



Production and Operations Management  
University of Isfahan E-ISSN: 2423-6950  
Vol. 13, Issue 1, No. 28, Spring 2022



<http://dx.doi.org/10.22108/jpom.2022.128431.1370>

(Research Paper)

## Proposing an efficient mathematical model for the continuous layout design in a cellular manufacturing system The real-case of BATA company

**Amir-Mohammad Golmohammadi\***

Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Arak University, Arak, Iran,  
a-golmohammadi@araku.ac.ir

**Mehdy Morady Gohareh**

Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Arak University, Arak, Iran,  
m-moradygohareh@araku.ac.ir

**Mahdi Karbasian**

Department of Industrial Engineering Malek Astar University of Technology, Tehran, Iran,  
mkarbasi@mut-es.ac.ir

**Purpose:** The fundamental function of a cellular manufacturing system (CMS) is based on the definition and recognition of the type of similarity among the parts that should be produced in a planning period. Cell formation (CF) and cell/machine layouts are two major steps in implementing the CMS design. This paper aims to propose a new mathematical nonlinear programming model for cell formation that employs the rectilinear distance concept to determine layout in a continuous space. In the proposed model, the benefits of cellular layout consideration are used, and the objective function computes the cost of cell reconfiguration and the costs of intra-cell and inter-cell material handling movements. Due to its problem complexity, a genetic algorithm (GA) and a particle swarm optimization (PSO) algorithm are proposed to solve the problem. To address the efficiency of the linearized model and solution methods, the production information of a real case study is used and 30 test problems in different dimensions are presented.

**Design/methodology/approach:** In this paper, a mathematical programming model of cell formation and cell layout has been proposed in a continuous space, using the concept of rectilinear distance. In the proposed model, production information similar to the production flow between machines, alternative process routing, cells capacity, and the inter-cell and intra-cell transportation costs has

\* Corresponding author



been considered. Due to the nature and complexity of the proposed model, two metaheuristic algorithms, i.e., GA and PSO have been also developed for larger problems.

**Findings:** In this paper a real case study in the BATA company was studied and the result of configuration was illustrated. By computing the efficiency of the linearized model and solution methods, the production information of a real case study was used and 30 test problems in different dimensions were presented. Findings highlighted the high efficiency of the genetic algorithm in solving large-scale problems.

**Research limitations/implications:** Issues such as assuming similar dimensions for machines or their constant availability are considered as the limitations of this study. For future research, the following subjects can be attractive and the present study can provide the necessary background for researchers who seek to work on such subjects:

- Considering unequal dimensions for machines; in the proposed model, machines were considered as squares of equal area with unit dimension. To obtain a more appropriate schema from the space of a job shop, machines' dimensions can be assumed as the input parameters.
- Developing probabilistic models and fuzzy model factors (e.g., available machines, operation time, costs, transportation time, and demand for each part) can be considered fuzzy or probabilistic.
- To make the model more realistic, production data such as setup times and holding inventory between periods can be incorporated. Also, the proposed model can be integrated with the scheduling problem.

**Practical implications:** CMS, which is the most important application of GT, overcomes the inefficiency of traditional approaches by reducing transportation time and distance. A flow shop layout has high efficiency in a mass production system, while a job shop is a very flexible system for producing various parts. Each of these systems does not have any other benefits. The CMS is an approach between the two manufacturing systems and aims to improve flexibility and efficiency to produce manufacturing groups in different sizes. In a CMS, machines and parts assignment to cells must impose a minimum cost on the system. Due to the practical nature of the proposed mathematical model, a real case was studied in which, the production information of the BATA company was used.

**Originality/value:** In this study, a new non-linear mixed-integer programming model was proposed which considered the simultaneous cell formation and intra-cell and inter-cell layouts in a continuous space. The model aimed to determine the cell formation and the intra and inter-cell layout concurrently in a way that the total transportation cost of parts and the reconfiguration cost of cells were minimized. The proposed model attempted at calculating the material handling costs realistically. The material handling cost was computed based on the actual location of machines and cells on the shop floor regarding the dimensions of equal-sized machines. Handling both intra/intercellular materials using batch sizes for transferring parts was taken into account in calculating the transportation cost. The transportation cost was calculated based on the rectilinear travel distance, according to the center-to-center interval among machines.

**Keywords:** Cellular manufacturing systems, Layout design, Cell formation, Genetic algorithm, Particle swarm optimization



مدیریت تولید و عملیات، دوره ۱۳، شماره ۱، پیاپی ۲۸، بهار ۱۴۰۱

دریافت: ۱۴۰۰/۰۳/۰۶ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۲/۲۳ ص ۲۵-۵۰



<http://dx.doi.org/10.22108/jpom.2022.128431.1370>

### (مقاله پژوهشی)

## ارائه یک مدل ریاضی کارآ برای مسئله طراحی چیدمان تسهیلات در فضای پیوسته در یک سیستم تولید سلولی (مطالعه موردی: شرکت BATA)

امیر محمد گل محمدی<sup>۱\*</sup>، مهدی مرادی گوهره<sup>۲</sup>، مهدی کرباسیان<sup>۳</sup>

- ۱- استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اراک، اراک، ایران، a-golmohammadi@araku.ac.ir  
۲- استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اراک، اراک، ایران، m-moradygohareh@araku.ac.ir  
۳- دانشیار مجتمع دانشگاهی مدیریت و مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران، mkarbasi@mut-es.ac.ir

**چکیده:** اساس کارکرد سیستم‌های تولید سلولی بر پایه تعریف و شناسایی نوعی شباهت در میان قطعاتی است که باید در یک دوره برنامه‌ریزی تولید شوند. تشکیل سلول و طراحی چیدمان از مراحل مهم اجرای این نوع از سیستم‌های تولیدی‌اند. در این مقاله یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی غیرخطی جدید برای مسئله تشکیل سلول ارائه شده است که در آن با بهره‌گیری از مفهوم فاصله متعامد، چیدمان ماشین‌آلات در یک فضای پیوسته تعیین می‌شود. در مدل ارائه‌شده، با استفاده از مزایای در نظر گرفتن جانمایی سلولی در تابع هدف، هزینه‌های جابه‌جایی درون و بین سلولی قطعات دقیق محاسبه می‌شود. با توجه به پیچیدگی‌های مسئله، مدل ریاضی ارائه‌شده از نظر پیچیدگی در زمره مسائل سخت قرار می‌گیرد که برای حل آن از الگوریتم ژنتیک و ازدحام ذرات استفاده شده است. به منظور نشان دادن کارایی مدل و الگوریتم‌های حل ارائه‌شده، از اطلاعات تولیدی یک مسئله واقعی استفاده شده و ۳۰ نمونه مسئله دیگر در ابعاد مختلف ارائه شده است که نتایج حاصل بیانگر عملکرد بهتر الگوریتم ژنتیک در مقایسه با الگوریتم ازدحام ذرات در کیفیت جواب‌های حاصل شده است.

**واژه‌های کلیدی:** سیستم‌های تولید سلولی، طراحی چیدمان، تشکیل سلول، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم ازدحام ذرات



## ۱- مقدمه

در دنیای کنونی به دلیل افزایش قدرت انتخاب مشتری و گسترش بازارهای رقابتی، سازمان‌ها مجبور به اصلاحاتی در ساختار خودند. شرکت‌ها به دلیل فشار بازار و رقابت تنگاتنگ، بایستی کارایی و بهره‌وری بالایی داشته باشند و از تمام منابع خود مانند مواد اولیه، سرمایه و نیروی انسانی به طور مؤثر استفاده کنند و هزینه‌های خود را کاهش دهند. در این بین بازنگری و بهینه‌سازی نوع سیستم تولیدی در بنگاه‌های تولیدی به منظور کمینه‌کردن هزینه‌ها، برای ماندن در شرایط رقابتی از ملزومات به شمار می‌رود. تکنولوژی گروهی<sup>۱</sup> یکی از فلسفه‌های تولید است که هدف آن تعیین، طبقه‌بندی و تخصیص قطعات به گروه‌ها و خانواده‌های قطعات<sup>۲</sup> و نیز تخصیص ماشین‌ها به سلول‌هایی برای تولید این خانواده از قطعات است. این فرآیند براساس خصوصیات قطعات و شباهتشان (ضریب تشابه<sup>۳</sup>) در تولید و طراحی انجام می‌گیرد.

سیستم تولید سلولی<sup>۴</sup> (CMS) که مهم‌ترین کاربرد تکنولوژی گروهی محسوب می‌شود، ابزاری کارا برای بهبود بهره‌وری و انعطاف‌پذیری تولید دسته‌های کوچک تا متوسط گونه‌های مختلف قطعات به شمار می‌رود. تولید سلولی بر ناکارآمدی روش‌های سنتی، از طریق کاهش در مسافت و زمان حمل‌ونقل غلبه می‌کند. طراحی چیدمان به صورت خط تولید<sup>۵</sup>، کارایی بالایی در سیستم تولید انبوه دارد؛ در حالی که تولید کارگاهی<sup>۶</sup>، سیستم بسیار منعطفی برای تولید قطعات متنوع است. به عبارتی می‌توان گفت در هریک از این دو سیستم قوت و ضعفی وجود دارد؛ انعطاف‌پذیری بالا در سیستم تولید کارگاهی و حجم تولید مناسب در سیستم خط تولید، قوت محسوب می‌شوند. CMS روشی مابین این دو نوع سیستم تولید است که انعطاف و کارایی لازم برای ساخت دسته‌های تولیدی با اندازه‌های مختلف را داراست. تخصیص ماشین‌ها و قطعات به سلول‌ها باید به گونه‌ای صورت گیرد که کمترین هزینه را به سیستم تحمیل کند. پس از مشخص شدن تخصیص ماشین‌ها و قطعات باید مکان قرارگیری ماشین‌ها را مشخص کرد. این موضوع با عنوان جانمایی سلولی<sup>۷</sup> مطرح می‌شود. در ادامه مطالعات اخیر در این حوزه بررسی می‌شود.

## ۲- پیشینه تحقیق

تحقیقات صورت گرفته در مسئله تشکیل سلول به دو دسته زیر طبقه‌بندی می‌شود:

- تحقیقاتی که با توجه به اطلاعات تولیدی سعی در ارائه مدل‌های مناسب در طراحی CMSs و حل مدل‌ها با الگوریتم‌های دقیق یا ابتکاری دارد؛
- تحقیقاتی که سعی در ارائه روش‌های جدید اعم از دقیق یا ابتکاری برای مدل‌های موجود و مقایسه روش‌های حل دارد.

## ۲-۱- تحقیقات مبتنی بر ارائه مدل

از جمله اساسی‌ترین تحقیقاتی که در طراحی CMSs انجام شده است، به موارد ذیل اشاره می‌شود:

کارتیکیان و همکاران<sup>۸</sup> (۲۰۱۶) یک سیستم تولید سلولی را با تغییر مقدار تقاضا در دوره‌های مختلف زمانی با الگوریتم‌های فراابتکاری طراحی کردند. تابع هدف این تحقیق شامل، به کمینه‌کردن هزینه نگهداری، هزینه سفارش بازگشت، هزینه ماشین و هزینه حقوق و دستمزد بود. نتایج محاسباتی حاصل از این تحقیق نشان داد الگوریتم

ازدحام ذرات<sup>۹</sup> (PSO)، کارآیی بالاتری نسبت به الگوریتم ژنتیک<sup>۱۰</sup> (GA) دارد. گل محمدی و همکاران<sup>۱۱</sup> (۲۰۱۶) یک مسئله تولید سلولی را در یک محیط پویا با رویکرد چیدمان تسهیلات طراحی کردند. آنها برای ساده تر شدن مدل فرض کردند که هزینه های حمل و نقل درون و برون سلولی ثابت است. آنها برای حل مدل از یک سلسله مراتبی استفاده کردند. ایمران و همکاران<sup>۱۲</sup> (۲۰۱۷) در مقاله ای به کمینه سازی هزینه ها در یک مسئله تولید سیستم سلولی با استفاده از یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی<sup>۱۳</sup> (HGA) پرداختند، این الگوریتم ترکیبی از الگوریتم شبیه سازی تبرید<sup>۱۴</sup> (SA) و الگوریتم GA بود. نتایج حل مدل با استفاده از این الگوریتم، بهبود ۸/۵۵٪ خروجی مدل نسبت به الگوریتم های دیگر بود. کومار و سینگ<sup>۱۵</sup> (۲۰۱۷) یک مدل سیستم تولید سلولی طراحی کردند و برای حل مدل خود از یک الگوریتم دو مرحله ای استفاده کردند که هدف آن کاهش هزینه های کل سیستم بود. سولکی و ارکات<sup>۱۶</sup> (۲۰۱۸) یک مسئله CMS برای انتخاب مکان مناسب برای هریک از تسهیلات و فرآیندهای تولید پیشنهاد دادند. آنها در این مقاله خود، یک مدل برنامه ریزی خطی عدد صحیح مختلط برای یکپارچه سازی بخش های تولید، توزیع و تأمین در زنجیره تأمین سه سطحی ارائه دادند و از الگوریتم بهینه سازی جهش ژنتیکی ترکیبی استفاده کردند. نتایج حاصل از تحقیق نشان از کارآیی بالای این الگوریتم در مقایسه با الگوریتم ژنتیک بود. ایگبال و گمدی<sup>۱۷</sup> (۲۰۱۸)، بهینه سازی انرژی مرتبط را با تخصیص فرآیندهای تولید به ماشین های مختلف و دسته بندی ماشین آلات در سلول های مختلف برای کمینه کردن فاصله حمل و نقل قطعات ارائه کردند. گل محمدی و همکاران (۲۰۱۸) یک مدل ریاضی برای مسئله چیدمان در سیستم های تولید سلولی با در نظر گرفتن قابلیت اطمینان ماشین ها ارائه کردند؛ در مدل ارائه شده فرض بر آن بود که فاصله زمانی خرابی بین ماشین ها از یک توزیع نمایی پیروی می کند. آرگیش و همکاران<sup>۱۸</sup> (۲۰۱۸) یک مدل ریاضی غیرخطی عدد صحیح مختلط برای طراحی CMS پیشنهاد دادند. مدل آنها شامل عناصری نظیر تشکیل سلول، طرح بندی سلولی و تخصیص اپراتور و ابزار بود. تابع هدف مسئله شامل کمینه سازی هزینه های کل سیستم تولید سلولی بود. آنها برای حل مسئله از الگوریتم شاخه و کران<sup>۱۹</sup> (B&B) در اندازه کوچک و الگوریتم های بهینه سازی ازدحام ذرات، تکامل دیفرانسیلی و پروانه-آتش در اندازه بزرگ تر استفاده کردند. نتایج حاصل از تحقیق نشان دهنده عملکرد بالای الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات نسبت به الگوریتم های تکامل دیفرانسیلی و پروانه-آتش بود. گل محمدی و همکاران (۲۰۲۰) با ارائه یک مدل ریاضی، قطعیت نداشتن تقاضا را برای مسئله تشکیل سلول و چیدمان ماشین آلات تحت شرایط فازی بررسی کردند و یک الگوریتم ژنتیک برای حل آن ارائه دادند.

