



Research in Production and Operations Management
University of Isfahan E-ISSN: 2981-0329
Vol. 15, Issue 2, No. 37, Summer 2024



<https://doi.org/10.22108/pom.2024.141000.1547>

(Research paper)

A Mixed Project-and-Stock Portfolio Optimization Model with Mean-SemiVariance-SemiEntropy Approach

Amirhosein Khayyatian

Department of Industrial Engineering, Yazd University, Yazd, Iran, a.khayyatian@stu.yazd.ac.ir

Majid Shakhshi-Niaei *

Department of Industrial Engineering, Yazd University, Yazd, Iran, m.niaei@yazd.ac.ir

Purpose: Diversifying investment portfolios by incorporating a variety of assets is a well-established strategy for mitigating risk and enhancing returns. Traditionally, mathematical models for portfolio optimization have primarily focused on stock investments within the capital market. However, this study extends the scope of portfolio optimization to encompass both project and stock investments. This is a critical advancement as investors increasingly grapple with allocating budgets across these two asset types simultaneously. Therefore, this paper proposes a novel mixed portfolio optimization model that uses the Mean-SemiVariance-SemiEntropy approach. By incorporating project investments alongside traditional stocks, the proposed model offers more efficient portfolios that can lead to improved return/risk ratios for investors seeking to optimize their overall financial strategy.

Design/methodology/approach: An attempt has been made to bridge the gap between the distinct spaces of projects and stocks to facilitate their joint analysis. Subsequently, a Mean-SemiVariance-SemiEntropy approach has been employed to develop a model within a probabilistic framework. For validating this model, a numerical experiment involving three projects and five stocks from the capital market has been tackled, considering the preferences of an investor. Finally, the optimization problem has been solved using three metaheuristic algorithms: Genetic Algorithm (GA), Imperialist Competitive Algorithm (ICA), and Gray Wolves Optimization (GWO).

Findings: The results obtained by solving the model using the above-mentioned metaheuristic algorithms demonstrated that despite the high speed of the GWO algorithm, the solutions provided by

* Corresponding author, Orcid: 0000-0001-8034-9955 2981-0329 / © University of Isfahan

This is an open access article under the CC-BY-NC-ND 4.0 License (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>)



the GWO algorithm were not satisfactory compared to the GA and ICA algorithms. On the other hand, the acceptable speed with nondominated solutions was the advantage of the ICA algorithm over the GA algorithm. The evaluation of various performance metrics also revealed that the ICA algorithm outperformed the GA and GWO algorithms in this problem. Also, the inclusion of semi-entropy as a risk assessment metric led to an improvement in the return on the investment portfolios.

Research limitations/implications: Incorporating investor constraints and preferences, such as cardinality and boundary constraints, into the model forms an NP-hard problem. Consequently, exact solution methods are replaced by non-exact methods, such as metaheuristic algorithms. Given the diversity of project contracts, this study concentrated solely on projects with cost-plus contracts, where the entire project or a portion can be selected for partnership. Similar to the Markowitz model, the projects' returns such as stocks' returns were assumed to be normally distributed.

Practical implications: This study significantly enhanced diversification, increased potential returns, and reduced risk for investors by introducing a novel mixed project-and-stock portfolio optimization model. The proposed approach can be implemented by a wide range of investors and managers of investment units in various organizations, bringing a new perspective to investment management.

Social implications: The far-reaching implications of this study extend beyond the realm of investment management, permeating social, economic, and political areas. The innovative mixed project-and-stock portfolio problem has the potential to positively transform society using fostering innovation, stimulating economic growth, and enhancing financial knowledge. This paper can foster economic growth and job creation by providing new investment opportunities and increasing investment in productive ventures. In summary, this study has taken a significant step towards improving social and economic well-being by introducing an innovative model for resolving investment challenges.

Originality/value: The innovation and strength of this research lies in incorporating projects as a new asset class into the traditional portfolio model. This goes beyond simply adding a new asset to an investment portfolio, as the nature of the projects introduces new complexities to the portfolio management process. For this purpose, this study employs a probabilistic approach based on historical data. In addition, the simultaneous use of two risk measures, i.e., semi-variance and semi-entropy, significantly improves the performance of the model by focusing on different risk aspects. This provides a more comprehensive picture of the risks associated with the portfolio and helps investors make more informed and wise decisions.

Keywords: Multi-objective optimization, Project portfolio, Stock portfolio, Metaheuristic, Cardinality constraints, Semi-entropy



پژوهش در مدیریت تولید و عملیات، دوره ۱۵، شماره ۲، پیاپی ۳۷، تابستان ۱۴۰۳
دریافت: ۱۴۰۲/۱۲/۲۷ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۴/۱۴ ص ۵۷-۸۱



<https://doi.org/10.22108/pom.2024.141000.1547>

(مقاله پژوهشی)

ارائه مدل بهینه‌سازی ترکیبی سبد پروژه و سهام با رویکرد میانگین - نیم‌واریانس - نیم‌آنتروپی

امیرحسین خیاطیان^۱، مجید شخصی نیائی^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد گروه مهندسی صنایع، دانشگاه یزد، ایران، a.khayyatian@stu.yazd.ac.ir
۲- دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه یزد، ایران، m.niaei@yazd.ac.ir

چکیده: یکی از روش‌های متنوع‌سازی و کاهش ریسک سبد سرمایه‌گذاری، افزودن طیف مختلفی از دارایی‌ها به آن است. تا به امروز، مدل‌های ریاضی بسیاری با هدف بیشینه‌سازی بازدهی و کمینه‌سازی ریسک ارائه شده‌اند که تنها مبتنی بر سرمایه‌گذاری روی سهام بازار سرمایه‌اند. در این مطالعه، سرمایه‌گذاری در پروژه‌ها نیز به عنوان یک نوع دارایی در کنار سهام بازار سرمایه مدنظر قرار گرفته و درباره آن مطالعه شده است. مسئله انتخاب ترکیبی پروژه و سهام از طریق تخصیص وزن بهینه به آنها، یکی از چالش‌های پیش روی سرمایه‌گذاران خواهد بود. در پژوهش حاضر، ابتدا تلاش شده است تا فضای تحلیل پروژه‌ها به تحلیل سهام نزدیک‌تر و سپس مدلی با رویکرد میانگین - نیم‌واریانس - نیم‌آنتروپی در فضای احتمالی توسعه داده شود که به منظور اعتبارسنجی آن، یک آزمایش عددی شامل ۳ پروژه و ۵ سهم از بازار سرمایه، به کمک سه الگوریتم فراابتکاری ژنتیک، رقابت استعماری و گرگ‌های خاکستری حل شده‌اند. دستاورد اصلی این پژوهش، ارائه مدلی برای توصیه به سرمایه‌گذاران درباره سبدهای سرمایه‌گذاری با سطوح ریسک مختلف است. نتایج حاصل از آزمایش عددی حاصل نشان می‌دهد که الگوریتم رقابت استعماری در مقایسه با دو الگوریتم‌های ژنتیک و گرگ‌های خاکستری، پاسخ‌های بهتری ارائه کرده است. روش پیشنهادی می‌تواند توسط طیف وسیعی از سرمایه‌گذاران و مدیران واحدهای مختلف سرمایه‌گذاری در مؤسسات مختلف، به کار رود.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی چندهدفه، سبد پروژه، سبد سهام، فراابتکاری، محدودیت کاردینالیتی، نیم‌آنتروپی



۱- مقدمه و پیشینه پژوهش

مفهوم سرمایه‌گذاری را می‌توان در قالب عبارت «به‌کارگیری سرمایه یا منابع فعلی با هدف کسب بازدهی در آینده» خلاصه کرد (هارپر و همکاران^۱، ۲۰۱۷). دو عامل ریسک و بازده، دو جزء اساسی و جدایی‌ناپذیر در تحلیل سرمایه‌گذاری است که براساس پژوهش‌های انجام‌شده، رابطه‌ی معناداری بین این دو عامل برقرار است (بی و کرولی^۲، ۱۹۹۴) و از همین رو، کسب بیشترین بازدهی در عین کنترل سطح ریسک سبد سرمایه‌گذاری، همواره یکی از مسائل اساسی در این حوزه است.

از گذشته تا به حال، بازار سرمایه و به‌طور خاص سهام، یک بازار سنتی با حجم بالایی معامله بوده و به این سبب سرمایه‌گذاران به آن توجه کرده‌اند (قنبری و همکاران^۳، ۱۴۰۰). مارکوئیتز^۴ (۱۹۵۲) با در نظر گرفتن میانگین و واریانس نرخ بازده به‌عنوان توابع هدف از جنس بیشینه‌سازی و کمینه‌سازی، نظریه‌ی مدرن سبد سهام^۵ را پایه‌گذاری کرد. پس از انتشار نظریه‌ی مارکوئیتز (۱۹۵۲)، نگرش عموم نسبت به سرمایه‌گذاری و سبد سهام با تغییرات فراوانی همراه و این نظریه به‌عنوان یک ابزار کارا در بهینه‌سازی سبد سهام به کار گرفته شد (ابزری و همکاران^۶، ۱۳۹۳).

