا رسیدن به پریود آخر ادامه پیدا می کند. در تکرار آخر این پروسه، همه متغیرهای تصمیم، برای همه محدودده برنامه ریزی مشخص می شود. شکل (۲) این الگوریتم تدریجی براساس محدودده متحرک، دو تکرار پی درپی را مشخص می کند.



شکل ۲- محدودسازی بر روی متحرک زمان

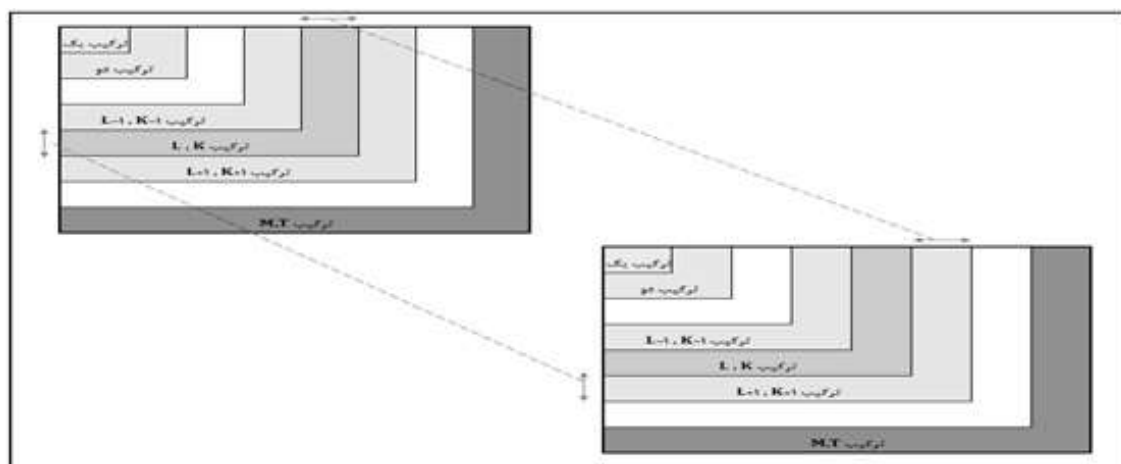
الگوریتم ب: محدودسازی بر روی متحرک وضعیت تولید

در این الگوریتم از روش بهینه سازی-محدودسازی با ثابت سازی، روی متحرک های وضعیت تولید، با همان روش تشریح شده در بخش قبلی، در شکل زیر مشخص شده است.



شکل ۳ - محدودسازی بر روی متحرک وضعیت تولید

الگوریتم ترکیبی دوبعدی (ج): با رویکرد محدودسازی هم‌زمان دو بعد زمان تولید و وضعیت تولید با توجه به جنبه‌های اجرایی و اولویت‌های عملیاتی در برنامه‌های تولیدی، ترجیح برنامه‌ریزی تولید در برخی از صنایع تولیدی به‌ویژه حوزه نفت و گاز، استفاده از یک رویکرد بهینه‌سازی تلفیقی بر روی زمان و وضعیت تولید است که این موضوع، حل مسئله را به سمت ترکیبی از ثابت‌سازی و محدودسازی درباره دو بعد زمان و وضعیت تولید سوق می‌دهد، در این راستا الگوریتم ریاضی بهینه‌سازی به‌صورت تلفیق دو الگوریتم یک و دو اجرا شده است.



شکل ۴ - الگوریتم ترکیبی دوبعدی: با رویکرد محدودسازی بر روی دو بعد زمان تولید و وضعیت تولید

۵- نتایج عددی

در این بخش، برای ارزیابی عملکرد الگوریتم‌های پیشنهادی از داده‌های شبیه‌سازی شده، استفاده شده که به‌صورت تصادفی تولید شده است؛ همچنین، مسائلی در ابعاد مختلف طراحی شده و سه الگوریتم ثابت‌سازی-بهینه‌سازی مطرح شده در بخش قبلی، به آزمون گذاشته شده و عملکرد آن‌ها با یک الگوریتم دقیق (الگوریتم شاخه و کران) مقایسه شده است. به این منظور، سه دسته مسئله با اندازه‌های متفاوت در قالب ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ طراحی شده و برای هر اندازه مسئله، ۲۱ نمونه داده شبیه‌سازی شده، استفاده شده و میانگین نتایج برای هر دسته استخراج و با نتایج راه‌حل دقیق، مقایسه شده است.

برای کد نویسی الگوریتم‌های این مقاله، از نرم‌افزار MATLAB ۲۰۱۶ استفاده شده و محاسبات عددی، با کامپیوتر شخصی با پروسسور ۳/۹GHz@۷۱۰۰-۳ Core™i۳، دارای حافظه داخلی ۸ گیگابایت انجام شده است.