## ۲-۲- تحقیقات مبتنی بر روش حل

از جمله مهم ترین تحقیقاتی که در ارائه روش های حل در طراحی سیستم های سلولی انجام گرفته است، به صورت خلاصه به تحقیقات ذیل اشاره می شود:

چاندرزخاران و راجاگپالان<sup>۲۰</sup> (۱۹۹۳) از روش مقیاس بندی چندبعدی برای حل مسئله چیدمان سلول ها استفاده کردند. آنها حجم تولید محصولات و ابعاد سلول ها را ثابت در نظر گرفتند و فرض کردند که ماتریس قطعه - ماشین که یکی از ورودی های مسئله است به روش ZODIAC به دست آمده است. توکلی مقدم و همکاران در سال (۲۰۰۸) مسئله چیدمان سلول ها و چیدمان درون سلولی را در شرایطی که میزان تقاضا به صورت غیرقطعی در نظر گرفته می شود به صورت یک مدل غیرخطی تخصیص مضاعف دوهدفه<sup>۲۱</sup> (bi-QAP) درآوردند و پس از خطی کردن

آن با استفاده از Lingo، آن را برای مسائل مختلف حل کردند. در مقاله آنها میزان تقاضا از توزیع نرمال<sup>۲۲</sup> پیروی می‌کند، اندازه ماشین‌ها یکسان در نظر گرفته می‌شود و سلول‌ها استقرار U شکل دارد. بجستانی و همکاران<sup>۲۳</sup> (۲۰۰۹)، مدل برنامه‌ریزی چندمعیاره برای تشکیل سلول ارائه داده‌اند. مؤلفان مدل ارائه‌شده را با استفاده از الگوریتم جست‌وجوی پراکنده<sup>۲۴</sup> حل کردند و نشان دادند الگوریتم جست‌وجوی پراکنده برای این مسئله، بهتر از الگوریتم ژنتیک چندمعیاره عمل می‌کند. دیکزیت و میشر<sup>۲۵</sup> (۲۰۰۹) الگوریتم CLASS مهدوی و مهداوان را توسعه دادند. نوری و هانگ<sup>۲۶</sup> (۲۰۱۳) برای نخستین بار یک الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر باکتری جست‌وجوگر را برای مسئله تشکیل سلول، برای زمانی ارائه دادند که تغییرات بار برای ماشین‌ها وجود دارد و آن را با دیگر الگوریتم‌های ارائه شده مقایسه کردند. چاندرزکار و ون‌کومار<sup>۲۷</sup> (۲۰۱۳) یک HGA را برای طراحی هم‌زمان چیدمان درون‌سلولی و بین‌سلولی به کار بردند. داده‌های ورودی مدل آنها یک ماتریس قطعه - ماشین بود که توالی عملیات قطعات نیز در آن در نظر گرفته شده بود. آنها کارایی و اثربخشی الگوریتم ارائه‌شده را مقایسه کردند که در مقابل کارهای پیشین انجام شده است. آنها همچنین نشان دادند الگوریتم جدید ارائه‌شده نتایج بهتری را نسبت به رویکردهای پیشین ارائه می‌دهد. شوکلا و همکاران<sup>۲۸</sup> (۲۰۱۹) در مقاله‌ای از مدل شبیه‌سازی برای ارزیابی معیارهای عملکرد سیستم در یک مسئله تولید سلولی استفاده کردند. آنها برای این کار از نرم‌افزار MATLAB استفاده کردند و ارزیابی خود را بر مسئله‌ای با ۳ کار و ۴ ماشین نشان دادند. ربانی و همکاران (۲۰۱۹) یک مدل ریاضی چندهدفه را برای CMS با در نظر گرفتن قابلیت اطمینان دستگاه‌ها ارائه دادند. در مدل آنها، هدف اصلی یکپارچه‌سازی خانواده (سلول/قطعه) و نیز اختصاص دادن اپراتورها به سلول‌ها بود. تابع هدف اول این مقاله شامل کاهش هزینه‌های کل مربوط به سیستم تولید سلولی و تابع هدف دوم نیز بهره‌وری کار و درنهایت، کمینه‌سازی مقدار واریانس بارکاری بین سلول‌های مختلف را بهینه‌سازی می‌کرد. آنها برای حل مسئله نیز در اندازه کوچک از نرم‌افزار GAMS و در اندازه‌های بزرگ تر از الگوریتم‌های ازدحام ذرات، تحت شرایط چندهدفه<sup>۲۹</sup> (MOPSO) و الگوریتم ژنتیک بر پایه ناچیرگی<sup>۳۰</sup> (NSGAI) استفاده کردند.

در جدول (۱) تعدادی از مشخص‌ترین مقالات بررسی شده در مقایسه با یکدیگر آورده شده است.

با بررسی مطالعات بارز در این حوزه، مشخص می‌شود در مطالعات گذشته برای قرارگیری ماشین‌ها در فضای سلول‌های تولیدی، تنها مکان‌هایی به صورت چیدمان خطی در نظر گرفته می‌شوند و ماشین‌ها به این موقعیت‌ها تخصیص داده می‌شوند. بدیهی است که در صورت اختصاص تعدادی ماشین به یک سلول که نتوان صرفاً آنها را به صورت خطی جانمایی کرد، این چیدمان در سلول تولیدی به صورت U شکل در می‌آید که باعث تحمیل هزینه‌های اضافی به سیستم می‌شود. با توجه به این نکته، استفاده از مفهوم فاصله برای محاسبه میزان جابه‌جایی قطعات میان دو و یا چند ماشین در یک سلول و یا بیش از یک سلول، به جای در نظر گرفتن موقعیت‌هایی برای اختصاص ماشین‌ها به سلول‌های تولیدی، به واقعی‌تر شدن مسئله و محاسبه هزینه‌های جابه‌جایی کمک بسزایی می‌کند. مدل پیشنهادی این مقاله علاوه بر مسئله تشکیل سلول، چیدمان ماشین‌آلات را در یک سلول و چیدمان سلول‌ها را در سطح کارگاه تعیین می‌کند. در مدل ارائه‌شده با به‌کارگیری مفهوم فاصله سعی شده است تا مکان دقیق مختصات مرکز ماشین‌آلات در سطح کارگاه تعیین شود و با توجه به توالی ساخت قطعات و حجم تقاضای قطعات، تخمین دقیق‌تری از هزینه‌ها محاسبه شود.

جدول ۱- جمع‌بندی مقالات بررسی شده

Table 1- Summary of the literature review

ردیف	نویسندگان	سال انتشار	معیارهای دسته‌بندی مقالات							
			ظرفیت سلول	چیدمان ماشین آلات	ماشین آلات	هزینه عملیات	ماشین آلات	هزینه تغییر مکان	ظرفیت ماشین آلات	
۱	گل محمدی و همکاران	۲۰۲۰	*	*	*	*	*	*		
۲	شوگلا و همکاران	۲۰۱۹	*	*	*	*	*	*		
۳	گل محمدی و همکاران	۲۰۱۸	*	*	*	*	*	*		
۴	ربانی و همکاران	۲۰۱۹	*	*	*	*	*	*		
۵	سولکی و ارکات	۲۰۱۸	*	*	*	*	*	*		
۶	ایگبال و گمدی	۲۰۱۸	*	*	*	*	*	*		
۷	ارگیش و همکاران	۲۰۱۸	*	*	*	*	*	*		
۸	ایمران و همکاران	۲۰۱۷	*	*	*	*	*	*		
۹	کومار و سینگ	۲۰۱۷	*	*	*	*	*	*		
۱۰	کارتیکیان و همکاران	۲۰۱۶	*	*	*	*	*	*		
۱۱	گل محمدی و هنرور	۲۰۱۶	*	*	*	*	*	*		
۱۲	باقری و بشیری	۲۰۱۴	*	*	*	*	*	*		
	مقاله حاضر	۲۰۲۱	*	*	*	*	*	*	*	*

### ۳- روش شناسی پژوهش

در این بخش مدل مسئله تشکیل سلول با بیان مفروضات، پارامترها، متغیرهای تصمیم، تابع هدف و محدودیت‌ها معرفی می‌شود.

#### ۳-۱- مفروضات مدل

مفروضات مدل به شرح زیر است:

- حجم تولیدی برای هر یک از قطعات مشخص است؛
- مسیرهای عملیاتی چندگانه برای هر یک از قطعات مشخص شده و توالی هر مسیر تعیین شده است؛
- زمان عملیات هر قطعه بر هر ماشین در هر یک از مسیرهای عملیاتی مشخص است؛
- تعداد سلول‌ها مشخص است؛
- بیشینه تعداد ماشین‌ها در هر سلول مشخص است؛
- هزینه واحد جابه‌جایی بین سلولی مشخص است؛
- هزینه واحد جابه‌جایی درون سلولی مشخص است؛
- ابعاد هر ماشین  $1 \times 1$  در نظر گرفته شده است؛
- طول و عرض کارگاه مشخص است؛
- میزان حجم تولید برای هر قطعه به اندازه میزان تقاضای همان قطعه است و موجودی انتهای دوره یا کمبود مجاز نیست.

اندیس‌ها و نمادهای به کار رفته در این مدل به شرح زیر است:

۳-۲- اندیس‌ها

$i = 1, 2, \dots, n$	اندیس مربوط به قطعات:	$i$
$r = 1, 2, \dots, R_i$	اندیس مربوط به مسیرهای ساخت قطعه:	$r$
$m, m' = 1, 2, \dots, M$	اندیس مربوط به ماشین‌ها:	$m, m'$
$j = 1, 2, \dots, J_{ir}$	عمل $J$ ام از مسیر انتخاب شده برای قطعه $i$ :	$j$
$c, c' = 1, 2, \dots, C$	اندیس مربوط به سلول‌ها:	$c, c'$

۳-۳- پارامترها

میزان تقاضای قطعه $i$ یا حجم تولید قطعه $i$ ؛	$P_i$
تعداد سلول‌های در نظر گرفته شده؛	$C$
بیشینه تعداد ماشین‌ها در یک سلول؛	$UC$
تعداد مسیرهای تولید قطعه $i$ ؛	$R_i$
تعداد عملیات قطعه $i$ در مسیر تولید $r$ ؛	$J_{ir}$
هزینه جابه‌جایی بین سلولی برای قطعه $i$ ؛	$C_i^{inter}$
هزینه جابه‌جایی درون سلولی برای قطعه $i$ ؛	$C_i^{intra}$
طول افقی کارگاه (طول کارگاه)؛	$E$
طول عمودی کارگاه (عرض کارگاه)؛	$F$
مؤلفه متغیرهای صفر و یک؛	$A_{cc'}, B_{cc'}$
عدد بزرگ.	$N$

۳-۴- متغیرهای تصمیم

$Z_{ir}$	$\begin{cases} 1 & \text{اگر مسیر } r \text{ از قطعه } i \text{ انتخاب شود} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$
$V_{mc}$	$\begin{cases} 1 & \text{اگر ماشین } m \text{ به سلول } c \text{ اختصاص یابد} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$

$x_m$	مؤلفه افقی مکان ماشین $m$
$y_m$	مؤلفه عمودی مکان ماشین $m$
$p_c^1$	مؤلفه افقی سمت چپ مکان سلول $c$
$p_c^2$	مؤلفه افقی سمت راست مکان سلول $c$
$q_c^1$	مؤلفه عمودی پایین مکان سلول $c$
$q_c^2$	مؤلفه عمودی بالای مکان سلول $c$



۳-۵- ارائه مدل ریاضی

$$\text{Min TC} = \text{Inter\_Cell} + \text{Intra\_Cell} \quad (1)$$

s. t.