اگر در مسئله‌ی بهینه‌سازی سبد سهام، ریسک نامطلوب^۷ را معادل احتمال زیان کردن تعریف کنیم، آنگاه واریانس شاخص مناسبی برای محاسبه‌ی آن نخواهد بود؛ زیرا واریانس تفاوتی بین نوسان‌های مثبت و منفی قائل نمی‌شود. به‌منظور حل این مشکل، مارکوئیتز (۱۹۵۹) مدل خود را به شکل میانگین - نیم‌واریانس^۸ تغییر داد. درواقع نیم واریانس، تنها ریسک نامطلوب (مقادیر کوچک‌تر از میانگین بازده) را در نظر می‌گیرد (راعی و سعیدی^۹، ۱۳۹۲).

کلبانر و همکاران^{۱۰} (۲۰۱۷) نشان دادند که تفاوت معناداری بین مرز کارایی سبدهایی وجود دارد که با مدل میانگین - نیم‌واریانس و مدل میانگین - واریانس حل شده‌اند. راعی و همکاران^{۱۱} (۱۳۸۹) از الگوریتم جست‌وجوی هارمونی^{۱۲} به‌منظور بهینه‌سازی سبدهای متشکل از ۲۰ سهم تحت محدودیت‌های مختلف بهره بردند. داودی‌فر^{۱۳} (۱۳۹۹) در پژوهشی، الگوریتم‌های ازدحام ذرات^{۱۴}، ژنتیک^{۱۵} و کرم شب‌تاب^{۱۶} را براساس مدل میانگین - نیم‌واریانس مقایسه کرد و نشان داد که الگوریتم ژنتیک نسبت به دیگر الگوریتم‌ها، کارایی بالاتری دارد.

راعی و همکاران (۱۳۹۶) معیار آنتروپی شانون را یکی از شاخص‌های ارزیابی سطح ریسک سبد سهام معرفی کردند. آنها در این پژوهش نشان دادند که آنتروپی برخلاف واریانس، وابستگی به تقارن توزیع نرخ بازده ندارد و یک شاخص جدید برای ارزیابی سطح ریسک سبد سهام است. به‌منظور اثبات این ادعا، یک مسئله‌ی سبد سهام را براساس مدل میانگین - واریانس - آنتروپی با تکیه بر الگوریتم ازدحام ذرات حل کردند و نشان دادند که مدل پیشنهادی آنان از کارایی بالاتری نسبت به مدل سنتی مارکوئیتز (میانگین - واریانس) برخوردار است. شایان ذکر است که مانند واریانس، آنتروپی نیز تفاوتی بین نوسان‌های مثبت و منفی قائل نمی‌شود. ژو و همکاران^{۱۷} (۲۰۱۶) نیز در پژوهشی نشان دادند که مدل میانگین - نیم‌آنتروپی نسبت به مدل‌های میانگین - آنتروپی و میانگین - واریانس، توزیع وزن مناسب‌تری بین دارایی‌های سبد سرمایه‌گذاری ایجاد می‌کند. لو و همکاران^{۱۸} (۲۰۲۱) در مطالعه‌ای بیان کردند که نیم‌آنتروپی^{۱۹}، معیار کاراتری نسبت به آنتروپی است و سپس با توسعه‌ی یک الگوریتم فراابتکاری، مسئله‌ی انتخاب سبد سهام چند دوره‌ای با رویکرد میانگین - نیم‌آنتروپی - چولگی را مطرح و به‌منظور تطابق بیشتر مدل‌های بهینه‌سازی سبد سهام با دنیای واقعی، آن را تحت محدودیت‌های حدی (محدودیت بر

حداکثر و حداقل وزن سهام در سبد سرمایه‌گذاری)، کاردینالیته (محدودیت بر تعداد سهام انتخاب‌شده در سبد سرمایه‌گذاری) و نقدشوندگی (خرید و فروش سهام در سریع‌ترین زمان ممکن با کمترین میزان حاشیه ضرر)، بهینه‌سازی کردند.

محققانی مانند چانگ و همکاران^{۲۰} (۲۰۰۹) و فرناندز و گومز^{۲۱} (۲۰۰۷) نشان دادند که با اضافه‌شدن محدودیت‌هایی نظیر محدودیت‌های حدی و کاردینالیته به مدل، مسئله به شکل ان‌پی‌سخت^۳ در آمده است و در ادامه به‌جای استفاده از روش‌های دقیق برای حل این مسائل، از تکنیک‌های غیردقیق (الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری) بهره‌جستند (کالاچی و همکاران^{۲۲}، ۲۰۱۹). توبا و باکانین^{۲۳} (۲۰۱۴) برای این منظور، از الگوریتم تلفیقی کلونی زنبور عسل^{۲۴} و کرم شب‌تاب استفاده و مسئله سبد سرمایه‌گذاری را با رویکرد میانگین - واریانس و با در نظر گرفتن محدودیت کاردینالیته بهینه‌سازی کردند. در تحقیق مشابه دیگری، استرامبرگر و همکاران^{۲۵} (۲۰۱۶)، مسئله پایه‌ای سبد سرمایه‌گذاری در حضور تمام دارایی‌های کاندید در سبد را به کمک تلفیقی از الگوریتم‌های کلونی زنبور عسل و خفاش^۸ بهینه‌سازی کردند. وئی و یه^{۲۶} (۲۰۰۷) به کمک الگوریتم ژنتیک، مسئله سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای احتمالی را با رویکرد میانگین - نیم‌واریانس - ارزش در معرض ریسک شرطی^{۲۷} با در نظر گرفتن کارمزد معاملات، بهینه‌سازی کردند. سلیمانی و همکاران^{۲۸} (۲۰۰۹) در کنار محدودیت‌های حدی و کاردینالیته، مدل پایه‌ای مارکوئیتز (۱۹۵۲) را با افزودن محدودیت‌های دیگری به شرح زیر و نیز به کمک الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی کردند:

- ضریب خرید: در صورتی که خرید یک دارایی منوط به رعایت ضرایب خاصی باشد، از این محدودیت استفاده می‌شود؛ برای مثال رعایت ضریب صحیحی از ۱۰ در تعداد سهام.

- تناسب ارزش بازار: این محدودیت بیان می‌کند که اگر مجموعه کل دارایی‌ها را به چند زیرمجموعه تقسیم کنیم، وزن نهایی تخصیص‌یافته به هر زیرمجموعه، باید متناسب با ارزش بازار آن زیرمجموعه تعیین شود.

ژالوتا و تاکور^{۲۹} (۲۰۱۸) در میان الگوریتم‌های تکاملی متعدد، الگوریتم ژنتیک اصلاح‌شده‌ای را توسعه دادند و محدودیت‌های حدی و کاردینالیته را در مدل خود، لحاظ کردند. میرابی و زارعی محمودآبادی^{۳۰} (۱۳۹۹) سبد سهام را با ارزیابی سطح ریسک، به کمک تخمین‌های خوش‌بینانه، محتمل و بدبینانه و براساس داده‌های تاریخی و نظر خبرگان مدل‌سازی کردند؛ سپس آن را به کمک یک الگوریتم توسعه داده شده بر پایه الگوریتم ژنتیک و بهینه‌سازی شیرها^{۳۱} حل کردند و کارایی الگوریتم خود را با آزمایش بر داده‌های تاریخی ۵۰ شرکت فعال‌تر بورس اوراق بهادار تهران نشان دادند.

سجادی^{۳۲} (۱۳۹۰)، ارزش در معرض ریسک را شاخص سنجش سطح ریسک دانسته و از آن استفاده کرده است. او همچنین مسئله بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری را با دو الگوریتم ژنتیک و رقابت استعماری^{۳۳} حل کرد. در پژوهش مشابه دیگری، کریمی و گودرزی دهریزی^{۳۴} (۱۳۹۹)، سبد سرمایه‌گذاری را براساس معیار ارزش در معرض ریسک شرطی به‌عنوان شاخص سنجش سطح ریسک، بهینه‌سازی کردند و نشان دادند که بین الگوریتم ازدحام ذرات و رقابت استعماری، الگوریتم رقابت استعماری در زمان کوتاه‌تری به جواب بهینه می‌رسد. الگوریتم گرگ‌های خاکستری^{۳۵} را برای اولین بار میرجلیلی و همکاران^{۳۶} (۲۰۱۴) معرفی کردند. این الگوریتم در دسته الگوریتم‌های فراابتکاری مبتنی بر هوش جمعی قرار می‌گیرد که براساس فرآیند شکارکردن دسته‌جمعی گرگ‌های خاکستری، شکل داده شده است. زینل و مصطفی^{۳۷} (۲۰۱۶) از الگوریتم گرگ‌های خاکستری به‌منظور پیش‌بینی

قیمت انس جهانی طلا استفاده کردند. ستیاوان^{۳۸} (۲۰۲۰) نشان داد که در حل مسائل بهینه‌سازی سبد سهام با رویکرد میانگین - ارزش در معرض ریسک شرطی، کارایی الگوریتم گرگ‌های خاکستری در برابر الگوریتم‌های ژنتیک، جست‌وجوی فاخته^{۳۹}، شعله پروانه^{۴۰}، کرم شب‌تاب، بهینه‌سازی ملخ^{۴۱} و بهینه‌سازی سنجاکک^{۴۲}، بالاتر است. ایمران و همکاران^{۴۳} (۲۰۲۲) از الگوریتم گرگ‌های خاکستری به منظور بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری در بازار بورس بمبئی^{۴۴}، براساس بهبود نسبت شارپ^{۴۵} بهره گرفتند. آنها نشان دادند که الگوریتم گرگ‌های خاکستری در مقایسه با الگوریتم ژنتیک، در حل مسائل بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری برتری دارد. ساکالوسکاس و همکاران^{۴۶} (۲۰۲۳) با روش نوآورانه‌ای، در ابتدا سهام کاندید از شرکت‌های حاضر در شاخص اس‌اند‌پی ۵۰۰^{۴۷} را انتخاب کردند و سپس با استفاده از الگوریتم گرگ‌های خاکستری، به تخصیص اوزان بهینه و تشکیل سبدی از سهام کاندید با رویکرد میانگین - واریانس اقدام کردند. مصطفایی در میان و دعایی^{۴۸} (۱۴۰۰) به منظور حل مسئله انتخاب سبد سهام با رویکرد مبتنی بر بهینه‌سازی تصادفی، از الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک و گرگ‌های خاکستری بهره جستند. آنها در انتهای مطالعه خود، نتیجه گرفتند که الگوریتم گرگ‌های خاکستری کارایی بالاتری نسبت به الگوریتم ژنتیک دارد.