الف-نتایج حل مسائل با ابعاد کوچک:

برای بررسی عملکرد الگوریتم‌های سه‌گانه، این مقاله در ابعاد کوچک، ۲۱ مسئله با ابعاد کوچک و با مقادیر $M=4$ ، $K=4$ و $T=8$ به کار گرفته شد. نتایج حاصل، در جدول ۱ ارائه شده است. در این جدول، ستون اول شماره نمونه داده‌های شبیه‌سازی شده؛ ستون دوم، زمان رسیدن به جواب دقیق برحسب ثانیه با استفاده از الگوریتم شاخه و کران؛ ستون سوم و چهارم، مربوط به درصد انحراف تابع هدف با الگوریتم الف، نسبت به جواب دقیق و بهترین زمان رسیدن به جواب برحسب ثانیه و ستون‌های بعدی مشابه ستون‌های سوم و چهارم برای الگوریتم‌های ب و ج است.

جدول ۱- مقایسه بین الگوریتم‌های سه‌گانه و جواب دقیق برای مسائل با ابعاد کوچک ($K=4$, $M=4$, $T=8$)

جواب‌ها نمونه	زمان جواب دقیق	جواب الگوریتم الف		جواب الگوریتم ب		جواب الگوریتم ج	
		درصد انحراف تابع هدف	زمان الگوریتم	درصد انحراف تابع هدف	زمان الگوریتم	درصد انحراف تابع هدف	زمان الگوریتم
۱	۰/۰۵۰	۶/۷۱٪	۰/۰۸۶	۶۱/۳۶٪	۰/۰۶۵	۷/۰۶٪	۰/۰۶۷
۲	۰/۰۲۸	۳/۴۹٪	۰/۰۵۶	۸/۷۴٪	۰/۰۴۸	۲/۰۱٪	۰/۰۶۳
۳	۰/۰۲۶	۴/۳۷٪	۰/۰۵۳	۱۰/۶۲٪	۰/۰۵۴	۲/۵۲٪	۰/۰۵۸
۴	۰/۰۴۵	۱۱/۳۲٪	۰/۰۶۰	۶۶/۶۲٪	۰/۰۶۵	۲۷/۱۸٪	۰/۰۵۵
۵	۰/۰۵۲	۱۰/۲۲٪	۰/۰۷۶	۵۸/۲۵٪	۰/۰۸۲	۱۵/۱۰٪	۰/۰۶۱
۶	۰/۰۳۹	۵/۵۳٪	۰/۰۶۷	۶۸/۴۴٪	۰/۰۷۱	۱۴/۶۳٪	۰/۰۵۶
۷	۰/۰۱۶	۹۴/۴۵٪	۰/۰۶۱	۳۸۹/۶۹٪	۰/۰۳۸	۵۸/۰۹٪	۰/۰۳۹
۸	۰/۰۵۶	۲/۴۹٪	۰/۰۷۸	۶۴/۸۳٪	۰/۰۶۹	۲/۶۳٪	۰/۰۶۳
۹	۰/۰۲۹	۷/۴۰٪	۰/۰۵۲	۶۴/۰۱٪	۰/۰۳۹	۷/۲۳٪	۰/۰۶۳
۱۰	۰/۰۷۴	۳/۶۸٪	۰/۰۷۶	۱۲۳/۴۹٪	۰/۰۴۴	۲۶/۴۰٪	۰/۰۷۷
۱۱	۰/۰۷۴	۳/۶۸٪	۰/۰۷۸	۱۲۳/۴۹٪	۰/۰۵۳	۲۶/۴۰٪	۰/۰۶۹
۱۲	۰/۰۵۲	۲/۸۲٪	۰/۰۸۳	۶۰/۵۹٪	۰/۰۶۱	۸/۲۶٪	۰/۰۷۵
۱۳	۰/۰۲۰	۱۷/۹۸٪	۰/۰۴۰	۱۲۶/۲۱٪	۰/۰۳۱	۴۹/۴۱٪	۰/۰۳۷
۱۴	۰/۰۷۸	۱۳/۸۸٪	۰/۱۰۹	۶۸/۵۱٪	۰/۰۸۹	۳۲/۱۶٪	۰/۰۸۶
۱۵	۰/۰۴۶	۱/۱۷٪	۰/۰۷۳	۳۶/۶۳٪	۰/۰۵۵	۲/۸۳٪	۰/۰۶۴
۱۶	۰/۰۷۰	۷/۱۳٪	۰/۰۸۹	۸۵/۳۴٪	۰/۰۷۵	۳۰/۲۷٪	۰/۰۸۳
۱۷	۰/۰۷۲	۴/۱۵٪	۰/۰۷۶	۸۵/۳۵٪	۰/۰۹۳	۳۰/۲۸٪	۰/۰۸۳
۱۸	۰/۰۹۵	۵/۱۴٪	۰/۰۸۴	۸۸/۸۲٪	۰/۰۸۹	۲۳/۷۲٪	۰/۰۸۷
۱۹	۰/۰۹۷	۴/۱۲٪	۰/۰۹۶	۸۸/۰۳٪	۰/۰۷۶	۱۹/۵۳٪	۰/۰۸۶
۲۰	۰/۰۹۶	۶/۸۵٪	۰/۰۹۹	۹۶/۵۴٪	۰/۰۷۸	۳۴/۷۷٪	۰/۰۹۴
۲۱	۰/۰۴۲	۱/۹۵٪	۰/۰۶۳	۷۲/۵۱٪	۰/۰۶۶	۲۳/۳۶٪	۰/۰۵۳
میانگین	۰/۰۵۵	۱۰/۷۴٪	۰/۰۷۳	۸۸/۰۰٪	۰/۰۶۴	۲۱/۵۶٪	۰/۰۶۷