$$\text{Inter\_Cell} = \sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^{R_i} \sum_{j=1}^{J_{ir}-1} \sum_{\substack{c=1 \\ c \neq c'}}^C \sum_{c'=1}^C C_i^{\text{inter}} Z_{ir} P_i V_{M_{ir}^j c} V_{M_{ir}^{j+1} c'} \left( \left| x_{M_{ir}^j} - x_{M_{ir}^{j+1}} \right| + \left| y_{M_{ir}^j} - y_{M_{ir}^{j+1}} \right| \right) \quad (2)$$

$$\text{Intra\_Cell} = \sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^{R_i} \sum_{j=1}^{J_{ir}-1} \sum_{c=1}^C C_i^{\text{intra}} Z_{ir} P_i V_{M_{ir}^j c} V_{M_{ir}^{j+1} c} \left( \left| x_{M_{ir}^j} - x_{M_{ir}^{j+1}} \right| + \left| y_{M_{ir}^j} - y_{M_{ir}^{j+1}} \right| \right) \quad (3)$$

$$\sum_{r=1}^{R_i} Z_{ir} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

$$\sum_{c=1}^C V_{mc} = 1 \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (5)$$

$$\sum_{m=1}^M V_{mc} \leq UC \quad c = 1, 2, \dots, C \quad (6)$$

$$|x_m - x_{m'}| + |y_m - y_{m'}| \geq 1 \quad m, m' = 1, 2, \dots, M \quad (7)$$

$$\begin{cases} x_m \geq p_c^1 + N(1 - V_{mc}) \\ x_m \leq p_c^2 + N(1 - V_{mc}) \\ y_m \geq q_c^1 + N(1 - V_{mc}) \\ y_m \leq q_c^2 + N(1 - V_{mc}) \end{cases} \quad \begin{matrix} m = 1, 2, \dots, M \\ c = 1, 2, \dots, C \end{matrix} \quad (8)$$

$$\begin{cases} p_c^1 \geq 0 \\ q_c^1 \geq 0 \\ p_c^2 \leq E \\ q_c^2 \leq F \end{cases} \quad c = 1, 2, \dots, C \quad (9)$$

$$\begin{cases} p_c^1 - p_{c'}^2 + NA_{cc'} + NB_{cc'} \geq 0 \\ p_c^2 - p_{c'}^1 - NA_{cc'} - N(1 - B_{cc'}) \leq 0 \\ q_c^1 - q_{c'}^2 + N(1 - A_{cc'}) + NB_{cc'} \geq 0 \\ q_c^2 - q_{c'}^1 - N(1 - A_{cc'}) - N(1 - B_{cc'}) \leq 0 \end{cases} \quad 1 \leq c < c' \leq C \quad (10)$$

$$Z_{ir}, V_{mc} \in \{0, 1\} \quad (11)$$

$$x_m, y_m, p_c^1, p_c^2, q_c^1, q_c^2 \in \mathbb{Z} \geq 0$$

۳-۶- اهداف و محدودیت های مدل

تابع هدف مدل بالا (رابطه ۱)، مجموع هزینه جابه جایی قطعات را محاسبه می کند. این هزینه شامل دو بخش هزینه جابه جایی بین سلولی و هزینه جابه جایی درون سلولی است. محدودیت اول (رابطه ۲)، هزینه جابه جایی بین سلولی را محاسبه می کند. این محدودیت به هر جفت ماشین متوالی که در دو سلول متفاوت قرار دارند، یک جابه جایی بین سلولی را تخصیص می دهد. محدودیت دوم (رابطه ۳)، هزینه جابه جایی درون سلولی را محاسبه

می‌کند. این محدودیت به هر جفت ماشین متوالی که در یک سلول واحد قرار دارند، یک جابه‌جایی درون‌سلولی را تخصیص می‌دهد. محدودیت سوم (رابطه ۴) تضمین می‌کند که به هر کدام از قطعات تنها یک مسیر عملیاتی اختصاص یابد. محدودیت چهارم (رابطه ۵) نشان می‌دهد هر ماشین فقط باید به یک سلول اختصاص یابد. محدودیت پنجم (رابطه ۶) تضمین می‌کند که بیشینه تعداد ماشین‌های قرار گرفته شده در هر سلول از مقدار  $UC$  تجاوز نکند. محدودیت (۷) سبب همپوشانی نداشتن ماشین‌ها می‌شود؛ به عبارت دیگر این رابطه تضمین می‌کند که ماشین‌ها بر یکدیگر قرار نگیرند. (ابعاد ماشین‌ها  $1 \times 1$  فرض شده است). مجموعه روابط (۸) باعث می‌شوند هر ماشین درون فضای سلول متناظر خود قرار گیرد. مجموعه روابط (۹) تضمین می‌کنند که سلول‌ها درون فضای کارگاه قرار گیرند. مجموعه روابط (۱۰) تضمین می‌کنند که سلول‌ها بر هم قرار نمی‌گیرند. به عبارتی این مجموعه روابط، باعث همپوشانی نداشتن سلول‌ها می‌شوند. محدودیت آخر (رابطه ۱۱) نشان می‌دهد متغیرهای  $V_{mc}$  و  $Z_{ir}$  متغیرهای دودویی و دیگر متغیرها مثبت و صحیح اند. تابع هدف و برخی محدودیت‌های مدل شکل غیرخطی دارند. برای تبدیل تابع هدف غیرخطی ارائه‌شده به یک تابع هدف خطی از تغییر متغیر زیر استفاده می‌شود.

### ۳-۷- خطی‌سازی مدل

مدل ارائه‌شده به دلیل وجود تابع قدر مطلق و همچنین حاصل ضرب متغیرهای صفر و یک شکل غیرخطی دارد. برای تبدیل حاصل ضرب متغیرهای دودویی در تابع هدف ارائه‌شده به یک تابع هدف خطی، از تغییر متغیرهای زیر استفاده شده است:

$$R_{irjcc'} = Z_{ir} \times V_{M_{ir}^j c} \times V_{M_{ir}^{j+1} c'} \quad (12)$$

$$S_{irjc} = Z_{ir} \times V_{M_{ir}^j c} \times V_{M_{ir}^{j+1} c} \quad (13)$$

$R_{irjcc'}$  زمانی برابر با یک خواهد بود که مسیر عملیاتی  $r$  برای قطعه  $i$  انتخاب شود و عمل  $j$  ام در سلول  $c$  و عمل  $(j+1)$  ام در سلول  $c'$  پردازش شود.  $S_{irjc}$  زمانی برابر با یک خواهد بود که مسیر عملیاتی  $r$  برای قطعه  $i$  انتخاب شود و عمل  $j$  و  $(j+1)$  ام در سلول  $c$  پردازش شود. با در نظر گرفتن متغیرهای جدید در تابع هدف، محدودیت‌های زیر به مدل اضافه می‌شوند که روابط (۱۴) تا (۱۷) به ترتیب محدودیت‌های متناظر با متغیر جدید  $R_{irjcc'}$  و  $S_{irjc}$  اند.

$$Z_{ir} + V_{M_{ir}^j c} + V_{M_{ir}^{j+1} c'} - R_{irjcc'} \leq 2 \quad \forall i, r, j, c, c' \quad (14)$$

$$Z_{ir} + V_{M_{ir}^j c} + V_{M_{ir}^{j+1} c'} - 3R_{irjcc'} \geq 0 \quad \forall i, r, j, c, c' \quad (15)$$

$$Z_{ir} + V_{M_{ir}^j c} + V_{M_{ir}^{j+1} c} - S_{irjc} \leq 2 \quad \forall i, r, j, c \quad (16)$$

$$Z_{ir} + V_{M_{ir}^j c} + V_{M_{ir}^{j+1} c} - 3S_{irjc} \geq 0 \quad \forall i, r, j, c \quad (17)$$

همچنین برای خطی سازی قدر توابع مطلق از تعاریف و روابط زیر استفاده می شود:

$$x_{M_{ir}^{j,j+1}}^+ = \begin{cases} (x_{M_{ir}^j} - x_{M_{ir}^{j+1}}) & \text{اگر } x_{M_{ir}^j} - x_{M_{ir}^{j+1}} > 0 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (18)$$

$$x_{M_{ir}^{j,j+1}}^- = \begin{cases} (x_{M_{ir}^{j+1}} - x_{M_{ir}^j}) & \text{اگر } x_{M_{ir}^j} - x_{M_{ir}^{j+1}} \leq 0 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (19)$$

$$y_{M_{ir}^{j,j+1}}^+ = \begin{cases} (y_{M_{ir}^j} - y_{M_{ir}^{j+1}}) & \text{اگر } y_{M_{ir}^j} - y_{M_{ir}^{j+1}} > 0 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (20)$$

$$y_{M_{ir}^{j,j+1}}^- = \begin{cases} (y_{M_{ir}^{j+1}} - y_{M_{ir}^j}) & \text{اگر } y_{M_{ir}^j} - y_{M_{ir}^{j+1}} \leq 0 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (21)$$

از تعاریف بالا به راحتی می توان نتیجه گرفت که:

$$|x_{M_{ir}^j} - x_{M_{ir}^{j+1}}| = x_{M_{ir}^{j,j+1}}^+ + x_{M_{ir}^{j,j+1}}^- \quad (22)$$

$$x_{M_{ir}^j} - x_{M_{ir}^{j+1}} = x_{M_{ir}^{j,j+1}}^+ - x_{M_{ir}^{j,j+1}}^- \quad (23)$$

$$|y_{M_{ir}^j} - y_{M_{ir}^{j+1}}| = y_{M_{ir}^{j,j+1}}^+ + y_{M_{ir}^{j,j+1}}^- \quad (24)$$

$$y_{M_{ir}^j} - y_{M_{ir}^{j+1}} = y_{M_{ir}^{j,j+1}}^+ - y_{M_{ir}^{j,j+1}}^- \quad (25)$$

با جایگذاری مقادیر به دست آمده، مدل مسئله چیدمان با در نظر گرفتن جابه جایی های درون و بین سلولی در یک فضای پیوسته به شکل زیر مطرح می شود:

$$\text{Min TC} = \text{Inter\_Cell} + \text{Intra\_Cell} \quad (26)$$

s. t.

$$\text{Inter\_Cell} = \sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^{R_i} \sum_{j=1}^{J_{ir}-1} \sum_{c=1}^C \sum_{c'=1}^C C_i^{\text{inter}} P_i R_{irjcc'} (x_{M_{ir}^{j,j+1}}^+ + x_{M_{ir}^{j,j+1}}^- + y_{M_{ir}^{j,j+1}}^+ + y_{M_{ir}^{j,j+1}}^-) \quad (27)$$

$$\text{Intra\_Cell} = \sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^{R_i} \sum_{j=1}^{J_{ir}-1} \sum_{c=1}^C C_i^{\text{intra}} P_i S_{irjc} (x_{M_{ir}^{j,j+1}}^+ + x_{M_{ir}^{j,j+1}}^- + y_{M_{ir}^{j,j+1}}^+ + y_{M_{ir}^{j,j+1}}^-) \quad (28)$$

$$\sum_{r=1}^{R_i} Z_{ir} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (29)$$

$$\sum_{c=1}^C V_{mc} = 1 \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (30)$$

$$\sum_{m=1}^M V_{mc} \leq UC \quad c = 1, 2, \dots, C \quad (31)$$

$$Z_{ir} + V_{M_{ir}^j c} + V_{M_{ir}^{j+1} c'} - R_{irjcc'} \leq 2 \quad \forall i, r, j, c, c' \quad (32)$$

$$Z_{ir} + V_{M_{ir}^j c} + V_{M_{ir}^{j+1} c'} - 3R_{irjcc'} \geq 0 \quad \forall i, r, j, c, c' \quad (33)$$

$$Z_{ir} + V_{M_{ir}^j c} + V_{M_{ir}^{j+1} c} - S_{irjc} \leq 2 \quad \forall i, r, j, c \quad (34)$$

$$Z_{ir} + V_{M_{ir}^j c} + V_{M_{ir}^{j+1} c} - 3S_{irjc} \geq 0 \quad \forall i, r, j, c \quad (35)$$

$$\begin{cases} x_{M_{ir}^j} - x_{M_{ir}^{j+1}} = x_{M_{ir}^{j,j+1}}^+ - x_{M_{ir}^{j,j+1}}^- \\ y_{M_{ir}^j} - y_{M_{ir}^{j+1}} = y_{M_{ir}^{j,j+1}}^+ - y_{M_{ir}^{j,j+1}}^- \end{cases} \quad m, m' = 1, 2, \dots, M \quad (36)$$

$$\begin{cases} x_{M_{ir}^j} - x_{M_{ir}^{j+1}} + NA_{j,j+1} + NB_{j,j+1} \geq 1 \\ x_{M_{ir}^{j+1}} - x_{M_{ir}^j} - NA_{j,j+1} - N(1 - B_{j,j+1}) \geq 1 \\ y_{M_{ir}^j} - y_{M_{ir}^{j+1}} + N(1 - A_{j,j+1}) + NB_{j,j+1} \geq 1 \\ y_{M_{ir}^{j+1}} - y_{M_{ir}^j} - N(1 - A_{j,j+1}) - N(1 - B_{j,j+1}) \geq 1 \end{cases} \quad 1 \leq m < m' \leq M \quad (37)$$

$$\begin{cases} x_m \geq p_c^1 + N(1 - V_{mc}) \\ x_m \leq p_c^2 + N(1 - V_{mc}) \\ y_m \geq q_c^1 + N(1 - V_{mc}) \\ y_m \leq q_c^2 + N(1 - V_{mc}) \end{cases} \quad \begin{matrix} m = 1, 2, \dots, M \\ c = 1, 2, \dots, C \end{matrix} \quad (38)$$

$$\begin{cases} p_c^1 \geq 0 \\ q_c^1 \geq 0 \\ p_c^2 \leq E \\ q_c^2 \leq F \end{cases} \quad c = 1, 2, \dots, C \quad (39)$$

$$\begin{cases} p_c^1 - p_{c'}^2 + NA_{cc'} + NB_{cc'} \geq 0 \\ p_c^2 - p_{c'}^1 - NA_{cc'} - N(1 - B_{cc'}) \leq 0 \\ q_c^1 - q_{c'}^2 + N(1 - A_{cc'}) + NB_{cc'} \geq 0 \\ q_c^2 - q_{c'}^1 - N(1 - A_{cc'}) - N(1 - B_{cc'}) \leq 0 \end{cases} \quad 1 \leq c < c' \leq C \quad (40)$$

$$Z_{ir}, V_{mc}, R_{irjcc'}, S_{irjc} \in \{0, 1\} \quad (41)$$

$$x_m, y_m, x_m^+, y_m^+, x_m^-, y_m^-, p_c^1, p_c^2, q_c^1, q_c^2 \in Z \geq 0$$