در حوزه بهینه‌سازی سبد پروژه با رویکردهای تحلیل سهام، تحقیقات اندکی انجام شده است؛ برای نمونه، هونگ و همکاران^{۴۹} (۲۰۲۳) به کمک مدلی چند هدفه و با رویکرد میانگین - نیم‌واریانس، مسئله انتخاب سبد پروژه را با زمان اجرای متفاوت، ضمن در نظرگیری سرمایه‌گذاری مجدد و هم‌افزایی بین پروژه‌ها، حل کردند.

به منظور ترسیم تصویر کلی از جایگاه مطالعه حاضر در بین پژوهش‌های اخیر، جدول (۱) مرتبط‌ترین پژوهش‌هایی را به صورت مختصر مقایسه می‌کند که در زمینه بهینه‌سازی سبد سهام و سبد پروژه انجام شده‌اند. لازم به توضیح است که مرتب‌سازی پژوهش‌ها در جدول (۱)، براساس سال انتشار و حروف الفبا انجام شده است.

جدول ۱- پژوهش‌های انجام‌شده اخیر در حوزه بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری

Table 1- Recent researches in the field of portfolio optimization

نویسنده / نویسندگان	سال انتشار	محتوای سبد	تابع/ توابع هدف	محدودیت‌های خاص	الگوریتم حل
راعی و همکاران	۱۳۹۶	سهام	میانگین واریانس آنتروپی	-	ازدحام ذرات
ژالوتا و تاکور	۲۰۱۸	سهام	میانگین واریانس چولگی	حدی کاردینالیتی	ژنتیک بهبودیافته
ستیاوان	۲۰۲۰	سهام	میانگین ارزش در معرض ریسک شرطی	-	گرگ‌های خاکستری ژنتیک جست‌وجوی فاخته شعله پروانه کرم شب‌تاب بهینه‌سازی ملخ بهینه‌سازی سنجاکک
کریمی و گودرزی دهریزی	۱۳۹۹	سهام	میانگین ارزش در معرض ریسک شرطی	-	رقابت استعماری ازدحام ذرات

نویسنده / نویسندگان	سال انتشار	محتوای سبد	تابع/توابع هدف	محدودیت‌های خاص	الگوریتم حل
میرابی و زارعی محمودآبادی	۱۳۹۹	اوراق قرضه طلا ارزهای بین‌المللی املاک سهام	میانگین	حدی کاردینالیته (در تعداد حوزه سرمایه‌گذاری و در تعداد سهام)	ترکیبی از ژنتیک و بهینه‌سازی شیر
لو و همکاران	۲۰۲۱	سهام	میانگین نیم‌آنتروپی چولگی	حدی کاردینالیته نقدشوندگی	ترکیبی از کرم شب‌تاب و ارگانیسم‌های هم‌زیست
ایمران و همکاران	۲۰۲۲	سهام	نسبت شارپ واریانس	حدی	ژنتیک گرگ‌های خاکستری
داودی‌فر	۱۳۹۹	سهام	میانگین نیم‌واریانس	-	ازدحام ذرات ژنتیک کرم شب‌تاب
مصطفایی‌درمیان و دعایی	۱۴۰۰	سهام	میانگین واریانس درجه دوم	حدی	ژنتیک گرگ‌های خاکستری
ساکالوسکاس و همکاران	۲۰۲۳	سهام	میانگین واریانس	-	گرگ‌های خاکستری
هونگ و همکاران	۲۰۲۳	پروژه	میانگین نیم‌واریانس	-	باینری جایا ^{۵۰} باینری رانو ^{۵۱} یک باینری رانو دو
مطالعۀ حاضر	۱۴۰۳	پروژه و سهام	میانگین نیم‌واریانس نیم‌آنتروپی	حدی کاردینالیته	ژنتیک گرگ‌های خاکستری رقابت استعماری

افزایش نسبت بازده به ریسک، همواره اصلی‌ترین چالش سرمایه‌گذاران بوده است. امروزه تنوع حوزه‌های سرمایه‌گذاری به‌ویژه در پروژه‌ها، سرمایه‌گذاران را ترغیب کرده است تا علاوه بر بازارهای مالی سنتی، بخشی از سبد سرمایه‌گذاری خود را به‌صورت هم‌زمان به پروژه‌ها اختصاص دهند. در همین راستا، افزودن دارایی‌های گوناگون به سبد سرمایه‌گذاری، موجب کاهش ریسک آن می‌شود (خاک‌بیز و همکاران^{۵۲}، ۱۳۹۶). علاوه بر این، با توجه به نوسانات شدید سال‌های اخیر بازارهای مالی از یک طرف و ثبات سودآوری بلندمدت پروژه‌ها از سوی دیگر، سرمایه‌گذاران ترغیب شده‌اند تا ترکیبی از سبد سهام و پروژه را تشکیل دهند و آن را مدیریت کنند.

در مدل پیشنهادی همانند مدل پایه مارکوویتز (۱۹۵۲)، فرض شده است که نرخ بازده از تابع توزیع نرمال پیروی می‌کند. در این مدل، از میانگین نرخ بازده به‌عنوان شاخص بازده و از نیم‌واریانس و نیم‌آنتروپی به‌عنوان شاخص‌های سنجش سطح ریسک استفاده خواهد شد؛ زیرا سرمایه‌گذاران همواره به‌دنبال کاهش ریسک‌های نامطلوب‌اند و از ریسک‌های مطلوب، استقبال می‌کنند. همچنین محدودیت‌های حدی و کاردینالیته نیز در این مدل گنجانده شده‌اند. در نهایت به‌منظور اعتبارسنجی نتایج مدل، یک مثال عددی ارائه و با الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک، رقابت استعماری و گرگ‌های خاکستری، مرز کارای آن کشف و مقایسه خواهد شد.

در بخش دوم این مقاله، رویکرد پیشنهادی ارائه شده است؛ بخش سوم را نحوه پیاده‌سازی رویکرد پیشنهادی و نتایج عددی حاصل از آن شکل داده‌اند؛ نتایج حاصل از مقایسه الگوریتم‌ها نیز در بخش چهارم تفسیر و در بخش پنجم به جمع‌بندی و ارائه پیشنهاد برای انجام تحقیقات آتی اختصاص یافته است.

۲- رویکرد پیشنهادی

در این بخش، ابتدا مفروضات این پژوهش مرور و در ادامه، چگونگی آماده‌سازی داده‌های مسئله برای وارد کردن به مدل و ساختار مدل پیشنهادی به تفصیل ارائه می‌شود.

۱-۲- مفروضات مدل‌سازی ریاضی

مفروض ۱. قرارداد پروژه‌ها به صورت پرداخت درصدی^{۵۳} تعریف شده است. مطابق با این نوع قرارداد، کارفرما موظف به پرداخت هزینه انجام شده، به اضافه درصد سود مشخصی به پیمانکار در طی انجام پروژه است که هر پرداخت کارفرما در چند بازه زمانی هزینه و پس از اتمام منابع مالی، مجدداً پرداخت دیگری از سوی کارفرما انجام می‌شود؛

مفروض ۲. تمام هزینه‌های پروژه اعم از هزینه‌های مستقیم، غیرمستقیم و بالاسری در هزینه‌های هر دوره، محاسبه شده است؛

مفروض ۳. مدت زمان اجرای همه پروژه‌ها یکسان و برابر با ۵۲ هفته (یک سال) در نظر گرفته شده است که در صورت کوتاه‌تر بودن زمان انجام پروژه، جریان نقدی پس از زمان تکمیل آن، صفر در نظر گرفته می‌شود؛

مفروض ۴. امکان انتخاب کل یا بخشی از هر پروژه به صورت شراکتی مقدور است؛

مفروض ۵. همانند مدل پایه‌ای مارکوئیتز (۱۹۵۲)، نرخ بازده پروژه و سهام از تابع توزیع نرمال پیروی می‌کنند؛

مفروض ۶. نرخ تورم برابر با صفر در نظر گرفته شده است، اما در صورت وجود تورم، ابتدا باید قیمت یا جریان نقدی هر دوره با در نظرگیری تورم و به صورت خالص محاسبه شود؛

مفروض ۷. به سبب موهومی شدن برخی از مقادیر نیم‌آنتروپی، فاصله از مبدأ مختصات برابر با تخمینی حقیقی از اعداد موهومی در نظر گرفته شده است؛ یعنی عدد حقیقی $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ جایگزین عدد موهومی به فرم نمایشی $z = x + iy$ می‌شود.