ب- نتایج حل مسائل با ابعاد متوسط:

برای بررسی عملکرد الگوریتم‌های سه‌گانه، این مقاله در ابعاد متوسط، ۲۱ مسئله با ابعاد متوسط و مقادیر $K=6$ ، $M=6$ و $T=12$ به کار گرفته شد. نتایج حاصل، در جدول ۲ ارائه شده است. در این جدول توضیح مقادیر مشابه جدول ۱ است.

جدول ۲- مقایسه بین الگوریتم‌های سه‌گانه و جواب دقیق برای مسائل با ابعاد متوسط ($K=6$, $M=6$, $T=12$)

جواب ها نمونه	زمان جواب دقیق	جواب الگوریتم الف		جواب الگوریتم ب		جواب الگوریتم ج	
		زمان الگوریتم	انحراف تابع هدف	زمان الگوریتم	انحراف تابع هدف	زمان الگوریتم	انحراف تابع هدف
۱	۰/۲۶۵	۰/۲۳۵	۳/۱۶٪	۰/۲۰۳	۱۹۲/۵۹٪	۰/۱۷۳	۳۰/۲۱٪
۲	۰/۳۱۰	۰/۱۶۸	۷/۲۱٪	۰/۱۶۲	۱۲۵/۵۸٪	۰/۱۴۱	۴۱/۷۱٪
۳	۰/۲۱۴	۰/۱۸۷	۵/۷۲٪	۰/۱۵۳	۳۷۷/۳۳٪	۰/۱۲۲	۴۴/۶۷٪
۴	۰/۳۱۰	۰/۱۸۴	۲/۷۴٪	۰/۱۳۵	۴۳۳/۱۴٪	۰/۱۱۲	۸۹/۶۰٪
۵	۰/۷۱	۰/۷۳	۰/۰٪	۰/۶۹	۱۲/۴۰٪	۰/۷۴	۱۹/۹۴٪
۶	۰/۲۲۳	۰/۲۰۹	۲/۲۹٪	۰/۱۴۵	۱۵۲/۵۱٪	۰/۱۴۰	۲۳/۳۱٪
۷	۰/۲۲۰	۰/۱۵۴	۳/۱۱٪	۰/۹۴	۴۶۳/۹۷٪	۰/۸۵	۴۵/۲۵٪
۸	۰/۳۴۸	۰/۲۱۲	۳/۵٪	۰/۱۶۸	۱۸۹/۳۵٪	۰/۱۲۹	۳۰/۴٪
۹	۰/۱۱۳	۰/۱۱۱	۹/۷۶٪	۰/۱۵۹	۱۹۷/۸۷٪	۰/۱۴۰	۲۳/۴۶٪
۱۰	۱/۲۹۶	۰/۲۲۱	۵/۳۲٪	۰/۱۶۲	۱۹۹/۶۶٪	۰/۱۲۳	۱۸/۸۳٪
۱۱	۰/۲۵۹	۰/۲۱۹	۴/۵۵٪	۰/۱۷۶	۲۲۸/۱۹٪	۰/۱۷۹	۴۳/۵۶٪
۱۲	۰/۲۶۷	۰/۲۳۱	۳/۱۶٪	۰/۱۹۷	۱۹۲/۸۰٪	۰/۱۷۸	۳۰/۲۴٪
۱۳	۰/۴۵۵	۰/۱۸۴	۵/۲۸٪	۰/۱۶۸	۱۹۴/۶۲٪	۰/۱۳۶	۳۸/۱٪
۱۴	۰/۲۶۲	۰/۲۳۵	۳/۱۶٪	۰/۱۸۹	۱۹۲/۵۳٪	۰/۱۷۶	۳۰/۲۱٪
۱۵	۰/۲۵۹	۰/۲۲۶	۲/۴۶٪	۰/۱۹۵	۲۲۰/۹۱٪	۰/۱۷۵	۳۱/۳۰٪
۱۶	۰/۲۶۱	۰/۲۱۷	۳/۴۷٪	۰/۱۹۱	۱۹۷/۶۵٪	۰/۱۷۱	۳۱/۷۵٪
۱۷	۰/۳۳۷	۰/۲۰۲	۳/۹۴٪	۰/۱۶۴	۱۸۲/۸۵٪	۰/۱۶۱	۳۰/۸۳٪
۱۸	۰/۳۳۳	۰/۱۹۹	۶/۱۴٪	۰/۱۴۹	۱۸۴/۲۵٪	۰/۱۴۳	۲۵/۶۰٪
۱۹	۰/۲۳۲	۰/۲۱۷	۲/۶۰٪	۰/۱۶۴	۱۸۲/۳۶٪	۰/۱۴۹	۳۸/۲۴٪
۲۰	۰/۱۱۲	۰/۱۸۵	۲۰/۳۶٪	۰/۱۵۶	۱۴۲/۳۰٪	۰/۱۳۰	۲۴/۶۷٪
۲۱	۰/۲۶۴	۰/۲۲۳	۳/۱۵٪	۰/۱۹۴	۱۹۲/۶۱٪	۰/۱۷۴	۲۹/۷۰٪
میانگین	۰/۳۰۷	۰/۱۹۵	۴/۴۶٪	۰/۱۶۲	۲۰۳/۵۰٪	۰/۱۳۷	۲۸/۴۶٪