## ۵- مطالعه کاربردی؛ شرکت BATA

### ۵-۱- اعتبارسنجی مدل

به منظور اعتبارسنجی مدل، از اطلاعات تولیدی مربوط به ماشین آلات و برخی محصولات شرکت BATA استفاده شده است. BATA در سال ۱۹۳۵ با تولید روزانه ۱۶۸۰۰۰ جفت کفش و ۶۵۰۰ کارگر تمام وقت، یکی از بزرگترین شرکت‌های اروپایی شناخته شد. این شرکت با تولید در ۱۸ کشور و ۵۳۰۰ نمایندگی فروش در اروپا، آسیا و آمریکا، برترین شرکت بین‌المللی تولید کفش شناخته می‌شود.

بر اساس اطلاعات مطالعه موردی، یک مسئله شامل ۸ ماشین، ۱۴ قطعه و ۲۵ مسیر عملیاتی ارائه شده است. بیشینه تعداد ماشین‌ها در هر سلول برابر با ۴ است و تعداد سلول برابر با ۲ در نظر گرفته شده است. اطلاعات تولیدی موردنیاز در جدول (۲) و پارامترهای مدل در جدول (۳) آورده شده است. پیکربندی و ساختار سلولی به دست آمده در جدول (۴) و شکل‌های (۱) و (۲) نشان داده شده است. در جدول (۲) به ترتیب از چپ به راست، ستون اول نشانگر شماره قطعات است که در این مسئله ۱۴ قطعه در نظر گرفته شده است. ستون دوم میزان تقاضای هریک از قطعات و ستون سوم تعداد مسیرهای عملیاتی را نشان می‌دهد که هر قطعه می‌تواند داشته باشد؛ برای مثال قطعه شماره ۱۰ با ۷۵ واحد تقاضا از طریق سه مسیر پردازش می‌شود. توالی ساخت هر کدام از قطعات و زمان پردازش هریک از ماشین آلات بر هر کدام از قطعات در ستون‌های چهارم و پنجم این جدول آورده شده است. جدول (۳) مقادیر تنظیم شده را برای هر کدام از پارامترهای مسئله مشخص می‌کند.  $m$  و  $n$  اندازه مسئله تعریف شده را نشان می‌دهد که در این مسئله به ترتیب برابر با ۸ و ۱۴ است.  $C_{intra}^j$  و  $C_{intra}^i$  ضرایب هزینه جابه‌جایی درون سلولی و بین سلولی را تعیین می‌کنند. طبیعی است که میزان ضریب هزینه جابه‌جایی بین سلولی به مراتب بیشتر از ضریب هزینه جابه‌جایی درون سلولی است. به عبارت دیگر جابه‌جایی بین سلولی مربوط به قطعاتی است که مجموعه عملیات موردنیاز آنها در یک سلول به اتمام نمی‌رسد و برای تکمیل فرآیند ساخت، نیازمند حرکت در بین سلول‌هاوند. این قطعات را در اصطلاح قطعات استثنا<sup>۳۱</sup> می‌نامند. مدل ارائه شده می‌کوشد تعداد این قطعات را کمینه کند. در مثال ارائه شده مقادیر این دو پارامتر هزینه جابه‌جایی از توزیع یکنواخت پیروی می‌کند که در جدول (۲) نشان داده شده است. تعداد سلول‌ها در این مسئله برابر ۲، حداکثر تعداد ماشین‌ها در هر سلول برابر ۴ و ابعاد کارگاه در این مسئله یک مربع به طول ۴ است.

B.R	۱	۲	۱	۱	۲	۱	۲	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
M/P	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_6$	$p_8$	$p_{10}$	$p_{11}$	$p_{13}$	$p_{14}$	$p_5$	$p_7$	$p_9$	$p_{12}$
$M_2$			۱		۱		۱	۱	۱			۱		
$M_4$	۱		۱	۱			۱			۱			۱	
$M_5$	۱	۱	۱	۱	۱	۱		۱						
$M_6$	۱	۱		۱			۱		۱			۱		۱
$M_1$										۱			۱	۱
$M_3$	۱	۱			۱		۱				۱	۱	۱	۱
$M_7$									۱		۱			
$M_8$											۱	۱		

شکل ۱- ماتریس قطعه ماشین بهینه برای مسئله با ۱۴ قطعه و ۸ ماشین

Fig. 1 - Optimal machine-part matrix for problem 8\*14

جدول ۲- اطلاعات تولیدی برای مسئله با ابعاد ۸ × ۱۴

Table 2. Production information for the problem 8\*14

شماره قطعه	تقاضا	مسیر تولید	توالی ساخت	زمان پردازش (دقیقه)
۱	۱۱۰	۱	۴-۳-۵-۶	۵-۲-۶-۶
۲	۱۲۰	۱	۵-۴-۱-۳	۷-۳-۷-۵
۳	۱۰۰	۱	۵-۲-۴	۷-۶-۳
۴	۱۲۵	۱	۶-۴-۵	۶-۶-۳
۵	۱۱۰	۱	۷-۳-۸	۳-۴-۴-۲
۶	۱۳۵	۱	۳-۱-۲	۷-۳-۶
۷	۸۰	۱	۶-۲-۸-۳	۶-۲
۸	۱۱۰	۱	۷-۵-۶	۶-۲-۶
۹	۸۰	۱	۴-۱-۳	۵-۳-۴
۱۰	۷۵	۲	۲-۴-۳	۷-۲-۵
۱۱	۹۰	۲	۸-۲-۶	۶-۳-۳-۷
۱۲	۱۰۰	۲	۸-۷-۳-۲	۷-۵-۶
۱۳	۱۳۰	۱	۲-۶-۷	۶-۶-۵
۱۴	۸۰	۱	۱-۵-۴	۳-۳-۵-۳

جدول ۳- پارامترهای مدل برای مسئله با ابعاد ۸ × ۱۴

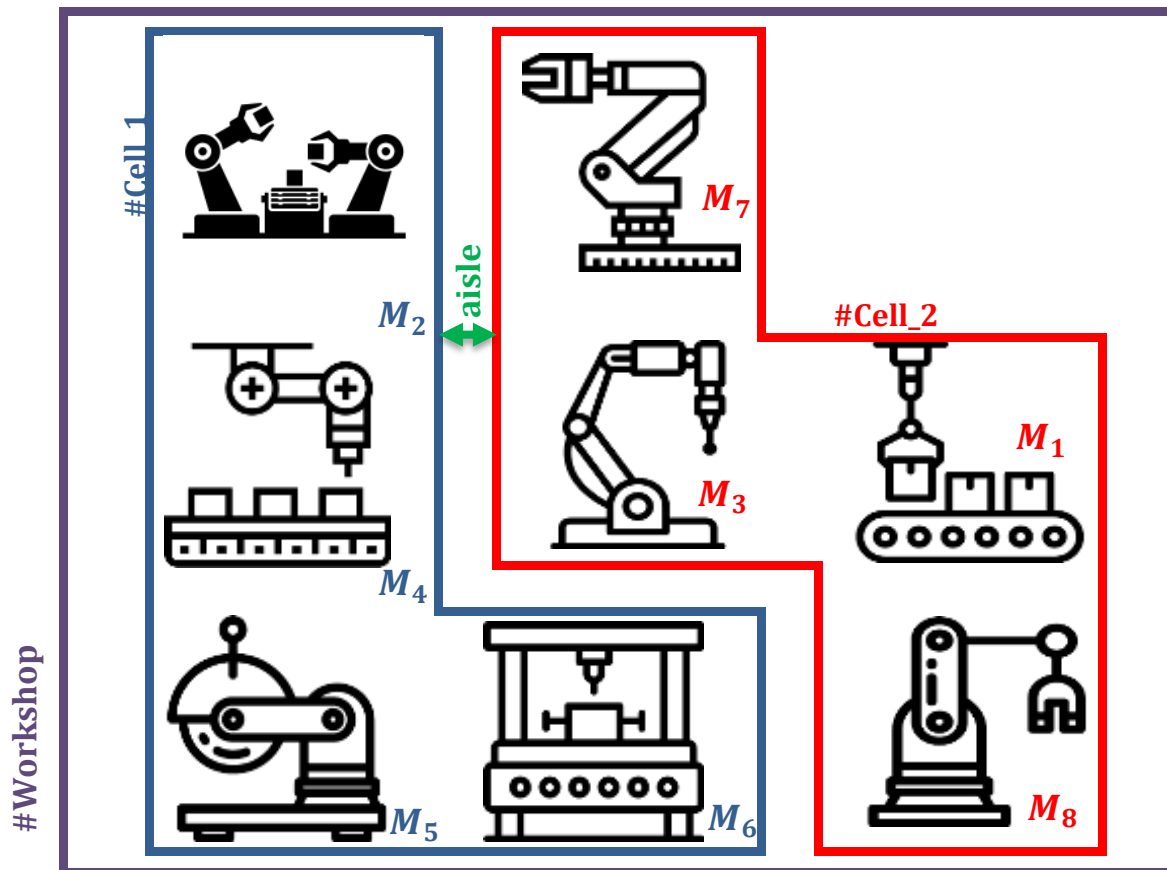
Table 3. Process of generating parameters for the problem 8\*14

$m$	$n$	$C_{intra}^j$	$C_{inter}^j$	$C$	$UC$	$E$	$F$
۸	۱۴	$U[1, 5]$	$U[30, 40]$	۲	۴	۴	۴

جدول ۴- پیکربندی سلولی و مسیرهای عملیاتی بهینه انتخاب شده برای پردازش قطعات برای مسئله با ابعاد ۸ × ۱۴

Table 4. Cell configuration and optimally selected operational routings for processing parts for the problem 8\*14

سلولها	۱	۲
ماشینها	۶ و ۵، ۴، ۲	۸ و ۷، ۳، ۱
قطعات (بهترین مسیر)	(۱)۱۱، (۲)۱۰، (۱)۸، (۲)۶، (۱)۴، (۱)۳، (۲)۲، (۱)۱ (۱)۱۴، (۱)۱۳	(۱)۱۲، (۱)۹، (۱)۷، (۱)۵



شکل ۲- ساختار سلولی و پیکربندی بهینه تشکیل سلول و جانمایی برای مسئله با ۱۴ قطعه و ۸ ماشین

Fig.2 - Optimal configuration of cell formation and cell layout for problem 8\*14

#### ۵-۲- یافته‌ها و تجزیه و تحلیل نتایج

همان‌طور که اشاره شد، با توجه به آنکه مسئله چیدمان در سیستم‌های تولید سلولی جزء مسائل NP-سخت دسته‌بندی می‌شود (چاندرزخاران و راجاگیالان، ۱۹۹۳)، برای حل مدل در اندازه‌های بالاتر از الگوریتم‌های فراابتکاری استفاده می‌شود. بررسی مطالعات گذشته نشان می‌دهد دو الگوریتم GA و PSO جزء متداول‌ترین الگوریتم‌هایی‌اند که در زمینه CMS به کار گرفته می‌شوند و در مقایسه با دیگر الگوریتم‌ها نتایج مناسب‌تری را ارائه می‌دهند. همچنین از آنجایی که تمرکز اصلی این مطالعه بر مدلسازی مسئله بوده است، در این مقاله نیز دو الگوریتم مذکور استفاده شده و نتایج حاصل از آنها با یکدیگر مقایسه شده است. نحوه استفاده از دو الگوریتم و عملکرد عملگرهای آن و همچنین نتایج عددی حاصل از آنها به شرح زیر است.

#### ۴-۲-۱- ارائه الگوریتم ژنتیک پیشنهادی

در این بخش برخی از زوایای الگوریتم ژنتیک و طریقه به‌کارگیری آن در طراحی CMS بررسی می‌شود. ویژگی‌های خاص این الگوریتم باعث می‌شود نتوانیم آن را یک جست‌وجوگر تصادفی ساده قلمداد کنیم. برخی از تفاوت‌های الگوریتم ژنتیک با دیگر روش‌های بهینه‌سازی در موارد زیر بیان می‌شود، این تفاوت‌ها موجب برتری نسبی این الگوریتم می‌شود.