۲-۲- آماده‌سازی اولیه داده‌ها و محاسبه نرخ بازده پروژه‌ها و سهام

به منظور یکسان‌سازی فضای تحلیل پروژه با سهام، لازم است گام‌های زیر بر روی پروژه‌ها انجام گیرند:

گام ۱. در این گام، ارزش آتی سری یکنواخت مبالغ دریافتی از کارفرما در هر پروژه، محاسبه می‌شود؛ برای نمونه، شکل (۱) فرآیند یکنواخت‌سازی جریان‌های درآمدی پروژه‌ای را نشان می‌دهد که مطابق با بخش الف، مبالغ دریافتی از کارفرما در دوره‌های زمانی ۱، ۴ و ۹ برابر با p_1 ، p_2 و p_3 بوده و بایستی در سه بازه زمانی پس از این پرداخت‌ها، از سوی پیمانکار هزینه شوند. بخش ب شکل (۱)، فرم نهایی جریان نقدی پروژه را پس از تبدیل به سری‌های یکنواخت نمایش می‌دهد؛

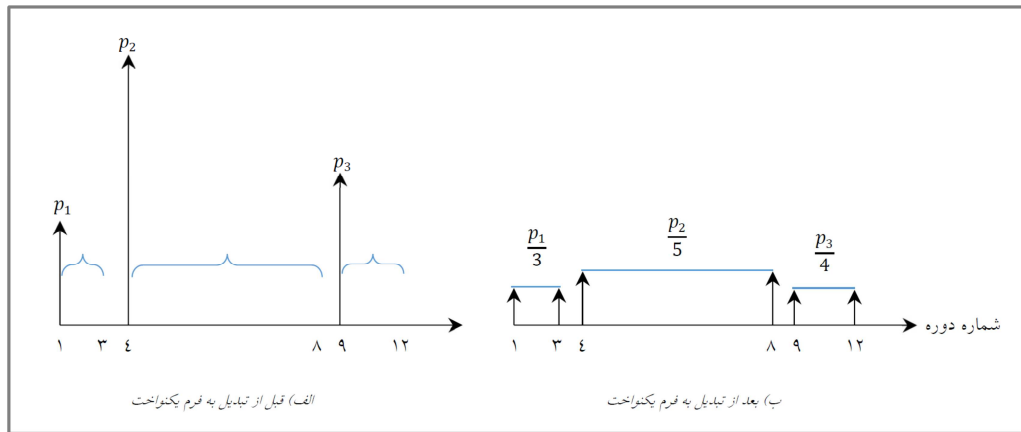
گام ۲. جریان نقدی خالص هر دوره از پروژه‌ها با توجه به درآمد هر دوره و هزینه‌های مرتبط با آن محاسبه می‌شود؛

گام ۳. جریان نقدی خالص نرمال براساس روابط (۱) و (۲) محاسبه می‌شود. این اقدام، نسبت تغییرات بین جریان خالص دو دوره متوالی را حفظ و امکان محاسبه صحیح نرخ بازده را برای دوره‌هایی با خالص جریان نقدی منفی، میسر می‌کند؛

$$(1) \quad x_i^* = \frac{x_i}{\text{Max}(x_i)} \quad \text{برای جریان نقدی منفی؛}$$

$$(2) \quad x_i^* = \frac{\text{Min}(x_i)}{x_i} \quad \text{برای جریان نقدی مثبت؛}$$

گام ۴. داده‌های پروژه‌ها و سهام در تمام دوره‌ها به نرم‌افزار متلب وارد و نرخ بازده آنها محاسبه می‌شود. در صورتی که بین مقدار خالص جریان نقدی دو دوره متوالی در یک پروژه تغییر علامت وجود داشته باشد، به دلیل نبود امکان محاسبه نرخ بازده، مقدار آن «نامشخص»^{۵۴} لحاظ می‌شود.



شکل ۱- محاسبه ارزش آتی سری یکنواخت جریان‌های درآمدی پروژه

Fig. 1- Calculation of uniform series for future worth of project incomes

۲-۳- پارامترها، متغیرها و نشانه‌های به کار رفته در مدل

پارامترها، متغیرها و نشانه‌هایی که در مدل ریاضی این مسئله به کار رفته‌اند، به قرار زیرند:

i (یا j) نشانۀ پروژه یا سهم ($i = 1, 2, \dots, n$)

t نشانۀ دوره زمانی ($t = 1, 2, \dots, T$)

x_i متغیر تصادفی نرخ بازده دارایی i ام

w_i وزن تخصیص داده شده به دارایی i ام در سبد سرمایه‌گذاری

z_i تخصیص / تخصیص نیافتن دارایی i ام به سبد سرمایه‌گذاری

r_{it} نرخ بازده دارایی i ام در دوره زمانی t ام

TB سرمایه در دسترس برای سرمایه‌گذاری

UB_i حداکثر سرمایه تخصیص دادنی به دارایی i ام

LB_i حداقل سرمایه تخصیص دادنی به دارایی i ام

حداکثر تعداد دارایی انتخاب‌شدنی در سبد سرمایه‌گذاری	K_{max}
حداقل تعداد دارایی انتخاب‌شدنی در سبد سرمایه‌گذاری	K_{min}

۲-۴- محاسبه میانگین نرخ بازده

با توجه به مفروض ۵، متغیر تصادفی x_i مطابق با رابطه (۳) تعریف می‌شود.

$$x_i \sim \mathcal{N}(\mu, \delta) \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (3)$$

تعریف ۱. اگر ξ یک متغیر تصادفی و Pr برابر با مقدار احتمال باشد، آنگاه امید ریاضی ξ مطابق با رابطه (۴) تعریف می‌شود (لیو^{۵۵}، ۲۰۰۷).

$$E[\xi] = \int_0^{+\infty} Pr\{\xi \geq v\} dv - \int_{-\infty}^0 Pr\{\xi \leq v\} dv \quad (4)$$

البته به شرطی که یکی از دو انتگرال رابطه (۴) متناهی باشد.

قضیه ۱. با توجه به اینکه متغیرهای تصادفی بیشتر به شکل یک توزیع مشخص رفتار می‌کنند، لیو^{۵۶} (۲۰۱۰) رابطه (۵) را برای محاسبه امید ریاضی متغیر تصادفی ξ با توزیع Φ ارائه کرد.

$$E[\xi] = \int_0^1 \Phi^{-1}(\alpha) d\alpha \quad (5)$$

براساس قضیه ۱ و روابط (۳) و (۵)، امید ریاضی متغیر تصادفی x_i به شکل رابطه (۶) بازنویسی می‌شود:

$$E[x_i] = \mu_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{it} \quad (6)$$

۲-۵- محاسبه نیم‌واریانس

تعریف ۲. با توجه مدل استاندارد مارکوویتز (۱۹۵۲)، واریانس (ریسک سبد سرمایه‌گذاری) مطابق رابطه (۷) محاسبه می‌شود.

$$\sigma_{portfolio}^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j cov(r_i, r_j) \quad (7)$$

همچنین مقدار $cov(r_i, r_j)$ ، از طریق رابطه (۸) محاسبه می‌شود.

$$cov(r_i, r_j) = cor(r_i, r_j) \sigma_{r_i} \sigma_{r_j} \quad (8)$$

تعریف ۳. برای محاسبه مقدار $cor(r_i, r_j)$ ، از ضریب همبستگی خطی پیرسون^{۵۷}، مطابق رابطه (۹) استفاده می‌شود.

$$cor(r_i, r_j) = \frac{\sum_{t=1}^T (r_{it} - \mu_i)(r_{jt} - \mu_j)}{\sqrt{\sum_{t=1}^T (r_{it} - \mu_i)^2 \sum_{t=1}^T (r_{jt} - \mu_j)^2}} \quad (9)$$

تعریف ۴. با توجه به ناتوانی معیار واریانس در محاسبه ریسک نامطلوب، معیار نیم‌واریانس مطابق با رابطه (۱۰) تعمیم می‌یابد.

$$\sigma_{portfolio}^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j cov(r_i, r_j)^- \quad (10)$$

که در آن:

$$cov(r_i, r_j)^- = cor(r_i, r_j) \sigma_{r_i}^- \sigma_{r_j}^- \quad (11)$$

$$\sigma_{r_i}^- = \begin{cases} \sigma_{r_i}, & \text{if } r_i < 0 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (12)$$

۲-۶- محاسبه نیم‌آنتروپی

تعریف ۵. اگر فرض کنیم ξ یک متغیر تصادفی با توزیع مشخص Φ باشد، آنگاه آنتروپی مطابق رابطه (۱۳) تعریف می‌شود.

$$H(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\Phi(x)) dx \quad (13)$$

که در آن:

$$S(t) = -t \ln t - (1-t) \ln(1-t). \quad (14)$$

تعریف ۶. با توجه به ناتوانی معیار آنتروپی در محاسبه ریسک نامطلوب، معیار نیم‌واریانس مطابق با رابطه (۱۵) تعمیم می‌یابد؛ به طوری که امید ریاضی متغیر تصادفی ξ ، موجود، متناهی و برابر با e باشد.

$$H^-(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\Phi^-(x)) dx \quad (15)$$

که در آن:

$$S(t) = -t \ln(t) - (1-t) \ln(1-t) \quad (16)$$

$$\Phi^-(x) = \begin{cases} \Phi(x), & \text{if } x \leq e \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (17)$$

اگر $S(0) = 0$ فرض شود، آنگاه رابطه نیم‌آنتروپی به شکل رابطه (۱۸) بازنویسی می‌شود:

$$H^-(\xi) = \int_{-\infty}^e S(\Phi(x)) dx \quad (18)$$

با جای‌گذاری $t = \Phi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ (تابع چگالی توزیع نرمال) در رابطه (۱۶) براساس مفروض ۵، یکی دیگر از شاخص‌های محاسبه ریسک سبد سرمایه‌گذاری استخراج می‌شود.