ج- حل مسائل با ابعاد بزرگ

برای بررسی عملکرد الگوریتم‌های سه‌گانه، این مقاله در ابعاد بزرگ، ۲۱ مسئله با ابعاد بزرگ و با مقادیر $K=12$ ، $M=15$ و $T=15$ به کار گرفته شد. نتایج حاصل، در جدول ۳ ارائه شده است. در این جدول نیز توضیح مقادیر مشابه جدول ۱ است.

جدول ۳- مقایسه بین الگوریتم‌های سه گانه و جواب دقیق برای مسائل با ابعاد بزرگ (K=۱۲، M=۱۵، T=۱۵)

جواب ها نمونه	زمان جواب دقیق	جواب الگوریتم الف		جواب الگوریتم ب		جواب الگوریتم ج	
		زمان الگوریتم تابع هدف	درصد انحراف	زمان الگوریتم تابع هدف	درصد انحراف	زمان الگوریتم تابع هدف	درصد انحراف
۱	۱۵/۲۲۷	۲/۳۷۸	۲۰/۸۱٪	۲/۶۹	۹۵/۷٪	۱/۴۱۱	۳۷/۲۲٪
۲	۸/۵۵۴	۲/۴۸۱	۲۰/۱۴٪	۲/۲۸۱	۹۳/۲۸٪	۱/۴۷۶	۳۵/۹٪
۳	۱۵/۳۰	۲/۹۰۰	۲۰/۸۸٪	۲/۸۵	۹۵/۱۱٪	۱/۳۹۷	۳۷/۲۴٪
۴	۱۵/۳۰	۲/۳۵۰	۲۸/۸۴٪	۲/۵۵	۱۱۰/۵۲٪	۱/۴۱۵	۶۵/۱۲٪
۵	۱۵/۲۵۲	۲/۸۵۶	۲۰/۸۱٪	۲/۱۲۰	۹۵/۷٪	۱/۴۱۹	۳۷/۲۲٪
۶	۱۵/۲۶	۲/۳۹۳	۲۰/۸۶٪	۲/۷۴	۹۵/۴۲٪	۱/۴۰۴	۳۷/۴۰٪
۷	۱۵/۲۱۹	۲/۴۴۰	۲۰/۸۹٪	۲/۷۸	۸۶/۹۵٪	۱/۴۰۷	۳۷/۵۰٪
۸	۷/۷۰۱	۲/۴۰۷	۱۴/۴۷٪	۱/۸۷۱	۷۹/۲۷٪	۱/۴۲۸	۳۲/۸۷٪
۹	۱۵/۱۷۰	۲/۳۹۲	۲۰/۶۶٪	۲/۱۲۳	۹۴/۴٪	۱/۴۱۴	۳۶/۹۹٪
۱۰	۶/۷۵۳	۲/۳۱۲	۲۲/۰٪	۲/۱۴۶	۱۲۳/۳۱٪	۱/۴۹۶	۴۵/۵٪
۱۱	۱۱/۷۴۳	۲/۶۲۷	۱۸/۳۳٪	۲/۳۰۷	۱۰۲/۸۲٪	۱/۴۵۲	۳۳/۵۸٪
۱۲	۸/۶۸۷	۲/۳۷۶	۱۴/۳۸٪	۲/۱۵۹	۹۳/۵۰٪	۱/۴۳۰	۳۷/۸۲٪
۱۳	۷/۳۱۹	۱/۵۳۲	۲۱/۵۱٪	۰/۷۷۲	۱۰۸/۲۵٪	۰/۶۱۵	۳۸/۳۷٪
۱۴	۸/۲۶۵	۲/۳۶۴	۲۲/۲۱٪	۲/۳۲۲	۹۹/۶۴٪	۱/۳۶۹	۴۰/۷۰٪
۱۵	۱۳/۸۰۵	۲/۴۳۷	۱۸/۷۶٪	۲/۱۲۱	۹۳/۴۰٪	۱/۴۲۰	۳۴/۶۴٪
۱۶	۱۰/۶۰۰	۲/۵۶۷	۱۸/۳۴٪	۲/۴۹	۱۶۷/۳۲٪	۱/۵۰۰	۴۶/۷۵٪
۱۷	۸/۵۱	۲/۵۷۲	۱۸/۶۶٪	۲/۲۹۲	۸۲/۹۴٪	۱/۶۷۸	۳۳/۹۷٪
۱۸	۱۳/۸۶۶	۲/۶۴۷	۱۸/۸۹٪	۲/۱۷۴	۹۸/۷۲٪	۱/۵۵۴	۳۳/۲٪
۱۹	۹/۳	۲/۴۷۶	۱۲/۱۶٪	۲/۱۹۰	۹۷/۰٪	۱/۳۸۸	۳۳/۵۷٪
۲۰	۱۵/۷۹	۲/۳۶۲	۲۰/۸۲٪	۲/۱۴۲	۹۵/۱۷٪	۱/۴۱۳	۳۷/۲۴٪
۲۱	۱/۷۵۹	۰/۸۵۳	۷/۶۴٪	۰/۵۲۸	۷۰/۴۱٪	۰/۵۳۳	۲۹/۹۸٪
میانگین	۱۱/۲۹۲	۲/۳۶۸	۱۸/۵۷٪	۱/۹۹۶	۹۸/۱۵٪	۱/۳۶۵	۳۶/۸۰٪