- الگوریتم ژنتیک فضای جواب را نه به صورت تک‌نقطه‌ای، به صورت موازی جست‌وجو می‌کند؛

- الگوریتم ژنتیک نه از قواعد قطعی، از قواعد تبدیل احتمالی استفاده می‌کند؛
- الگوریتم ژنتیک بر پایه متغیرهای کدگذاری شده عمل می‌کند، مگر در مواردی که متغیرها به صورت اعداد حقیقی نمایش داده شده باشد.
- در به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک، مرحله‌های زیر مهم و ضروری‌اند:
- ارائه یک ساختار جواب مناسب؛
- به دست آوردن جواب‌های اولیه<sup>۳۲</sup> به تعداد افراد جمعیت<sup>۳۳</sup>؛
- استفاده از عملگرهای ژنتیکی (جهش<sup>۳۴</sup> و تقاطع یا هم‌گذری<sup>۳۵</sup>) مناسب برای رسیدن به جواب‌های جدید؛
- انتخاب جمعیت نسل بعد از بین کروموزوم‌های<sup>۳۶</sup> والد<sup>۳۷</sup> و فرزند<sup>۳۸</sup>؛
- معیار ارزیابی کروموزوم‌ها (تابع برازندگی<sup>۳۹</sup>)؛
- مشخص کردن شرط توقف<sup>۴۰</sup>.

#### - تعیین جواب‌های اولیه

کروموزوم در نظر گرفته شده برای این مسئله با در نظرگیری شرایط چیدمان، عبارت است از یک ماتریس با  $M$  ستون که این ماتریس به سه قسمت تقسیم‌بندی می‌شود. ماتریس  $Z$  به صورت تصادفی از اعداد بین ۱ تا  $C$  به دست می‌آید. عناصر ماتریس‌های  $X$  و  $Y$  طوری انتخاب می‌شوند که ماشین‌ها بر هم قرار نگیرند، به صورتی که اعداد یک ستون از  $X$  و  $Y$  با ستون دیگری از  $X$  و  $Y$ ، به صورت هم‌زمان مساوی نباشند.

$$[[Z] [X] [Y]]$$

شکل ۳- نمایش کلی ساختار کروموزوم مربوط به تخصیص ماشین‌ها به سلول‌های تولیدی

Fig. 3 - General view of the chromosome structure

$$[[z_1 z_2 \dots z_M | x_1 x_2 \dots x_M | y_1 y_2 \dots y_M]]$$

شکل ۴- نمایش جزئی ساختار کروموزوم مربوط به تخصیص ماشین‌ها به سلول‌های تولیدی

Fig. 4 - Detailed view of the chromosome structure

#### - استفاده از عملگرهای ژنتیکی

##### عملگر جهش

- در الگوریتم ژنتیک پیشنهادی در بخش مربوط به تخصیص ماشین‌آلات به سلول‌های تولیدی، از ۵ نوع عملگر جهش به صورت هم‌زمان استفاده شده و در زیر به آنها اشاره شده است.
- **تعویض مکان ماشین در سلول‌ها:** این عملگر که بر ماتریس  $Z$  انجام می‌شود، عبارت است از تعویض دو عدد از دو ستون مربوط به یک سطر از ماتریس  $Z$ .
- **تعویض مکان قرارگیری دو ماشین:** این عملگر به صورت هم‌زمان بر ماتریس‌های  $X$  و  $Y$  انجام می‌شود. با انتخاب دو ستون از یک سطر ماتریس‌های  $X$  و  $Y$  و تعویض اعداد آن دو ستون در همان سطر، مکان قرارگیری آن دو ماشین در دوره مد نظر جابه‌جا می‌شود.



▪ تعویض مکان قرارگیری و سلول دو ماشین: این عملگر که بر سه ماتریس  $Z$ ،  $X$  و  $Y$  انجام می‌شود، شامل دو عملگر قبلی به صورت هم‌زمان است.

▪ نزدیک کردن یکی از ماشین‌ها به دیگری: این عملگر بر  $X$  یا  $Y$  انجام می‌شود؛ به این صورت که یکی از ستون‌های مربوط به یکی از ماتریس‌های  $X$  یا  $Y$  انتخاب می‌شود و به عدد ستونی دیگر از همان ماتریس با اختلاف یک واحد تغییر می‌یابد.

▪ قراردادن ماشین‌های با جریان بیشتر در یک سلول: این عملگر بر ماتریس  $Z$  صورت می‌گیرد. با توجه به مقادیر ماتریس، جریان ماشین‌های با ارتباط بیشتر در یک سلول قرار می‌گیرند.

#### - عملگر تقاطع

در الگوریتم پیشنهادی عملگر تقاطع، ژن‌هایی از یک والد را با همان ژن‌ها از والد دیگر جایگزین می‌کند تا دو فرزند شبیه به دو والد متولد شوند. در این مطالعه از عملگر تقاطع یکنواخت استفاده شده است. عملکرد این عملگر به این صورت است که اولین والد از بین بهترین افراد در جامعه انتخاب می‌شود، در حالی که والد دیگر به‌طور تصادفی از بین جمعیت انتخاب می‌شود؛ سپس یک ردیف عدد تصادفی به تعداد طول کروموزوم (تعداد ژن‌ها) به‌طور یکنواخت در فاصله صفر تا یک تولید می‌شود. اگر مقدار تصادفی ایجادشده، بزرگ‌تر از مقدار آستانه از پیش تعیین شده به نام احتمال تقاطع  $^{41} (C - Prob)$  باشد، از مقدار ژن والد اول برای تولید فرزند اول استفاده می‌شود و در غیر این صورت از ژن والد دوم برای ژن متناظر فرزند اول استفاده می‌شود.

#### - مقابله با جواب‌های نشدنی

در این مقاله ساختار کروموزوم‌ها به گونه‌ای طراحی شده است که با توجه به تعریف نوع متغیرها و مقادیر مجاز مقداردهی، به‌جز دسته محدودیت شماره ۸، دیگر محدودیت‌ها را در خود دارد و هرگز نقض نمی‌شود. اما محدودیت نام برده شده در فوق را با استفاده از جریمه تابع هدف به سمت شدنی بودن جواب مسئله حرکت می‌دهیم؛ به این صورت که مقدار تابع هدف به دست آمده را با مقدار جریمه به دست آمده جمع می‌کنیم و مقدار حاصل را ارزش کروموزوم در نظر می‌گیریم و هرچه این مقدار کمتر باشد، کروموزوم ارزش بهتری دارد. مقدار جریمه پویاست؛ یعنی در تکرارهای اولیه مقدار جریمه کم و در تکرارهای پایانی جریمه سنگین است.

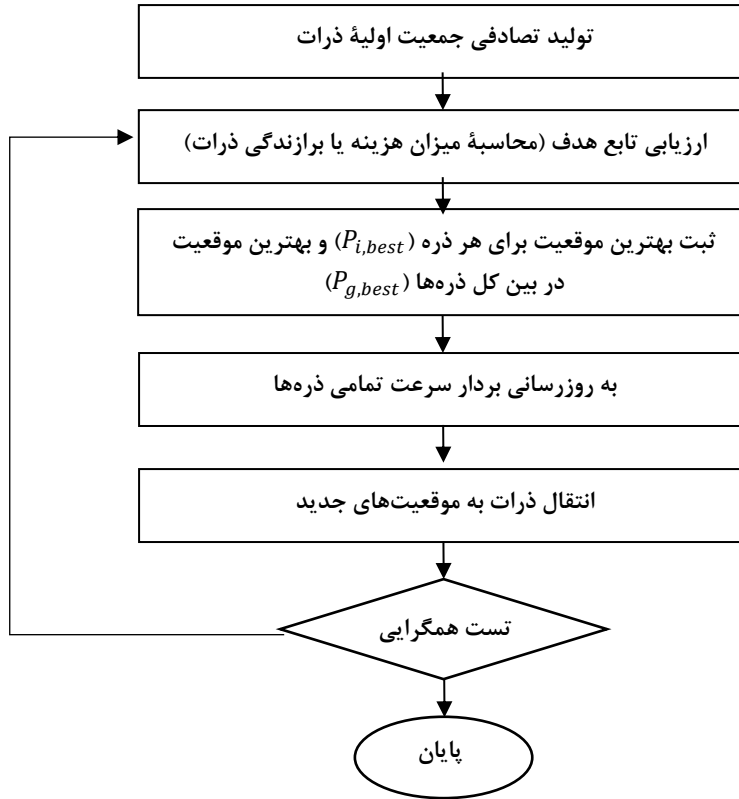
#### - انتخاب نسل بعد و شرط توقف

برای انتخاب اعضای نسل بعد از مکانیسم چرخ رولت  $^{42}$  استفاده شده است. شرط توقف استفاده‌شده در این الگوریتم، رسیدن به تعداد تکرارهای مشخص نسل‌هاست.

#### ۴-۲-۲- الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

الگوریتم PSO یکی از تکنیک‌های بهینه‌سازی است که برای مواجهه با مسائلی به کار می‌رود که در آنها بهترین جواب به صورت یک نقطه یا یک سطح در فضای  $n$  بُعدی باشد (کندی، ۱۹۹۷). در ابتدا مجموعه اعضا  $^{43}$  در فضای جواب قرار می‌گیرند و با سرعت اولیه‌ای شروع به حرکت می‌کنند، سپس این اعضا در فضای جواب حرکت می‌کنند و بر طبق معیار خاصی در هر مرحله ارزیابی می‌شوند. با گذشت زمان، این اعضا به سمت دیگر اعضای

موجود در گروه ارتباطی خود شتاب می‌گیرند که مقدار بالاتری برای برازندگی دارند. یکی از مزایای این روش بر دیگر روش‌های موجود در رابطه با کمینه‌سازی این است که وجود تعداد زیادی از اعضا باعث می‌شود این الگوریتم نسبت به پدیده نقطه بهینه محلی به مقدار درخور توجهی پایدار باشد. فلوجارت الگوریتم PSO در شکل (۵) نشان داده شده است.



شکل ۵- فلوجارت الگوریتم PSO  
Fig. 5 - Flowchart of the PSO

#### - نحوه عملکرد PSO

در یک فضای جست‌وجوی  $d$  بعدی،  $i$  امین ذره در این فضا با بردار موقعیت  $X_i$  به شکل زیر توصیف می‌شود:

$$X_i = (x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_3}, \dots, x_{i_d}) \quad (42)$$

بردار سرعت  $i$  امین ذره  $V_i$  نیز به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$V_i = (v_{i_1}, v_{i_2}, v_{i_3}, \dots, v_{i_d}) \quad (43)$$

بهترین موقعیتی را که ذره  $i$  ام پیدا کرده است با  $P_{i,best}$  تعریف می‌شود:

$$P_{i,best} = (p_{i_1}, p_{i_2}, p_{i_3}, \dots, p_{i_d}) \quad (44)$$

بهترین موقعیتی را که بهترین ذره در بین کل ذرات پیدا کرده است با  $P_{g.best}$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$P_{g.best} = (p_{g_1}, p_{g_2}, p_{g_3}, \dots, p_{g_d}) \quad (45)$$

برای به روزرسانی محل هرکدام از ذرات از رابطه زیر استفاده می شود:

$$\begin{aligned} V_i(t) &= w \times V_i(t-1) + c_1 \times rand_1 \times (P_{i.best} - X_i(t-1)) + c_2 \times rand_2 \times (P_{g.best} \\ &\quad - X_i(t-1)) \\ X_i &= X_i(t-1) + V_i(t) \end{aligned} \quad (46)$$

که به ترتیب داریم:

$W$  : ضریب وزنی اینرسی (حرکت در مسیر خودی) که نشان دهنده میزان تأثیر بردار سرعت تکرار قبل  $(V_i(t))$  بر بردار سرعت در تکرار فعلی  $(V_i(t+1))$  است.