۲-۷- مدل ریاضی پیشنهادی

با توجه به بندهای پیشین و پس از افزودن محدودیت‌های حدی و کاردینالیتی، مدل پیشنهادی برای مسئله بررسی‌شده عبارت است از:

$$\text{Max } Z_1 = \sum_{i=1}^n w_i \mu_i \quad (19)$$

$$\text{Min } Z_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j cov(r_i, r_j)^- \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & \text{Min } Z_3 \\ & = \sum_{i=1}^n \left[w_i \int_{-\infty}^e \left[-\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \ln\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}\right) \right. \right. \\ & \left. \left. - \left(1 - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}\right) \ln\left(1 - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}\right) \right] \right] \end{aligned} \quad (21)$$

Subject to:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (22)$$

$$w_i \leq z_i \leq M w_i \quad \forall i \in \{1, 2, 3, \dots, n\} \quad (23)$$

$$\frac{LB_i}{TB} z_i \leq w_i \leq \frac{UB_i}{TB} z_i \quad \forall i \in \{1, 2, 3, \dots, n\} \quad (24)$$

$$K_{min} \leq \sum_{i=1}^n z_i \leq K_{max} \quad (25)$$

$$w_i \geq 0 \quad \forall i \in \{1, 2, 3, \dots, n\} \quad (26)$$

$$z_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \{1, 2, 3, \dots, n\} \quad (27)$$

در مدل ریاضی مسئله، روابط (۱۹)، (۲۰) و (۲۱) نقش توابع هدف را ایفا کرده و به ترتیب به بیشینه‌کردن میانگین نرخ بازده و کمینه‌کردن نیم‌واریانس و نیم‌آنتروپی سبد سرمایه‌گذاری، با توجه به وزن هر دارایی در سبد روی می‌آورند. روابط (۲۲) تا (۲۷) قیدهای مسئله را به زبان ریاضی بیان می‌کنند. روابط (۲۲) و (۲۶) تأکید می‌کنند که وزن هر دارایی، عددی نامنفی است و مجموع این اوزان باید برابر با یک شود. روابط (۲۳) و (۲۷)، یک متغیر باینری جدید را برای شمارش تعداد دارایی‌های انتخاب‌شده در سبد سرمایه‌گذاری معرفی می‌کنند. روابط (۲۴) و (۲۵) نیز به ترتیب، محدودیت‌های وزن هر دارایی و تعداد دارایی‌ها را در سبد سرمایه‌گذاری اعمال می‌کنند.

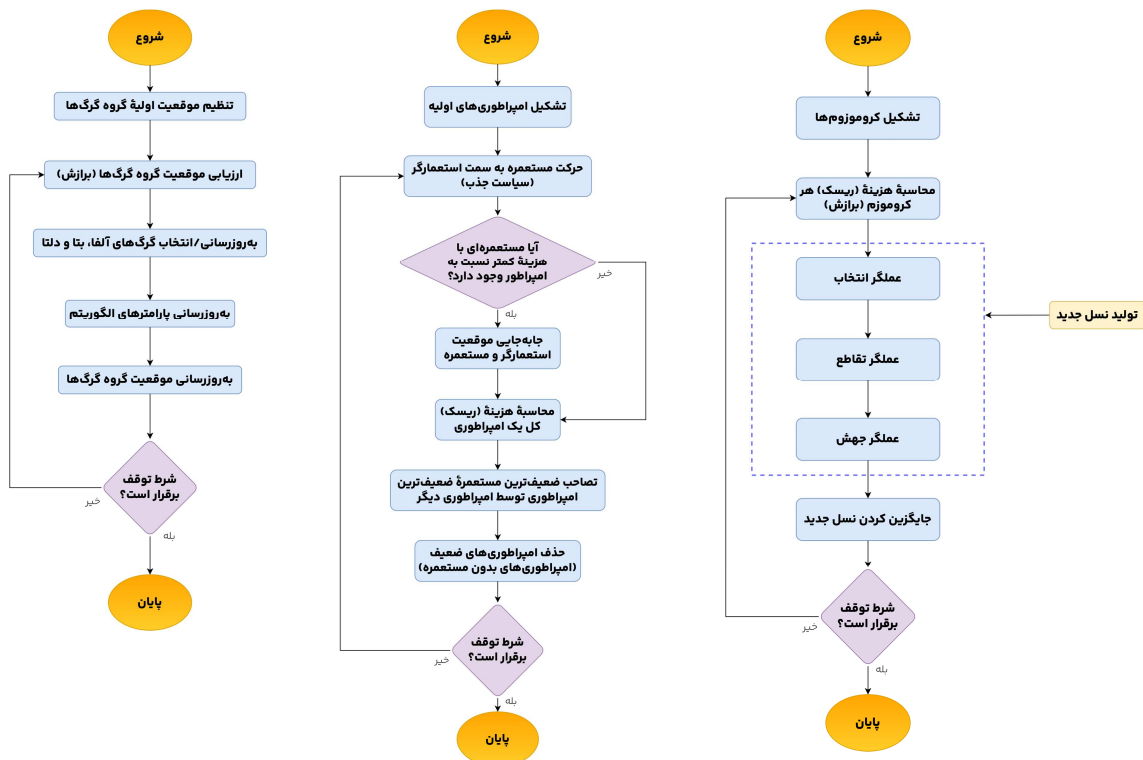
۲-۸- الگوریتم‌های فراابتکاری

در این پژوهش، الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک، رقابت استعماری و گرگ‌های خاکستری، که محققان متعددی از آنها استفاده کرده بودند، به منظور حل مدل ریاضی بند قبلی به کار گرفته خواهند شد. شایان ذکر است که پارامترهای اولیه الگوریتم‌های رقابت استعماری و گرگ‌های خاکستری به کمک روش تاگوچی و الگوریتم ژنتیک، به صورت خودکار با نرم‌افزار متلب تنظیم می‌شوند. مراحل اجرای هر کدام از الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک، رقابت استعماری و گرگ‌های خاکستری به طور خلاصه، در شکل (۲) مشاهده می‌شود.

۳- پیاده‌سازی مدل پیشنهادی و نتایج عددی

در این بند و با هدف اعتبارسنجی مدل توسعه داده شده، یک سبد سرمایه‌گذاری براساس خواسته‌های سرمایه‌گذار و با کمک ۳ الگوریتم فراابتکاری ژنتیک، رقابت استعماری و گرگ‌های خاکستری حل شده است و در انتها به منظور مقایسه توانمندی الگوریتم‌های اشاره‌شده، مرزهای کارای حاصل‌شده با یکدیگر مقایسه شده‌اند. شایان ذکر

است که پیاده‌سازی مدل مربوطه و حل آن با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری به کمک نرم‌افزار متلب^{۵۸}، نسخه R2023b در رایانه‌ای با پردازنده i5-6360U و 8GB رم در سیستم‌عامل ویندوز ۱۱، انجام شده است.



شکل ۲- خلاصه مراحل اجرای الگوریتم‌های ژنتیک، رقابت استعماری و گرگ‌های خاکستری (راست به چپ)

Fig. 2- Summary of the implementation steps of GA, ICA and GWO algorithms (right to left)

۳-۱- داده‌های مورد نیاز

داده‌های اصلی به شرح جدول (۲) تأمین شده است.

داده‌های مربوط به قیمت سهام، از تاریخ ۱۴۰۱/۰۱/۰۶ تا ۱۴۰۲/۰۱/۰۵ به صورت هفتگی از وب‌سایت رسمی شرکت مدیریت فناوری بورس تهران^{۵۹} استخراج و قیمت بسته‌شدن کندل استیک‌ها^{۶۰}، قیمت مبنا در نظر گرفته شده است.

داده‌های مربوط به خالص جریان نقدی سه پروژه در طی یک سال نیز، براساس درآمد و هزینه هر دوره، به صورت ساختگی شبیه‌سازی شده‌اند و نیز سعی شده است تا بیشترین شباهت به پروژه‌های دنیای واقع را در بر داشته باشند.