۶- بحث

نتایج تحقیق در ابعاد مسائل کوچک (جدول ۱) نشان می‌دهد میانگین زمان رسیدن به جواب سه الگوریتم پیشنهادی، به ترتیب ۰/۷۳، ۰/۶۴ و ۰/۶۷ ثانیه و میانگین زمان رسیدن به جواب دقیق با الگوریتم شاخه و کران ۰/۵۵ ثانیه است. همان‌گونه که انتظار می‌رود در ابعاد کوچک، راه‌حل‌های دقیق در زمان پذیرفتنی به جواب بهینه می‌رسد، در مسئله این تحقیق نیز، نتایج با سایر تحقیقات مشابه همخوانی دارد. درباره نزدیکی مقدار تابع هدف در ابعاد کوچک، الگوریتم‌های پیشنهادی تحقیق، به ترتیب ۱۰/۷۴، ۸۸/۰ و ۲۱/۵۶ درصد بیشتر از مقدار تابع هدف جواب دقیق مسئله است که به ترتیب، الگوریتم‌های الف، ج و ب کمترین فاصله را از جواب بهینه دارند.

نتایج تحقیق در ابعاد مسائل متوسط (جدول ۲) نشان می‌دهد میانگین زمان رسیدن به جواب سه الگوریتم پیشنهادی، به ترتیب ۰/۱۹۵، ۰/۱۶۲ و ۰/۱۳۷ ثانیه و میانگین زمان رسیدن به جواب دقیق با الگوریتم شاخه و کران ۰/۳۰۷ ثانیه است. مشاهده می‌شود با افزایش ابعاد مسئله، الگوریتم‌های پیشنهادی این تحقیق از نظر زمان رسیدن به

جواب، از راه‌حل دقیق (روش شاخه و کران) کیفیت بهتری دارد و در بین این سه الگوریتم، الگوریتم دوبعدی (الگوریتم ج) بهترین عملکرد زمانی را دارد. درباره نزدیکی مقدار تابع هدف به مقدار بهینه دقیق مسائل، به ترتیب الگوریتم‌های الف، ج و ب کمترین فاصله را از جواب بهینه دارند. درباره نزدیکی مقدار تابع هدف در ابعاد متوسط، الگوریتم‌های پیشنهادی تحقیق، به ترتیب ۴/۴۶، ۲۰۳/۵۰ و ۲۸/۴۶ درصد بیشتر از مقدار تابع هدف جواب دقیق مسئله‌اند که به ترتیب، الگوریتم‌های الف، ج و ب کمترین فاصله را از جواب بهینه دارند.

مشابه سایر پژوهش‌ها با افزایش ابعاد مسئله، روش‌های ابتکاری ثابت‌سازی-بهینه‌سازی، عملکرد زمانی بهتری را نشان می‌دهد. نتایج این تحقیق در ابعاد بزرگ (جدول ۳) نیز، نشان می‌دهد میانگین زمان رسیدن به جواب سه الگوریتم پیشنهادی، به ترتیب ۲/۳۶۸، ۱/۹۹۶ و ۱/۳۶۵ ثانیه و میانگین زمان رسیدن به جواب دقیق با الگوریتم شاخه و کران ۱۱/۲۹۲ ثانیه است. مشاهده می‌شود با افزایش ابعاد مسئله، الگوریتم‌های پیشنهادی این تحقیق از نظر زمان رسیدن به جواب، از راه‌حل دقیق (روش شاخه و کران) کیفیت بهتری دارد و در بین این سه الگوریتم، الگوریتم دوبعدی (الگوریتم ج) بهترین عملکرد زمانی را دارد. درباره نزدیکی مقدار تابع هدف به مقدار بهینه دقیق مسائل، به ترتیب الگوریتم‌های الف، ج و ب کمترین فاصله را از جواب بهینه دارند.