$C_1$  : ضریب ثابت یادگیری (حرکت در مسیر بهترین مقدار ذره بررسی شده)

$C_2$  : ضریب ثابت یادگیری (حرکت در مسیر بهترین ذره یافت شده در بین کل جمعیت)

$rand_1, rand_2$  : دو عدد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه ۰ تا ۱

$V_i(t-1)$  : بردار سرعت در تکرار  $(t-1)$  ام

$X_i(t-1)$  : بردار موقعیت در تکرار  $(t-1)$  ام

برای جلوگیری از افزایش بیش از حد سرعت حرکت یک ذره در حرکت از یک محل به محل دیگر (واگراشدن بردار سرعت)، تغییرات سرعت در بازه  $V_{max}$  تا  $V_{min}$  محدود می شود؛ یعنی:

$$V_{min} \leq V \leq V_{max} \quad (46)$$

- مراحل اجرای الگوریتم PSO

۱) تولید تصادفی جمعیت اولیه ذرات

تولید تصادفی جمعیت اولیه به طور ساده عبارت است از: تعیین تصادفی محل اولیه ذرات با توزیع یکنواخت در فضای حل (فضای جست و جو). مرحله تولید تصادفی جمعیت اولیه تقریباً در تمامی الگوریتم های بهینه سازی احتمالاتی وجود دارد؛ اما در این الگوریتم علاوه بر محل تصادفی اولیه ذرات، مقداری برای سرعت اولیه ذرات نیز اختصاص می یابد. بازه پیشنهادی اولیه برای سرعت ذرات از رابطه زیر استخراج می شود:

$$\frac{X_{min} - X_{max}}{2} \leq V \leq \frac{X_{max} - X_{min}}{2} \quad (47)$$

۲) انتخاب تعداد ذرات اولیه

افزایش یا کاهش تعداد ذرات اولیه هرکدام مزایا و معایبی دارد. افزایش تعداد ذرات اولیه موجب کاهش تعداد تکرارهای لازم برای همگراشدن الگوریتم می شود. هرچند که افزایش تعداد ذرات اولیه کاهش تعداد تکرارها را در پی دارد، اما این امر باعث می شود که الگوریتم در مرحله ارزیابی ذرات، زمان بیشتری را صرف کند که این افزایش در زمان ارزیابی باعث می شود زمان اجرای الگوریتم تا رسیدن به همگرایی با وجود کاهش در تعداد تکرارها کاهش

نیابد. همچنین اگر تعداد ذرات را کاهش دهد برای اینکه الگوریتم به جواب بهینه برسد، تعداد تکرارها افزایش می‌یابد و باعث می‌شود زمان اجرای برنامه کاهشی نداشته باشد. همچنین با کاهش تعداد ذرات ممکن است الگوریتم در بهینه‌های محلی<sup>۴۴</sup> گیر بیفتد و از رسیدن به مینیمم اصلی باز بماند. از این رو لازم است در مورد حتماً تحلیل حساسیت صورت گیرد و در این مقاله با بهره‌گیری از طراحی آزمایش‌ها<sup>۴۵</sup> این مهم صورت گرفت.

### ۳) ارزیابی تابع هدف (محاسبه هزینه یا برازندگی) ذرات

در این مرحله باید هر یک از ذرات را ارزیابی کنیم که نشان‌دهنده یک حل برای مسئله بررسی شده است. بسته به مسئله بررسی شده، روش ارزیابی متفاوت خواهد بود. مثلاً اگر امکان تعریف یک تابع ریاضی برای هدف وجود داشته باشد، با جایگذاری پارامترهای ورودی، که از بردار موقعیت ذره استخراج شده‌اند، به راحتی مقدار هزینه این ذره محاسبه خواهد شد.

### ۴) ثبت بهترین موقعیت برای هر ذره ( $P_{i,best}$ ) و بهترین موقعیت در بین کل ذره‌ها ( $P_{g,best}$ )

در این مرحله با توجه به شماره تکرار، دو حالت بررسی می‌شود:

اگر در تکرار اول باشیم ( $t = 1$ )، موقعیت فعلی هر ذره را بهترین محل یافت‌شده برای آن ذره در نظر می‌گیریم.

$$P_{i,best} = X_i(t) \quad , \quad i = 1, 2, 3, \dots, d \quad (48)$$

$$cost(P_{i,best}) = cost(X_i(t)) \quad (49)$$

در دیگر تکرارها، مقدار هزینه به دست آمده برای ذرات در مرحله ۲ را با مقدار بهترین هزینه به دست آمده برای تک تک ذرات مقایسه می‌کنیم. اگر این هزینه کمتر از بهترین هزینه ثبت شده برای این ذره باشد، آنگاه محل و هزینه این ذره جایگزین مقدار قبلی می‌شود، در غیر این صورت تغییری در محل و هزینه ثبت شده برای این ذره ایجاد نمی‌شود؛ یعنی:

$$\begin{cases} \text{if } cost(X_i(t)) < cost(P_{i,best}) \\ \text{else Not change} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} cost(P_{i,best}) = cost(X_i(t)) \\ P_{i,best} = X_i(t) \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, \dots, d \quad (50)$$

### ۵) به‌روزرسانی بردار سرعت تمامی ذره‌ها

برای به‌روزرسانی ذره‌ها داریم:

$$V_i(t) = w * V_i(t-1) + c_1 * rand_1 * (P_{i,best} - X_i(t-1)) + c_2 * rand_2 * (P_{g,best} - X_i(t-1)) \quad (51)$$

ضرایب  $c_1$ ،  $c_2$  و  $w$  با توجه به مسئله مدنظر به‌روشن تجربی تعیین می‌شوند؛ اما به‌عنوان یک قانون کلی  $w$  باید کمتر از یک باشد؛ زیرا اگر بزرگ‌تر از یک انتخاب شود،  $V(t)$  دائماً افزایش می‌یابد، تا جایی که واگرا شود. هر چند در حالت تئوری ضریب  $w$  می‌تواند منفی نیز باشد، اما در استفاده عملی از این الگوریتم هیچ‌گاه نباید این ضرایب را منفی در نظر گرفت؛ زیرا منفی بودن  $w$  موجب ایجاد نوسان در  $V(t)$  می‌شود.  $c_1$  و  $c_2$  نیز نباید زیاد از حد بزرگ انتخاب شوند؛ زیرا انتخاب مقادیر بزرگ برای این دو ضریب باعث انحراف شدید ذره از مسیر خودی می‌شود.

مقدار تنظیم شده این پارامترها با روش طراحی آزمایش صورت گرفته و در جدول (۶) و شکل (۷) نشان داده شده است.

### ۳-۵ مقایسه نتایج الگوریتم ژنتیک و ازدحام ذرات با حل بهینه برای مدل ارائه شده

در این بخش مدل ارائه شده برای ۳۰ مسئله در تعداد اندازه‌های مختلف، توسط الگوریتم‌های GA و PSO حل شده و زمان حل و کیفیت نتایج حاصل از آنها با نتایج حاصل از حل مدل خطی سازی شده توسط Cplex مقایسه شده است. برای تنظیم پارامتر الگوریتم‌های GA و PSO از روش تاگوچی<sup>۴۶</sup> استفاده شده و سطوح مختلف آن در جداول (۵) و (۶) نشان داده شده است. الگوریتم‌های ارائه شده با استفاده از نرم‌افزار MATLAB کدنویسی شده و با یک کامپیوتر شخصی پنتیوم ۴ اجرا شده است. با توجه به وجود متغیرهای دودویی متعدد، از حل کننده شاخه و کران برای Cplex استفاده شده است. حداکثر زمان اجرا ۲ ساعت در نظر گرفته شده و پس از دو ساعت، برنامه قطع شده و بهترین جواب به دست آمده، ثبت و گزارش شده است. تعداد سلول‌ها برای تعداد ۳ تا ۷ ماشین برابر ۲ و برای تعداد ۸ تا ۱۲ ماشین، برابر ۳ در نظر گرفته شده است. نتایج عددی حاصل از حل مدل در ادامه آورده شده است.

جدول ۵- سطوح در نظر گرفته شده برای پارامترهای الگوریتم ژنتیک

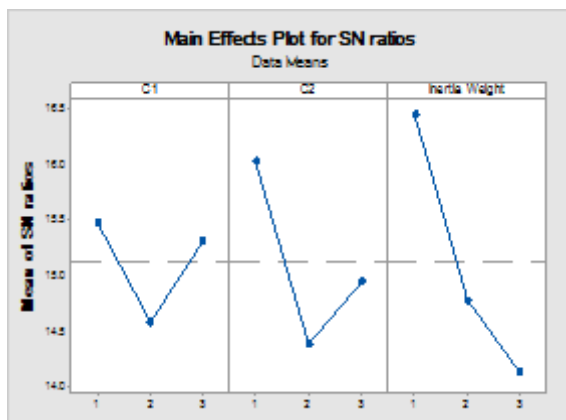
Table 5. Considered levels of parameters of GA

سطح ۳	سطح ۲	سطح ۱	پارامتر	الگوریتم ژنتیک
۰/۸	۰/۷	۰/۶	تقاطع	
۰/۲	۰/۱۵	۰/۱	جهش	
۹۰	۷۰	۵۰	اندازه جمعیت	

جدول ۶- سطوح در نظر گرفته شده برای پارامترهای الگوریتم ازدحام ذرات

Table 6. Considered levels of parameters of PSO

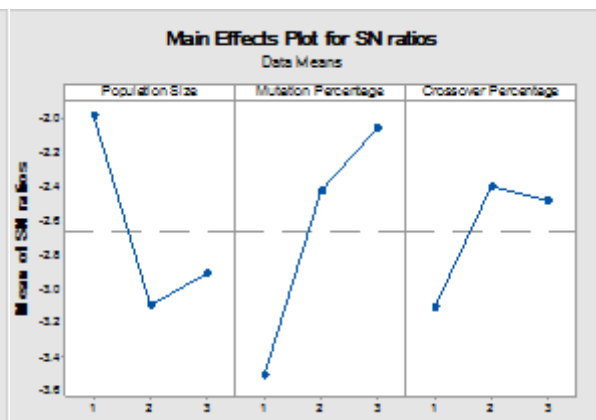
سطح ۳	سطح ۲	سطح ۱	پارامتر	الگوریتم ازدحام ذرات
۲	۱/۵	۱	$C_1$	
۲	۱/۵	۱	$C_2$	
۰/۹	۰/۶	۰/۳	ضریب وزنی اینرسی	



شکل ۷- میانگین نسبت (S/N) برای تنظیم پارامترهای الگوریتم

PSO

Fig. 7 - Mean (S/N) ratios for the proposed PSO



شکل ۶- میانگین نسبت (S/N) برای تنظیم پارامترهای الگوریتم

GA

Fig. 6 - Mean (S/N) ratios for the proposed GA

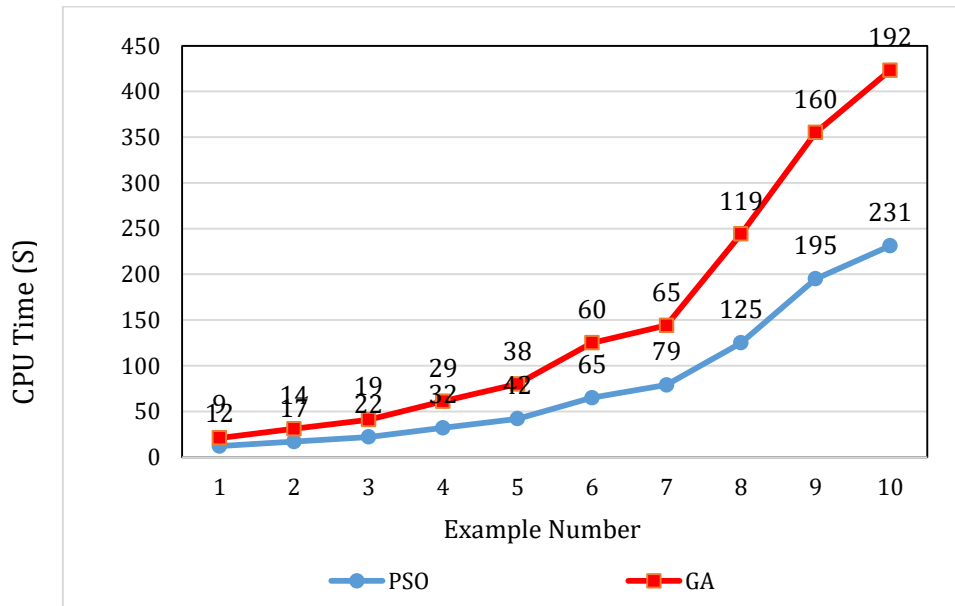
در ادامه ۳۰ مسئله نمونه در اندازه‌های مختلف ارائه شده است تا نتایج حاصل از آنها با یکدیگر مقایسه شود. با بررسی جداول و شکل‌هایی که در ادامه نشان داده شده است، نحوه تغییر زمان حل و کیفیت جواب‌های حاصل شده در دو الگوریتم GA و PSO، با افزایش اندازه مسائل به خوبی ملاحظه می‌شود.