جدول ۲- داده‌های اصلی

Table 2- Main data

مقدار	داده
۴۰۰۰۰ میلیون ریال	کل بودجه سرمایه‌گذار
۴۰۰۰ میلیون ریال	حد پایین سرمایه در هر سهم و پروژه
۲۴۰۰۰ میلیون ریال	حد بالای سرمایه در هر سهم
۲۵ درصد از مجموع هزینه‌های هر پروژه	حد بالای سرمایه در هر پروژه
۲	حداقل تعداد سهم و پروژه در سبد سرمایه‌گذاری
۵	حداکثر تعداد سهم و پروژه در سبد سرمایه‌گذاری
۳۵ درصد	سطح ریسک‌پذیری

۲-۳- تنظیم نقطه شروع و پارامترهای الگوریتم‌های فراابتکاری

با توجه به اهمیت و تأثیرگذاری نقطه شروع (جواب اولیه) و پارامترهای اولیه الگوریتم‌های فراابتکاری در ارائه پاسخ مناسب، نقطه شروع و پارامترهای اولیه الگوریتم‌های استفاده‌شده تنظیم شده‌اند. برای این منظور، پس از انجام چندین مرحله آزمون و خطا و تحلیل نتایج‌های حاصل‌شده، نقطه شروع الگوریتم‌های رقابت‌استعماری و گرگ‌های خاکستری براساس رابطه (۲۸) تنظیم شد.

$$FirstPoint_i = \frac{\sum_{i=1}^n R_i - R_i}{(n-1) \sum_{i=1}^n R_i} \quad (28)$$

در این رابطه، R_i مجموع مقادیر نرمال‌شده نیم‌واریانس و نیم‌آنتروپی براساس رابطه (۲۹) است که همان سطح ریسک دارایی i ام را بیان می‌کند.

$$x_i^* = \frac{x_i}{\sum_i |x_i|} \quad (29)$$

به منظور تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های فراابتکاری رقابت‌استعماری و گرگ‌های خاکستری، از روش تاگوچی^{۶۱} بهره گرفته شده است (زی^{۶۲}، ۲۰۰۱). تاگوچی با ارائه مفهوم نسبت سیگنال به نویز^{۶۳}، روش جدیدی را برای طراحی و تحلیل آزمایش‌ها ارائه کرد. یکی از مزایای اصلی روش تاگوچی، نیاز نداشتن به انجام تمام آزمایش‌های ممکن است و با توجه به تعداد سطوح و تعداد پارامترهای مطالعه‌شده، آزمایش‌هایی با تکرارهای کمتر، مطابق با جداول استاندارد تاگوچی طراحی می‌شوند.

برای اجرای روش تاگوچی، هر کدام از پارامترهای الگوریتم‌های فراابتکاری رقابت‌استعماری و گرگ‌های خاکستری در سه سطح تعریف و در ادامه، بهترین سطوح با کمک نرم‌افزار مینی‌تب^{۶۴} نسخه ۲.۴.۲۱ استخراج شده‌اند. جدول (۳)، پارامترهای هر الگوریتم و سطوح مختلف آنها را نشان می‌دهد.

جدول ۳- شرح پارامتر و سطوح الگوریتم‌های رقابت استعماری و گرگ‌های خاکستری

Table 3- Description of parameters and levels of ICA and GWO algorithms

سطوح	شرح پارامتر			نام الگوریتم
	L_3	L_2	L_1	
۵۰۰	۳۰۰	۲۰۰	بیشینه تعداد تکرار الگوریتم	رقابت استعماری (ICA)
۵۰	۲۰	۱۰	تعداد جمعیت (تعداد کشورها)	
۹	۶	۳	تعداد استعمارگران	
۴	۳	۲	ضریب جذب (β)	
۰/۵	۰/۳	۰/۱	احتمال انقلاب	
۰/۱	۰/۰۷	۰/۰۵	نرخ انقلاب	
۰/۳	۰/۲	۰/۱	ضریب تأثیر قدرت مستعمره در امپراتوری (ζ)	
۱۰۰۰	۵۰۰	۳۰۰	بیشینه تعداد تکرار الگوریتم	گرگ‌های خاکستری (GWO)
۵۰	۲۰	۱۰	تعداد جمعیت (تعداد گرگ‌های خاکستری)	

با توجه به تعداد سطوح و تعداد پارامترهای الگوریتم رقابت استعماری، که به ترتیب برابر با ۳ و ۷ هستند، لازم است از جدول استاندارد $L27 (3^7)$ تاگوجی به منظور کشف بهترین سطح از هر پارامتر، استفاده شود. با تفسیری مشابه، لازم است از جدول استاندارد $L9 (3^2)$ تاگوجی به منظور کشف بهترین سطح از هر پارامتر الگوریتم گرگ‌های خاکستری، استفاده کرد.

در روش تاگوجی، نتیجه حاصل از انجام یک مرتبه آزمایش در هر اجرا، از جدول تاگوجی کافی است (زئی، ۲۰۰۱)، اما تنها در این مطالعه با توجه به احتمال وجود خطا در نتیجه الگوریتم‌های فراابتکاری، در هر اجرا از جدول استاندارد تاگوجی، مدل ریاضی مسئله با الگوریتم مربوطه، سه مرتبه بهینه‌سازی شده است. از شاخص میانگین فاصله از جواب ایده‌آل^{۶۵} مطابق رابطه (۳۰) و همچنین شاخص مدت‌زمان اجرای الگوریتم نیز در سه مرتبه بهینه‌سازی به منظور مقایسه سطوح مختلف استفاده شده است. به منظور هم‌مقیاس شدن هر دو شاخص، نرمال‌سازی مطابق با رابطه (۲۹) انجام شده است.

$$MID = \frac{\sum_{k=1}^3 \sqrt{\left(\frac{f_k - f_{best}}{f_{max} - f_{min}}\right)^2}}{3} \quad (30)$$

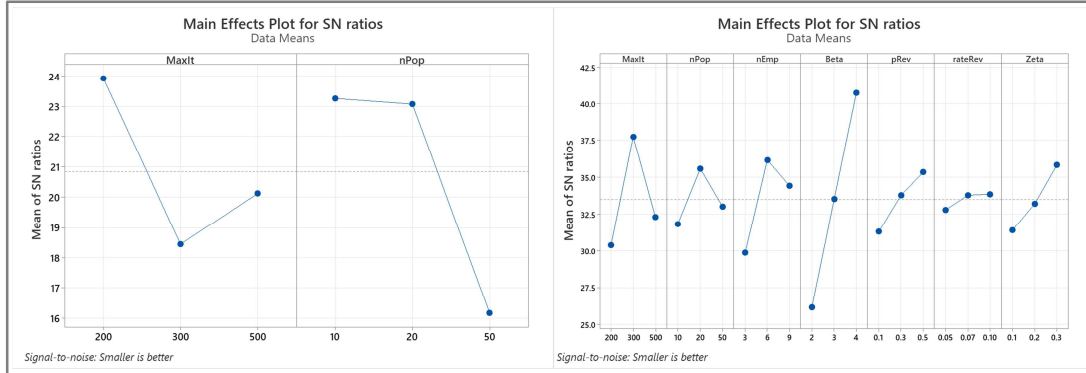
در رابطه (۳۰)، مقدار f_k بیانگر مقدار تابع هدف در اجرای مرتبه k ام است. مقادیر f_{best} ، f_{max} و f_{min} به ترتیب بهترین، بیشترین و کمترین مقدار تابع هدف در بین تمام پاسخ‌ها هستند. با توجه به اینکه مقدار کوچک‌تر در شاخص نهایی، از اولویت بالاتری برخوردار است، کمترین و بهترین مقدار تابع هدف، معادل‌اند.

در نهایت با توجه به اهمیت بیشتر شاخص اول (بیانگر کیفیت جواب) در مقایسه با شاخص دوم (بیانگر سرعت اجرا) در مسئله بررسی‌شده، به ترتیب وزن‌های ۰/۷ و ۰/۳ برای این دو شاخص لحاظ شد و در ادامه نیز مقدار نهایی این شاخص‌ها در قالب یک شاخص ادغامی محاسبه می‌شود.

نسبت سیگنال به نویز از طریق رابطه (۳۱)، که همان رابطه کوچک‌تر - بهتر^{۶۶} تاگوجی است، محاسبه می‌شود.

$$SNR = -10 \log \left[\frac{\sum_{i=1}^k y_i^2}{k} \right] \quad (31)$$

در رابطه (۳۱)، γ_i شاخص نهایی آزمایش نام و k تعداد تکرارهای آزمایش است. نتایج به‌کارگیری روش تاگوچی برای کشف بهترین سطوح از پارامترهای الگوریتم‌های فراابتکاری رقابت استعماری و گرگ‌های خاکستری در شکل (۳) و جدول (۴)، نمایش داده شده است. آن سطحی از هر پارامتر در نمودار نسبت سیگنال به نویز انتخاب می‌شود که بیشترین مقدار را به خود گرفته باشد.