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، سیستم‌های تولیدی همبسته انعطاف‌پذیر بررسی و یک مدل ریاضی برای تعیین اندازه انباشته آن‌ها ارائه شد. از آنجایی که، تعداد متغیرها و محدودیت‌های یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح، اثر چشم‌گیری در سرعت الگوریتم‌های حل این‌گونه مسائل دارد، در ادامه سه دسته مسئله با ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ به کمک داده‌های تصادفی شبیه‌سازی شد؛ سپس این مسائل، با سه الگوریتم مختلف مطرح‌شده، ثابت‌سازی-بهینه‌سازی حل و نتایج آن‌ها مقایسه و تحلیل شد.

نتایج نشان می‌دهد که ثابت‌سازی-بهینه‌سازی روی متغیر زمان (الگوریتم الف) کیفیت جواب‌های بهتری (از نظر نزدیکی به مقدار تابع هدف دقیق مسئله) دارد و با افزایش ابعاد مسئله، زمان حل این روش نیز افزایش می‌یابد؛ ولی در مقایسه با زمان محاسبه جواب دقیق مسئله به روش شاخه و کران، برتری خود را به راه‌حل‌های دقیق نشان می‌دهد. بررسی نتایج عملکرد الگوریتم ب که ثابت‌سازی روی وضعیت تولیدی را اعمال می‌کند، از نظر کیفیت جواب و زمان رسیدن به جواب، از الگوریتم الف ضعیف‌تر است و نشان می‌دهد در عمل، برتری نسبت به الگوریتم الف ندارد؛ ولی در مقایسه با راه‌حل دقیق مسئله با افزایش ابعاد مسئله، عملکرد این الگوریتم نیز درخور توجه است.

نتایج تحقیق درباره الگوریتم ج که الگوریتم پیشنهادی این مقاله، برای مسئله مدنظر است و ثابت‌سازی را در دو بعد زمان و وضعیت تولیدی به صورت هم‌زمان اعمال می‌کند، حاکی از برتری چشمگیر این الگوریتم از نظر زمان رسیدن به جواب، نسبت به دو الگوریتم دیگر است؛ البته از نظر کیفیت جواب در مسائل بررسی‌شده، اندکی از جواب‌های الگوریتم اول ضعیف‌تر است؛ ولی به صورت چشمگیری از الگوریتم دوم بهتر است. در بسیاری از مسائل واقعی، با توجه به اینکه پارامترهای هزینه‌ای در وضعیت‌های مختلف تولیدی (مانند در صنایع پایین‌دستی نفت، گاز و پتروشیمی) نزدیک به یکدیگر است و در عمل، تعیین وضعیت‌های تولیدی متناسب با سایر پارامترها

همچون تقاضا، فارغ از هزینه‌های تولید مدنظر است، کارایی الگوریتم پیشنهادی در این مقاله بیشتر به چشم خواهد آمد.

در انجام این پژوهش مهم‌ترین محدودیت، نبود داده‌های واقعی برای یک سیستم تولیدی انعطاف‌پذیر با محصولات همبسته است؛ به همین دلیل، برای اعتبارسنجی مدل و آزمودن الگوریتم‌های پیشنهادی، از داده‌های شبیه‌سازی شده استفاده شد. محققان برای تحقیقات آتی می‌توانند با استفاده از داده‌های واقعی، مطالعات موردی را براساس مدل و الگوریتم‌های ارائه شده در این مقاله، انجام دهند و سایر ویژگی‌هایی همچون محدودیت ظرفیت تولید و مجاز بودن کمبود را به مدل بیافزایند. همچنین در مدل ارائه شده، پارامترهای مدل به صورت قطعی در نظر گرفته شد که می‌توان در تحقیقات بعدی تقاضاهای احتمالی را نیز در نظر گرفت. علاوه بر این محققان می‌توانند به کمک این مدل، مسائل واقعی را مدل‌سازی و حل کنند.

References

- Ağralı, S. (2012). A dynamic uncapacitated lot-sizing problem with co-production. *Optimization Letters*, 6(6), 1051-1061.
- Alipour, Z., Jolai, F., Monabbati, E., & Zaerpour, N. (2020). General lot-sizing and scheduling for perishable food products. *RAIRO-Operations Research*, 54(3), 913-931.
- Bayley, T., Süral, H., & Bookbinder, J. H. (2018). A hybrid Benders approach for coordinated capacitated lot-sizing of multiple product families with set-up times. *International Journal of Production Research*, 56(3), 1326-1344.
- Ben Ammar, H., Ayadi, O., & Masmoudi, F. (2020). An effective multi-objective particle swarm optimization for the multi-item capacitated lot-sizing problem with set-up times and backlogging. *Engineering Optimization*, 52(7), 1198-1224.
- Bo, V., Bortolini, M., Malaguti, E., Monaci, M., Mora, C., & Paronuzzi, P. (2021). Models and algorithms for integrated production and distribution problems. *Computers & Industrial Engineering*, 154, 107003.
- Cardona-Valdés, Y., Nucamendi-Guillén, S., Peimbert-García, R. E., Macedo-Barragán, G., & Díaz-Medina, E. (2020). A New Formulation for the Capacitated Lot Sizing Problem with Batch Ordering Allowing Shortages. *Mathematics*, 8(6), 878.
- Carvalho, D. M., & Nascimento, M. C. (2021). Hybrid matheuristics to solve the integrated lot sizing and scheduling problem on parallel machines with sequence-dependent and non-triangular setup. *arXiv preprint arXiv:2101.04677*.
- Carvalho, D. M., & Nascimento, M. C. (2018). A kernel search to the multi-plant capacitated lot sizing problem with setup carry-over. *Computers & Operations Research*, 100, 43-53.
- Cunha, J. O., Kramer, H. H., & Melo, R. A. (2021). On the computational complexity of uncapacitated multi-plant lot-sizing problems. *Optimization Letters*, 15(2), 803-812.
- Cunha, J. O., Kramer, H. H., & Melo, R. A. (2019). Effective matheuristics for the multi-item capacitated lot-sizing problem with remanufacturing. *Computers & Operations Research*, 104, 149-158.
- de Armas, J., & Laguna, M. (2020). Parallel machine, capacitated lot-sizing and scheduling for the pipe-insulation industry. *International Journal of Production Research*, 58(3), 800-817.
- Devoto, C., Fernández, E., & Piñeyro, P. (2021). The economic lot-sizing problem with remanufacturing and inspection for grading heterogeneous returns. *Journal of Remanufacturing*, 11(1), 71-87.
- Ebrahimi, M., Amiri, M. (2017). Developing and Solving a Two Level Lot Sizing Problem. *Journal of Industrial Management Perspective*, 7(Issue 2, Summer 2017), 109-137.