جدول ۷- مقایسه نتایج به دست آمده از الگوریتم‌های GA و PSO و نرم‌افزار Cplex

Table 7. Comparison of the obtained results between GA, PSO & Cplex

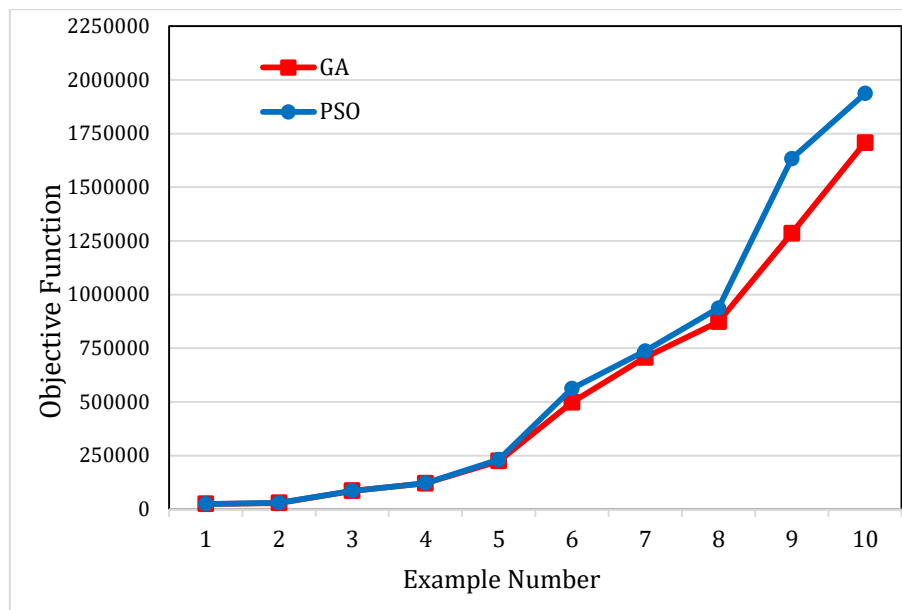
ابعاد مسئله	GA			PSO			Cplex		
	میانگین ۱۰ جواب	بهترین جواب	میانگین زمان	میانگین ۱۰ جواب	بهترین جواب	میانگین زمان	جواب	کران پایین	زمان B&B
۳×۵	۲۴۲۸۳	۲۴۲۸۳	۱۲	۲۴۲۸۳	۲۴۲۸۳	۹	۲۴۲۸۳	۲۴۲۸۳	۴۲
۴×۶	۲۸۶۴۱	۲۸۶۴۱	۱۷	۲۹۳۵۰	۲۹۱۲۰	۱۴	۲۸۶۴۱	۲۸۶۴۱	۳۱۷
۵×۸	۸۵۶۳۷	۸۴۱۸۰	۲۲	۸۵۴۲۵	۸۴۶۲۰	۱۹	۸۴۲۵۳	۱۱۱۷	۱۸۵۳
۶×۹	۱۲۰۹۰۳	۱۱۶۰۴۶	۳۲	۱۲۱۱۰۲	۱۲۰۹۹۶	۲۹	۱۲۱۲۰۳	۰	۷۲۰۰
۷×۱۱	۲۲۴۰۹۵	۲۱۵۴۷۰	۴۲	۲۳۱۳۲۵	۲۲۸۶۳۵	۳۸	۲۴۸۹۰۷	۰	۷۲۰۰
۸×۱۳	۴۹۷۸۸۲	۴۵۶۱۲۴	۶۵	۵۶۲۳۶۲	۵۴۶۲۳۶	۶۰	۷۰۶۰۳۶	۰	۷۲۰۰
۱۰×۱۲	۷۰۶۸۱۳	۶۶۴۹۰۲	۷۹	۷۳۶۲۵۱	۷۱۵۶۲۵	۶۵	۷۷۱۰۹۸	۰	۷۲۰۰
۱۰×۱۴	۸۷۲۸۴۵	۸۱۳۳۵۸	۱۲۵	۹۳۶۲۵۱	۸۹۹۶۲۲	۱۱۹	۱۳۲۵۰۹۷	۰	۷۲۰۰
۱۱×۱۶	۱۲۸۵۳۵۷	۱۱۸۲۵۸۰	۱۹۵	۱۶۳۲۵۱۴	۱۴۲۵۶۳۸	۱۶۰	۲۳۱۴۶۵۶	۰	۷۲۰۰
۱۲×۱۸	۱۷۰۷۲۹۶	۱۵۵۸۹۴۵	۲۳۱	۱۹۳۶۰۲۵	۱۸۹۶۳۲۵	۱۹۲	۲۶۳۳۲۹۴	۰	۷۲۰۰

\* زمان‌ها برحسب ثانیه است.



شکل ۸- مقایسه میانگین زمان حل دو الگوریتم GA و PSO برای ابعاد ۳ تا ۱۲ ماشین

Fig. 8 - Behavior of algorithms in terms of the mean computational time (3 to 12 machines)



شکل ۹- مقایسه کیفیت جواب‌های خروجی دو الگوریتم GA و PSO برای ابعاد ۳ تا ۱۲ ماشین

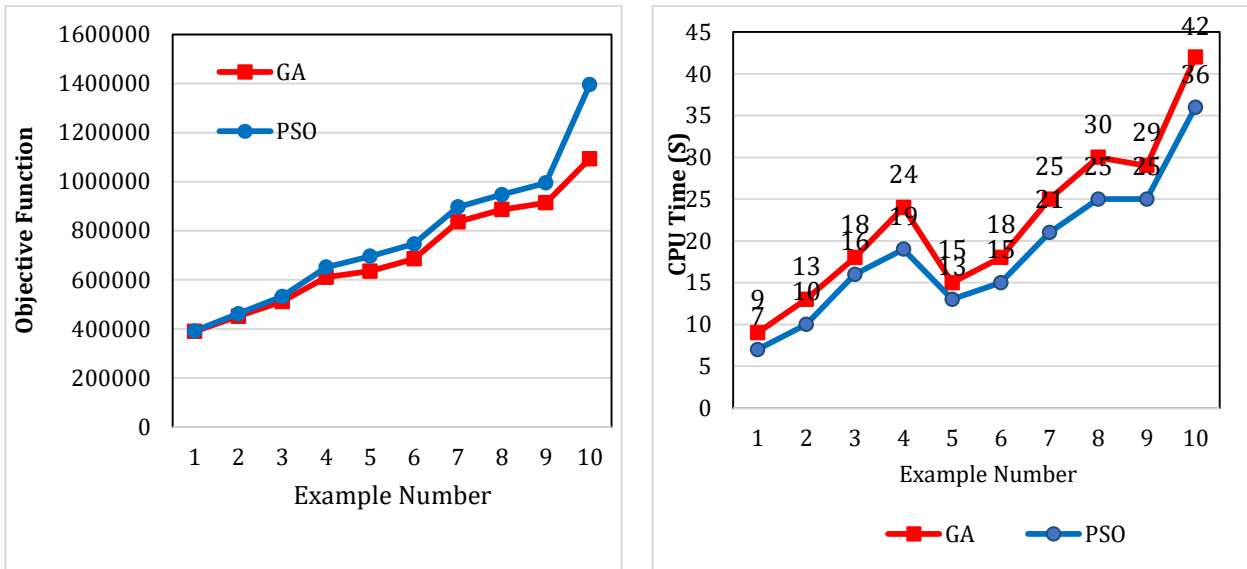
Fig. 9 - Comparison of quality of solutions between GA & PSO (3 to 12 machines)

جدول ۸- مقایسه نتایج به دست آمده از الگوریتم‌های GA و PSO و نرم‌افزار Cplex

Table 8. Comparison of the obtained results between GA, PSO & Cplex

ابعاد مسئله	GA			PSO			Cplex		
	میانگین ۱۰ جواب	بهترین جواب	میانگین زمان	میانگین ۱۰ جواب	بهترین جواب	میانگین زمان	جواب	کران پایین	زمان B&B
۳×۴	۲۳۳۰.۸	۲۳۳۰.۸	۹	۲۳۵۱۷	۲۳۳۰.۸	۷	۲۳۳۰.۸	۲۳۳۰.۸	۸۵
۳×۶	۲۶۹۰.۸	۲۶۳۵۱	۱۳	۲۷۰۵۹	۲۶۳۵۱	۱۰	۲۶۳۵۱	۲۶۳۵۱	۴۳۷
۳×۸	۲۹۹۰.۴	۲۹۳۶۴	۱۸	۳۰۰۲۵	۲۹۴۶۰	۱۶	۲۹۱۸۰	۰	۳۲۵۷
۳×۹	۳۲۵۰.۴	۳۲۴۶۷	۲۴	۳۲۹۰.۸	۳۲۶۱۱	۱۹	۳۴۶۲۴	۰	۷۲۰۰
۴×۵	۲۷۱۵.۴	۲۷۰۰.۹	۱۵	۲۷۲۱۱	۲۷۰۹۶	۱۳	۲۶۹۸۶	۰	۶۴۸۲
۴×۷	۳۱۵۱۷	۳۱۴۶۹	۱۸	۳۱۶۵۸	۳۱۵۲۰	۱۵	۳۳۶۲۵	۰	۷۲۰۰
۴×۹	۳۶۲۵.۴	۳۵۹۸.۴	۲۵	۳۷۲۹.۴	۳۶۳۵۱	۲۱	۳۹۶۲۴	۰	۷۲۰۰
۴×۱۲	۴۱۵۹.۸	۴۰۹۳.۵	۳۰	۴۲۵۱۷	۴۱۷۲۰	۲۵	۴۹۶۳۵	۰	۷۲۰۰
۶×۸	۱۱۰۵۹.۸	۱۱۰۰۱.۵	۲۹	۱۱۱۶۳.۵	۱۱۰۳۶.۵	۲۵	۱۲۵۶۳.۶	۰	۷۲۰۰
۶×۱۵	۱۸۶۳۲.۵	۱۸۵۳۶.۲	۴۲	۱۸۶۹۵.۴	۱۸۶۳۲.۵	۳۶	۲۳۹۵۷.۱	۰	۷۲۰۰

\* زمان‌ها برحسب ثانیه است.

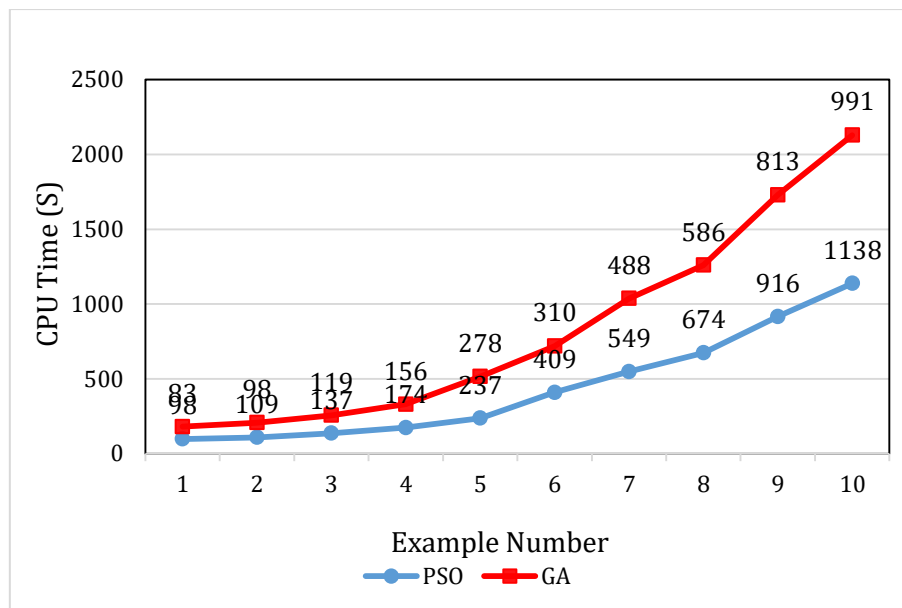


شکل ۱۰- مقایسه میانگین زمان حل و کیفیت جواب‌های خروجی دو الگوریتم GA و PSO برای ابعاد ۳ تا ۶ ماشین  
 Fig. 10 - Comparison in terms of mean time and quality of solutions between GA & PSO (3 to 6 machines)

جدول ۹- مقایسه نتایج به دست آمده از الگوریتم‌های GA و PSO و نرم‌افزار Cplex  
 Table 9. Comparison of the obtained results between GA, PSO & Cplex

ابعاد مسئله	GA			PSO			Cplex		
	میانگین ۱۰ جواب	بهترین جواب	میانگین زمان	میانگین ۱۰ جواب	بهترین جواب	میانگین زمان	جواب	کران پایین	زمان B&B
۸×۱۰	۳۸۹۱۲۰	۳۸۸۶۲۵	۹۸	۳۹۱۲۵۰	۳۸۹۰۰۳	۸۳	۵۱۲۷۴۸	۰	۷۲۰۰
۸×۱۲	۴۵۱۶۳۵	۴۴۹۳۶۵	۱۰۹	۴۵۱۹۳۵	۴۵۰۲۱۴	۹۸	۶۳۵۱۷۴	۰	۷۲۰۰
۸×۱۴	۵۱۱۲۵۱	۵۱۰۳۰۲	۱۳۷	۵۱۲۳۵۰	۵۱۱۲۵۰	۱۱۹	۶۷۴۸۱۴	۰	۷۲۰۰
۸×۱۶	۶۱۰۲۵۱	۶۰۹۵۱۴	۱۷۴	۶۱۱۵۱۴	۶۱۰۰۳۷	۱۵۶	۶۹۱۷۵۹	۰	۷۲۰۰
۸×۱۸	۶۳۵۲۱۴	۶۳۳۵۱۴	۲۳۷	۶۳۶۲۱۴	۶۳۴۲۱۵	۲۷۸	۷۰۴۷۲۶	۰	۷۲۰۰
۱۰×۱۱	۶۸۵۶۳۲	۶۸۳۶۲۵	۴۰۹	۶۸۶۲۱۴	۶۸۴۲۵۱	۳۱۰	۷۱۳۰۳۲	۰	۷۲۰۰
۱۰×۱۳	۸۳۶۲۵۱	۸۳۵۶۲۴	۵۴۹	۸۳۷۱۵۴	۸۳۵۹۵۴	۴۸۸	۸۶۲۱۴۵	۰	۷۲۰۰
۱۰×۱۵	۸۸۶۳۲۵	۸۸۵۳۶۹	۶۷۴	۸۸۷۱۴۵	۸۸۶۳۲۱	۵۸۶	۹۱۱۴۷۵	۰	۷۲۰۰
۱۰×۱۶	۹۱۴۲۵۷	۹۱۲۵۴۷	۹۱۶	۹۱۴۹۶۵	۹۱۳۱۵۷	۸۱۳	۹۶۸۷۴۱	۰	۷۲۰۰
۱۰×۲۰	۱۰۹۳۲۱۴	۱۰۸۷۵۶۸	۱۱۳۸	۱۰۹۵۶۳۶	۱۰۸۸۶۳۵	۹۹۱	۱۲۵۲۳۶۴	۰	۷۲۰۰





شکل ۱۱- مقایسه میانگین زمان حل دو الگوریتم PSO و GA (۸ تا ۱۰ ماشین)

Fig. 8 - Behavior of algorithms in terms of the mean computational time (8 to 10 machines)

با توجه به مقادیر حاصل شده در جداول ۷ تا ۹ و همچنین شکل های ۸ تا ۱۱ مشاهده می شود که الگوریتم GA از نظر کیفیت جواب ها و الگوریتم PSO از نظر سرعت و زمان حل، کارایی بالاتری را نشان داده اند. در اندازه های بالاتر، هر دو الگوریتم معرفی شده نسبت به جواب Cplex عملکرد بهتری دارند. این عملکرد به اندازه ای بهتر است که در اندازه های بالا، اختلاف جواب Cplex با دو الگوریتم معرفی شده تفاوت زیادی دارد. در این اندازه ها مشاهده می شود که GA نسبت به PSO جواب های بهتری را استخراج کرده است، اما زمان حل آن نسبت به الگوریتم PSO بیشتر است.