شکل ۳- نتایج روش تاگوچی برای یافتن بهترین سطح الگوریتم‌های رقابت استعماری (راست) و گرگ‌های خاکستری (چپ)

Fig. 3- Results of Taguchi's method to find the best level of ICA (right) and GWO (left) parameters

جدول ۴- سطوح انتخاب‌شده الگوریتم‌های رقابت استعماری و گرگ‌های خاکستری

Table 4- Selected levels of ICA and GWO algorithms

سطح منتخب	شرح پارامتر	نام الگوریتم
۳۰۰	بیشینه تعداد تکرار الگوریتم	رقابت استعماری (ICA)
۲۰	تعداد جمعیت (تعداد کشورها)	
۶	تعداد استعمارگران	
۴	ضریب جذب (β)	
۰/۵	احتمال انقلاب	
۰/۱	نرخ انقلاب	
۰/۳	ضریب تأثیر قدرت مستعمره در امپراتوری (ζ)	
۲۰۰	بیشینه تعداد تکرار الگوریتم	گرگ‌های خاکستری (GWO)
۱۰	تعداد جمعیت (تعداد گرگ‌های خاکستری)	

۳-۳- نتایج عددی

در این بخش به منظور کشف مرز کارا و ارائه سبدهای متنوع سرمایه‌گذاری با سطوح ریسک مختلف، توابع هدف مسئله مطابق رابطه (۳۲) ادغام شده‌اند (دب^{۶۷}، ۲۰۰۵):

$$\text{Min}(\lambda)(Z_2 + Z_3) - (1 - \lambda)(Z_1) \quad (32)$$

در رابطه (۳۲)، λ پارامتر وزن‌دهنده به توابع هدف است و مقدار آن در فاصله $[0, 1]$ تعیین می‌شود؛ برای نمونه، مقدار صفر این پارامتر، توابع هدف از جنس ریسک را بی‌اثر و سبدهای سرمایه‌گذاری را فقط براساس معیار بازده ارائه می‌کند. به طریق مشابه، در صورتی که پارامتر λ مقدار آستانه بالایی خود را بگیرد، تنها توابع هدف از جنس

ریسک در چینش سبدهای سرمایه‌گذاری مؤثر واقع می‌شود. در این پژوهش، ۱۱ مقدار مختلف برای پارامتر λ از ۰ تا ۱ به فاصله ۰/۱ در نظر گرفته و مدل ریاضی مسئله، اجرا شده است.

در این پژوهش به منظور تبدیل یک مدل مقید به نامقید، از توابع جریمه^{۶۸} استفاده شده است. به‌کارگیری توابع جریمه در مسائل بهینه‌سازی به کمک الگوریتم‌های فراابتکاری، یک شیوه رایج است. همان‌طور که از نام این روش مشخص است، تابع جریمه بر جواب‌های ناموجه اعمال می‌شود و تابع هدف را از مقدار بهینه، بسیار دور می‌کند. یکی از روش‌های به‌کارگیری توابع جریمه در رابطه^(۳۳) نشان داده شده است.

$$F(x) = \begin{cases} f(x), & x \in \text{feasible region} \\ f(x) + \text{Penalty}(x), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (33)$$

در این مسئله، تابع جریمه مطابق رابطه^(۳۴) تعریف و با توجه به رابطه^(۲۲)، مقدار ثابت ۱۰۰ برای تابع جریمه در نظر گرفته می‌شود (ینای^{۶۹}، ۲۰۰۵).

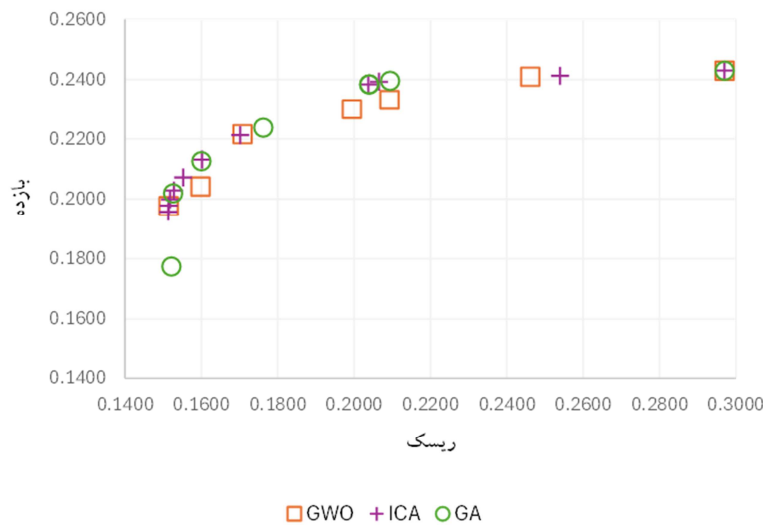
$$\text{Penalty}(w) = 100 \sum_{i=1}^n w_i = 100 \quad (34)$$

۴- یافته‌ها

مدل ریاضی مسئله به ازای هر مقدار از پارامتر λ ، ۱۰ بار با الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک، رقابت استعماری و گرگ‌های خاکستری حل و بهترین پاسخ به ازای هر مقدار از پارامتر λ ، انتخاب شده است. پس از حذف نقاط مغلوب^{۷۰}، مرز کارای حاصل‌شده از الگوریتم‌های مذکور، در شکل (۴) مشاهده می‌شود.

به منظور مقایسه عملکرد الگوریتم‌های فراابتکاری بحث‌شده، در ادامه ۶ شاخص معرفی شده است که نتایج عملکرد الگوریتم‌ها در هر یک از این شاخص‌ها، در جدول (۵) مشاهده می‌شود. به منظور سهولت و درک بهتر، توابع هدف نیم‌وارانس و نیم‌آنتروپی مسئله مطابق رابطه^(۳۵) بازنویسی می‌شوند.

$$\text{Min } Z_4 = Z_2 + Z_3 \quad (35)$$



شکل ۴- مرز کارای کشف‌شده با الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک، رقابت استعماری و گرگ‌های خاکستری

Fig. 4- Efficient frontier resulted by GA, ICA and GWO algorithms

شاخص ۱. میانگین فاصله ایده‌آل: در این شاخص، میانگین فاصله نقاط نامغلوب^{۷۱} از بهترین جواب حاصل شده در بین تمامی الگوریتم‌ها، مطابق رابطه (۳۶) محاسبه می‌شود.

$$MID = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{\left(\frac{Z_i^1 - Z_{best}^1}{Z_{total}^{1max} - Z_{total}^{1min}}\right)^2 + \left(\frac{Z_i^4 - Z_{best}^4}{Z_{total}^{4max} - Z_{total}^{4min}}\right)^2}}{n} \quad (36)$$

در رابطه (۳۶)، n برابر با تعداد نقاط پارتو و Z_{best}^j ، Z_{max}^j و Z_{min}^j به ترتیب بهترین، بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقدار تابع هدف Z در بین تمامی جواب‌ها و الگوریتم‌هاست. مقدار این شاخص هرچه کوچک‌تر باشد، بیانگر عملکرد بهتر الگوریتم مدنظر است (رحمتی و زندیه^{۷۲}، ۲۰۱۲).

شاخص ۲. گسترش جواب‌های نامغلوب^{۷۳}: این شاخص، میزان تنوع جواب‌های نامغلوب را مطابق رابطه (۳۷) اندازه‌گیری می‌کند. مقدار این شاخص هرچه بزرگ‌تر باشد، الگوریتم عملکرد بهتری دارد (کریمی و همکاران^{۷۴}، ۲۰۱۰).

$$SNS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (MID - C_i)^2}{n - 1}} \quad (37)$$

در این رابطه، مقدار C_i مطابق رابطه (۳۸) محاسبه می‌شود.

$$C_i = \sqrt{Z_{1i}^2 + Z_{4i}^2} \quad (38)$$

که در آن، مقدار Z_{ji} ، مقدار تابع هدف Z در نقطه i ام است.

شاخص ۳. نرخ دستیابی هم‌زمان دو تابع هدف^{۷۵}: این شاخص، نرخ دستیابی به بهترین جواب هر تابع هدف را برای نقاط مختلف، مطابق رابطه (۳۹) محاسبه می‌کند. مقدار این شاخص هرچه کوچک‌تر باشد، بیانگر عملکرد بهتر الگوریتم مربوطه است (کریمی و همکاران^{۷۶}، ۲۰۱۰).

$$RAS = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\left| \frac{Z_{1i} - Z_{1i}^{best}}{Z_{1i}^{best}} \right| + \left| \frac{Z_{4i} - Z_{4i}^{best}}{Z_{4i}^{best}} \right| \right)}{n} \quad (39)$$

شاخص ۴. بیشترین گسترش^{۷۶}: این شاخص، گستردگی جواب‌های نامغلوب هر الگوریتم را مطابق رابطه (۴۰) ارزیابی می‌کند و هرچه بزرگ‌تر باشد، الگوریتم عملکرد بهتری دارد (رحمتی و زندیه^{۷۷}، ۲۰۱۲).

$$MS = \sqrt{(Min Z_1 - Max Z_1)^2 + (Min Z_4 - Max Z_4)^2} \quad (40)$$

شاخص ۵. مدت‌زمان اجرای الگوریتم^{۷۷}: این شاخص نیز یک شاخص مهم است و سرعت عملکرد الگوریتم‌ها را نمایش می‌دهد که به طبع مقدار کوچک‌تر، بیانگر عملکرد بهتر الگوریتم مربوطه است.