- ElMaraghy, H. A. (2005). Flexible and reconfigurable manufacturing systems paradigms. *International journal of flexible manufacturing systems*, 17(4), 261-276.
- Federgruen, A., Meissner, J., & Tzur, M. (2007). Progressive interval heuristics for multi-item capacitated lot-sizing problems. *Operations Research*, 55(3), 490-502.
- Fleischmann, B. (1990). The discrete lot-sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 44(3), 337-348.
- Fleischmann, B., & Meyr, H. (1997). The general lotsizing and scheduling problem. *Operations-Research-Spektrum*, 19(1), 11-21.
- Gholamrezaii rahimi, M., Khademi zareh, H. (2015). A Model of Production Planning with Multi-product, Multi time period and Multi-Objective with Fuzzy Parameters. *Journal of Production and Operations Management*, 6(1), 61-78.
- Gicquel, C., & Cheng, J. (2018). A joint chance-constrained programming approach for the single-item capacitated lot-sizing problem with stochastic demand. *Annals of Operations Research*, 264(1), 123-155.
- Gören, H. G., & Tunali, S. (2018). Fix-and-optimize heuristics for capacitated lot sizing with setup carryover and backordering. *Journal of Enterprise Information Management*.
- Goren, H. G., Tunali, S., & Jans, R. (2012). A hybrid approach for the capacitated lot sizing problem with setup carryover. *International Journal of Production Research*, 50(6), 1582-1597.
- Groover, M. P. (2020). *Fundamentals of modern manufacturing: materials, processes, and systems*. John Wiley & Sons.
- Helber, S., & Sahling, F. (2010). A fix-and-optimize approach for the multi-level capacitated lot sizing problem. *International Journal of Production Economics*, 123(2), 247-256.
- Hossein Mirzaei, A., Nakhai Kamalabadi, I., Zegordi, S. (2011). A New Algorithm for Solving the Inventory Routing Problem with Direct Shipment. *Journal of Production and Operations Management*, 2(1), 1-28.
- Jauhari, W. A., & Laksono, P. W. (2017, November). A joint economic lot-sizing problem with fuzzy demand, defective items and environmental impacts. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (Vol. 273, No. 1, p. 012018). IOP Publishing.
- Kalay, S., & Taşkın, Z. C. (2021). A branch-and-price algorithm for parallel machine campaign planning under sequence dependent family setups and co-production. *Computers & Operations Research*, 135, 105430.
- Kang, J. (2020). Capacitated Lot-Sizing Problem with Sequence-Dependent Setup, Setup Carryover and Setup Crossover. *Processes*, 8(7), 785.
- Khosravi, S., Mirmohammadi, S. (2018). STOCHASTIC DYNAMIC LOT- SIZING PROBLEM WITH TOTAL QUANTITY DISCOUNT. *Sharif Journal of Industrial Engineering & Management*, 34.1(1.1), 39-50. doi: 10.24200/j65.2018.5546
- Muckstadt, J. A., & Sapra, A. (2010). *Principles of inventory management: When you are down to four, order more*. Springer Science & Business Media.
- Prasad, D., & Jayswal, S. C. (2019). A review on flexibility and reconfigurability in manufacturing system. In *Innovation in Materials Science and Engineering* (pp. 187-200). Springer, Singapore.
- Roshani, A., Giglio, D., & Paolucci, M. (2017). A relax-and-fix heuristic approach for the capacitated dynamic lot sizing problem in integrated manufacturing/remanufacturing systems. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1), 9008-9013.
- Sel, Ç., & Bilgen, B. (2014). Hybrid simulation and MIP based heuristic algorithm for the production and distribution planning in the soft drink industry. *Journal of Manufacturing systems*, 33(3), 385-399.
- Schulz, T. (2011). A new Silver-Meal based heuristic for the single-item dynamic lot sizing problem with returns and remanufacturing. *International Journal of Production Research*, 49(9), 2519-2533.