## ۶- بحث

امروزه صنایع تولیدی باید از توانایی تولیدی محصولات خود با هزینه های پایین و کیفیتی بالا برخوردار باشند. سیستم های تولیدی سنتی مثل سیستم های کارگاهی و خط تولید، رفته رفته توانایی خود را برای برآورده کردن این نیازها از دست داده اند و نیاز به سیستمی بیش از پیش احساس می شود که قابلیت برآورده کردن این نیازهای تولیدی را داشته باشد. سیستم تولید سلولی سیستمی معرفی شده است که توانسته با تلفیق انعطاف پذیری سیستم کارگاهی و کارایی سیستم های خط تولید برای تیراژ بالای تولید، توانایی مناسبی را برای تولید در خود ایجاد کند. از طرفی جانمایی تسهیلات و ساختار فیزیکی سیستم تولیدی چنانچه کارایی لازم را نداشته باشد، به شدت باعث افزایش جابه جایی ها و تحمیل هزینه های حمل و نقل به سیستم می شود. در این مطالعه سعی شد تا پس از بررسی کاملی مقالات و مطالعات پیشین و بیان مفروضات مختلف، آثار مدل سازی هم زمان مسائل تشکیل سلول و جانمایی سلولی بر اساس محاسبه دقیق هزینه ها ارائه شود. در مدل ارائه شده، اطلاعات تولیدی مهمی نظیر میزان جریان تولیدی بین ماشین ها، ظرفیت سلول ها و هزینه جابه جایی قطعات و ماشین ها مدنظر قرار گرفت.

به طور کلی مهم ترین مزایای مدل پیشنهادی عبارتند از:

- تصمیم‌گیری هم‌زمان برای مسئله تشکیل سلول و جانمایی گروهی؛
  - در نظر گرفتن مسیرهای عملیاتی چندگانه؛
  - در نظر گرفتن کارآیی سلول‌های تشکیل شده با کمینه کردن قطعات استثنا؛
  - به‌کارگیری مفهوم فاصله برای چیدمان ماشین‌ها در سطح سلول و چیدمان سلول‌ها در سطح کارگاه؛
- به‌کارگیری توأمان موارد فوق سبب آن شد تا مدلی ارائه شود که تا حد پذیرفتنی به مسائل دنیای واقعی نزدیک باشد. از این رو از اطلاعات تولیدی واقعی، یک مطالعه موردی در کشور هلند استفاده شد تا کارآیی مدل نشان داده شود. با توجه به پیچیدگی مدل ارائه شده و نیاز به حل آن در ابعاد بالای تعداد ماشین‌آلات و قطعات، ناگزیر به استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری شده و دو الگوریتم ژنتیک و ازدحام ذرات ارائه و نتایج آنها با نتایج حاصل از Cplex مقایسه شده است که عملکرد آنها در بخش ۴ به‌طور مبسوط تشریح شد. به‌طور کلی می‌توان نتیجه گرفت الگوریتم ژنتیک، در زمان کمتر مناسب‌تر از الگوریتم ازدحام ذرات است. همچنین مشاهده می‌شود که الگوریتم ژنتیک در اندازه‌های بزرگ عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم ازدحام ذرات دارد.

## ۷- نتیجه‌گیری

سیستم تولید سلولی سیستمی معرفی شده است که توانسته با تلفیق انعطاف‌پذیری سیستم کارگاهی و کارآیی سیستم‌های خط تولید برای تیراژ بالای تولید، توانایی مناسبی را برای تولید در خود ایجاد کند. در این مطالعه سعی شد تا پس از بیان مفروضات مختلف، آثار مدلسازی هم‌زمان مسائل تشکیل سلول و جانمایی سلولی در یک فضای پیوسته بررسی شود. در مدل ارائه شده، اطلاعات تولیدی مهمی نظیر میزان جریان تولیدی بین ماشین‌ها، مسیرهای عملیاتی چندگانه، ظرفیت سلول‌ها و هزینه جابه‌جایی قطعات مدنظر قرار گرفت. در این مقاله از داده‌های شرکت BATA برای ارائه یک مسئله واقعی استفاده شده و پیکربندی به دست آمده نشان داده شده است. با توجه به ماهیت مدل ارائه شده، دو الگوریتم فراابتکاری GA و PSO نیز برای مسائل در اندازه‌های بالاتر توسعه داده شده است. نتایج حاصل نشانگر آن است که در اندازه‌های بالاتر، الگوریتم GA همواره عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم PSO دارد، ولی زمان حل مسئله با افزایش ابعاد آن در الگوریتم GA نسبت به PSO پیشی می‌گیرد.

در نظر گرفتن ابعاد نامساوی ماشین‌ها، دو برابر کردن ماشین‌های گلوگاه، توسعه مدل‌های احتمالی و فازی، توسعه مدل ارائه شده برای چیدمان‌های چندطبقه و به‌کارگیری دیگر الگوریتم‌های فراابتکاری و مقایسه نتایج حاصل از آنها با الگوریتم‌های اشاره شده در این تحقیق، به‌عنوان موضوعات مناسبی برای مطالعات آتی پیشنهاد می‌شود.

## References

- Arghish, O., Tavakkoli-Moghaddam, R., Shahandeh-Nookabadi, A., & Rezaeian, J. (2018). An integrated cellular manufacturing system with type-2 fuzzy variables: Three tuned meta-heuristic algorithms. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 35(2), 2293-2308.
- Bajestani, M. A., Rabbani, M., Rahimi-Vahed, A. R., & Khoshkhou, G. B. (2009). A multi-objective scatter search for a dynamic cell formation problem. *Computers & operations research*, 36(3), 777-794.

- Bagheri, M., & Bashiri, M. (2014). A new mathematical model towards the integration of cell formation with operator assignment and inter-cell layout problems in a dynamic environment. *Applied Mathematical Modelling*, 38(4), 1237-1254.
- Chandrasekar, K., & Venkumar, P. (2013). A SIMULATED ANNEALING APPROACH FOR INTEGRATING CELL FORMATION WITH MACHINE LAYOUT AND CELL LAYOUT. *International Journal of Robotics and Automation*, 28(3).
- Chandrasekharan, M. P., & Rajagopalan, R. (1993). A multidimensional scaling algorithm for group layout in cellular manufacturing. *International journal of production economics*, 32(1), 65-76.
- Dixit, A. R., & Mishra, P. K. (2009). Ex-CLASS: Extended Cell formation and LAYOUT Selection considering production parameters with Sequence data. *International Journal of Product Development*, 10(1-3), 180-200.
- Golmohammadi, A., Bani-Asadi, H., Esmaeli, H., Hadian, H., & Bagheri, F. (2016). Facility layout for cellular manufacturing system under dynamic conditions. *Decision Science Letters*, 5(3), 407-416.
- Golmohammadi, A. M. Honarvar, M. & Hadian, H. "Using a New Meta-Heuristic Algorithm for Solving Cell Formation Problem and Layout Design in Cellular Manufacturing Systems", The 12th International Conference on Industrial Engineering, (ICIE 2016), Kharazmi University, Karaj, Iran.
- Golmohammadi, A. M., Honarvar, M., Hosseini-Nasab, H., & Tavakkoli-Moghaddam, R. (2018). Machine Reliability in a Dynamic Cellular Manufacturing System: A Comprehensive Approach to a Cell Layout Problem. *International Journal of Industrial Engineering & Production Research*, 29(2), 175-196.
- Golmohammadi, A. M., Honarvar, M., Hosseini-Nasab, H., & Tavakkoli-Moghaddam, R. (2020). A bi-objective optimization model for a dynamic cell formation integrated with machine and cell layouts in a fuzzy environment. *Fuzzy Information and Engineering*, 12(2), 204-222.
- Imran, M., Kang, C., Lee, Y. H., Jahanzaib, M., & Aziz, H. (2017). Cell formation in a cellular manufacturing system using simulation integrated hybrid genetic algorithm. *Computers & Industrial Engineering*, 105, 123-135.
- Iqbal, A., & Al-Ghamdi, K. A. (2018). Energy-efficient cellular manufacturing system: Eco-friendly revamping of machine shop configuration. *Energy*, 163, 863-872.
- Karthikeyan, S., Saravanan, M., & Rajkumar, M. (2016). Optimization of worker assignment in dynamic cellular manufacturing system using genetic algorithm. *Journal of Advanced Manufacturing Systems*, 15(01), 35-42.
- Kennedy, J. (1997). The Particle Swarm: social adaption of knoweledage. In Proc of 1997 *IEEE International Conference on Evoulutionary Computation*, (ICEC'97), 303-308.
- Kumar, R., & Singh, S. P. (2017). A similarity score-based two-phase heuristic approach to solve the dynamic cellular facility layout for manufacturing systems. *Engineering Optimization*, 49(11), 1848-1867.
- Nouri, H., & Hong, T. S. (2013). Development of bacteria foraging optimization algorithm for cell formation in cellular manufacturing system considering cell load variations. *Journal of Manufacturing Systems*, 32(1), 20-31.
- Rabbani, M., Farrokhi-Asl, H., & Ravanbakhsh, M. (2019). Dynamic cellular manufacturing system considering machine failure and workload balance. *Journal of Industrial Engineering International*, 15(1), 25-40.
- Shukla, O. J., Soni, G., & Kumar, R. (2019). Simulation Modeling for Manufacturing System Application Using Simulink/SimEvents. In *Soft Computing for Problem Solving* (pp. 751-760). Springer, Singapore.

- Soolaki, M., & Arkat, J. (2018). Incorporating dynamic cellular manufacturing into strategic supply chain design. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 95(5-8), 2429-2447.
- Tavakkoli-Moghaddam, R., Safaei, N., & Sassani, F. (2008). A new solution for a dynamic cell formation problem with alternative routing and machine costs using simulated annealing. *Journal of the Operational Research Society*, 59(4), 443-454.

---

<sup>1</sup> Group Technology (GT)

<sup>2</sup> Parts Families

<sup>3</sup> Similarity Coefficient (SC)

<sup>4</sup> Cellular Manufacturing Systems (CMS)

<sup>5</sup> Flow Shop

<sup>6</sup> Job Shop

<sup>7</sup> Cellular layout

<sup>8</sup> Karthikeyan, S. et al

<sup>9</sup> Particle Swarm Optimization (PSO)

<sup>10</sup> Genetic Algorithm (GA)

<sup>11</sup> Golmohammadi, A. M. et al

<sup>12</sup> Imran, M. et al

<sup>13</sup> Hybrid Genetic Algorithm (HGA)

<sup>14</sup> Simulated Annealing (SA)

<sup>15</sup> Kumar, R., & Singh, S. P.

<sup>16</sup> Soolaki, M., & Arkat, J.

<sup>17</sup> Iqbal, A., & Al-Ghamdi, K. A.

<sup>18</sup> Arghish, O. et al

<sup>19</sup> Branch & Bound (B&B)

<sup>20</sup> Chandrasekharan, M. P., & Rajagopalan, R.

<sup>21</sup> Bi-objective Quadratic Assignment Problem (Bi-QAP)

<sup>22</sup> Normal Distribuion

<sup>23</sup> Bajestani, M. A. et al.

<sup>24</sup> Scatter Search (SS)

<sup>25</sup> Dixit, A. R., & Mishra, P. K

<sup>26</sup> Nouri, H., & Hong, T. S.

<sup>27</sup> Chandrasekar, K., & Venkumar, P.

<sup>28</sup> Shukla, O. J. et al.

<sup>29</sup> Multiple Objective Particle Swarm Optimization (MOPSO)

<sup>30</sup> Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II (NSGAI)

<sup>31</sup> Exceptional Parts

<sup>32</sup> Initial Solution

<sup>33</sup> Population Size

<sup>34</sup> Mutation

<sup>35</sup> Crossover

<sup>36</sup> Chromosome

<sup>37</sup> Parent

<sup>38</sup> Offspring

<sup>39</sup> Fitness function

<sup>40</sup> Stopping criteria

<sup>41</sup> Crossover Probability

<sup>42</sup> Roulette Wheel

<sup>43</sup> Particles

<sup>44</sup> Local Optimum

<sup>45</sup> Design of Experiment

<sup>46</sup> Taguchi