- Shivanand, H. K., Benal, M. M., & Koti, V. (2006). Flexible manufacturing system. New Age International.
- Stadtler, H., & Meistering, M. (2019). Model formulations for the capacitated lot-sizing problem with service-level constraints. *OR Spectrum*, 41(4), 1025-1056.
- Suzanne, E., Absi, N., Borodin, V., & van den Heuvel, W. (2020). A single-item lot-sizing problem with a by-product and inventory capacities. *European Journal of Operational Research*, 287(3), 844-855.
- Taş, D., Gendreau, M., Jabali, O., & Jans, R. (2019). A capacitated lot sizing problem with stochastic setup times and overtime. *European Journal of Operational Research*, 273(1), 146-159.
- Tavaghof-Gigloo, D., & Minner, S. (2020). Planning approaches for stochastic capacitated lot-sizing with service level constraints. *International Journal of Production Research*, 1-21.
- Toledo, C. F. M., De Oliveira, R. R. R., & França, P. M. (2013). A hybrid multi-population genetic algorithm applied to solve the multi-level capacitated lot sizing problem with backlogging. *Computers & Operations Research*, 40(4), 910-919.
- Tolio, T. (2008). *Design of flexible production systems*. Springer.
- Vejdani, M., Dolati, A. (2015). Multi-Level Lot Sizing Problem with Deterioration Inventory and Disposal Costs. *Journal of Production and Operations Management*, 6(2), 55-78.
- van Pelt, T. D., & Fransoo, J. C. (2018). A note on “Linear programming models for a stochastic dynamic capacitated lot sizing problem”. *Computers & Operations Research*, 89, 13-16.
- Vincent, B., Duhamel, C., Ren, L., & Tchernev, N. (2020). A population-based metaheuristic for the capacitated lot-sizing problem with unrelated parallel machines. *International Journal of Production Research*, 58(21), 6689-6706.
- Wiedemann, S. G., Ledgard, S. F., Henry, B. K., Yan, M. J., Mao, N., & Russell, S. J. (2015). Application of life cycle assessment to sheep production systems: investigating co-production of wool and meat using case studies from major global producers. *The International Journal of Life Cycle Assessment*, 20(4), 463-476.
- Wu, T., Xiao, F., Zhang, C., He, Y., & Liang, Z. (2018). The green capacitated multi-item lot sizing problem with parallel machines. *Computers & Operations Research*, 98, 149-164.
- Xiao, J., Zhang, C., Zheng, L., & Gupta, J. N. (2013). MIP-based fix-and-optimize algorithms for the parallel machine capacitated lot-sizing and scheduling problem. *International Journal of Production Research*, 51(16), 5011-5028.

¹ Muckstadt, , & Sapra

² Co-production

³ Kalay, & Taşkın

⁴ Wiedemann

⁵ Flexible manufacturing system

⁶ Shivanand

⁷ Remanufacturing

⁸ Cunha

⁹ Taş

¹⁰ Tavaghof-Gigloo, & Minner,

¹¹ van Pelt & Fransoo

¹² Jauhari, & Laksono

¹³ Wu

¹⁴ de Armas, , & Laguna

¹⁵ Vincent

¹⁶ Carvalho, & Nascimento

¹⁷ Ben Ammar

¹⁸ Bayley

¹⁹ Gören, & Tunali

- ²⁰ Carvalho, & Nascimento
- ²¹ Service-level constraints
- ²² Batch Ordering
- ²³ Stadtler, & Meistering
- ²⁴ Cardona-Valdés
- ²⁵ Prasad & Jayswal
- ²⁶ Eimaraghy
- ²⁷ Groover
- ²⁸ Co-products
- ²⁹ Ağralı
- ³⁰ Suzanne
- ³¹ Cunha
- ³² Devoto
- ³³ Bo
- ³⁴ Fix and Optimize Heuristic
- ³⁵ Flexible Manufacturing System Uncapacitated Lot sizing Problem with Co-production
- ³⁶ Large-time bucket
- ³⁷ Small-time bucket
- ³⁸ Capacitated Lot-sizing Problem
- ³⁹ Kang
- ⁴⁰ Discrete Lot-sizing and Scheduling Problem
- ⁴¹ Fleischmann
- ⁴² The General Lot-sizing and Scheduling Problem
- ⁴³ Fleischmann and Meyr
- ⁴⁴ Sel, & Bilgen
- ⁴⁵ Special-purpose heuristics
- ⁴⁶ Schulz
- ⁴⁷ Time window
- ⁴⁸ Overlapping
- ⁴⁹ Non-overlapping
- ⁵⁰ Federgruen
- ⁵¹ Helber and Sahling
- ⁵² Xiao
- ⁵³ Relax&Fix
- ⁵⁴ Goren
- ⁵⁵ Toledo
- ⁵⁶ Production status, Production Mode