شاخص ۶. تعداد جواب‌های مغلوب: این شاخص، تعداد جواب‌های مغلوب تولید شده با هر الگوریتم را نشان می‌دهد. مقدار این شاخص هرچه کوچک‌تر باشد، الگوریتم عملکرد بهتری دارد.

جدول ۵- مقایسه عملکرد الگوریتم‌های گرگ‌های خاکستری، رقابت استعماری و ژنتیک

Table 5- Comparison of the performance of GWO, ICA and GA algorithms

نام الگوریتم	MID	SNS	RAS	MS	زمان اجرا (ثانیه)	تعداد جواب‌های مغلوب
گرگ‌های خاکستری	۰/۵۸۵۳	۰/۳۰۶۶	۰/۴۲۹۸	۰/۱۵۲۵	۴۳۵	۴
رقابت استعماری	۰/۵۹۰۶	۰/۵۷۳۹	۰/۳۳۶۲	۰/۱۵۳۲	۱۷۸۱	۰
ژنتیک	۰/۵۷۰۸	۰/۵۶۶۴	۰/۳۷۱۱	۰/۱۵۹۰	۳۰۵۶	۳

۵- بحث

۵-۱- انتخاب سید مناسب برای سرمایه‌گذار

به منظور انتخاب سید مناسب برای سرمایه‌گذار، در گام اول لازم است بهترین الگوریتم از بین الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک، رقابت استعماری و گرگ‌های خاکستری، تعیین شود؛ از این رو، اعداد جدول (۵) مطابق با روابط (۴۱) و (۴۲) نرمال می‌شوند که نتیجه آن در جدول (۶) قابل مشاهده است.

$$x_i^* = \frac{Max(x_i) - x_i}{Max(x_i) - Min(x_i)} \quad \text{برای شاخص منفی؛} \quad (41)$$

$$x_i^* = \frac{x_i - Min(x_i)}{Max(x_i) - Min(x_i)} \quad \text{برای شاخص مثبت؛} \quad (42)$$

جدول ۶- مقادیر نرمال‌شده جدول (۵)

Table 6- Normalized values of table (5)

نام الگوریتم	MID	SNS	RAS	MS	زمان اجرا (ثانیه)	تعداد جواب‌های مغلوب
گرگ‌های خاکستری	۰/۲۶۷۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰	۰
رقابت استعماری	۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۱۰۳۲	۰/۴۸۶۵	۱/۰۰۰
ژنتیک	۱/۰۰۰	۰/۹۷۱۹	۰/۶۲۷۱	۱/۰۰۰	۰	۰/۲۵۰۰

در این پژوهش به منظور کشف بهترین الگوریتم براساس جدول (۶)، از استراتژی کم‌نی^{۷۸} (۱۹۵۹) استفاده می‌شود. این استراتژی را جان کم‌نی در سال ۱۹۵۹ معرفی و گزینه‌ها را در تمام حالت‌های ممکن به صورت زوجی مقایسه کرد و به آنها امتیاز داد. در نهایت، ترکیبی که بالاترین امتیاز را دارد، ترکیب برتر معرفی می‌شود؛ برای مثال، برای امتیازدهی به ترکیب $P > Q > R$ ، مجموع امتیازات ترکیب‌های $P > Q$ ، $P > R$ و $Q > R$ لحاظ می‌شود. در جدول (۷)، امتیازات تمام ترکیب‌های ممکن بین الگوریتم‌ها، محاسبه شده است.

جدول ۷- بررسی ترکیب‌های مختلف از الگوریتم‌ها براساس استراتژی کم‌نی

Table 7- Scoring different combinations of algorithms based on Kemeny strategy

ترکیب	MID	SNS	RAS	MS	زمان اجرا (ثانیه)	تعداد جواب‌های مغلوب	جمع امتیازات
GWO>ICA>GA	۱	۱	۱	۰	۳	۱	۷
GWO>GA>ICA	۲	۰	۰	۱	۲	۰	۵
ICA>GWO>GA	۰	۲	۲	۱	۲	۲	۹
ICA>GA>GWO	۱	۳	۳	۲	۱	۳	۱۳
GA>GWO>ICA	۳	۱	۱	۲	۱	۱	۹
GA>ICA>GWO	۲	۲	۲	۳	۰	۲	۱۱

مطابق با جدول (۷)، بالاترین امتیاز کسب شده مربوط به ترکیب ICA>GA>GWO است. به این ترتیب، بهترین عملکرد مربوط به الگوریتم رقابت استعماری و پس از آن، الگوریتم‌های ژنتیک و گرگ‌های خاکستری است. با استناد به جواب‌های کارای تولید شده با الگوریتم رقابت استعماری، سبدهای مختلف پس از نرمال‌سازی مقادیر بازده و ریسک براساس رابطه (۴۲)، به شرح جدول (۸) ارائه می‌شود و در اختیار سرمایه‌گذار قرار می‌گیرد. در این بین و با توجه به سطح ریسک‌پذیری سرمایه‌گذار در جدول (۲)، سبد ۴ بهترین انتخاب برای این سرمایه‌گذار خواهد بود که توصیه به سرمایه‌گذاری در سهم خکاوه و همچنین پروژه‌های A و C شده است.

جدول ۸- سبدهای مختلف ارائه شده با الگوریتم رقابت استعماری

Table 8- Selected portfolios resulted by ICA algorithm

شماره سبد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
بازده	۱/۰۰	۰/۹۶	۰/۹۲	۰/۹۰	۰/۵۴	۰/۳۷	۰/۲۴	۰/۱۵	۰/۰۹	۰/۰۴	۰
ریسک	۱/۰۰	۰/۷۰	۰/۳۸	۰/۳۶	۰/۱۳	۰/۰۶	۰/۰۳	۰/۰۱	۰	۰	۰
سهم بوعلی	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
سهم دره‌آور	۲۰،۵۶۰	۱۵،۰۴۵	۴،۱۰۵	۰	۴،۰۰۲	۴،۱۷۱	۴،۶۹۷	۵،۰۹۸	۵،۶۵۲	۵،۹۶۹	۶،۰۲۵
سهم شیران	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
سهم خکاوه	۰	۰	۱۰،۸۳۰	۱۳،۹۶۱	۱۲،۸۶۰	۱۳،۶۵۸	۱۳،۹۴۶	۱۴،۱۴۸	۱۴،۱۶۶	۱۴،۲۶۷	۱۴،۵۸۵
سهم ستران	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
پروژه A	۱۹،۴۴۰	۱۹،۴۳۸	۱۹،۴۳۴	۱۹،۴۲۵	۱۶،۱۰۵	۱۴،۵۹۳	۱۳،۴۷۸	۱۲،۶۵۱	۱۲،۰۸۵	۱۱،۶۷۰	۱۱،۲۸۸
پروژه B	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
پروژه C	۰	۵،۵۱۷	۵،۶۳۱	۶،۶۱۴	۷،۰۳۴	۷،۵۷۹	۷،۸۷۸	۸،۱۰۳	۸،۰۹۷	۸،۰۹۴	۸،۱۰۲
کل سرمایه	۴۰،۰۰۰	۴۰،۰۰۰	۴۰،۰۰۰	۴۰،۰۰۰	۴۰،۰۰۱	۴۰،۰۰۱	۳۹،۹۹۹	۴۰،۰۰۰	۴۰،۰۰۰	۴۰،۰۰۰	۴۰،۰۰۰

۲-۵- تحلیل شاخص نیم‌آنتروپی در مدل پیشنهادی

حضور نیم‌آنتروپی در مدل ریاضی، از دیگر نکات بحث‌شدنی در این بخش است. حضور این شاخص به‌عنوان شاخص دوم اندازه‌گیری سطح ریسک، سبب ایجاد بده - بستان^۹ بین نیم‌واریانس و نیم‌آنتروپی می‌شود. به بیان دیگر، سبدهای ارائه شده در مدل حاضر نسبت به مدل مارکوویتز (۱۹۵۲)، از نیم‌واریانس بالاتری برخوردارند که علت آن، ایجاد بده - بستان بین دو تابع هدف کمینه‌سازی، یعنی نیم‌واریانس و نیم‌آنتروپی است. به‌منظور درک بهتر از کارایی نیم‌آنتروپی، این بار مدل ریاضی حاضر در کنار مدل ریاضی مارکوویتز (میانگین - نیم‌واریانس) آزمایش شد. هر دو مدل با ضریب ۱ برای تمام توابع هدف و با لحاظ کردن مفروضات سرمایه‌گذار به کمک الگوریتم انتخاب شده در بخش ۵-۱، در ۱۰۰ تکرار حل شدند که نتیجه آن در جدول (۹) مشاهده می‌شود.

جدول ۹- مقایسه نرخ بازده در مدل مارکوویتز و مدل حاضر

Table 9- Comparing returns in the Markowitz model and the present model

شرح پارامتر (در ۱۰۰ تکرار)	مدل مارکوویتز (میانگین - نیم‌واریانس)	مدل حاضر (میانگین - نیم‌واریانس - نیم‌آنتروپی)
بهترین نرخ بازده در جواب بهینه	۰/۰۱۴۷۶۴۹	۰/۰۱۵۴۲۶۶
میانگین نرخ بازده	۰/۰۱۴۳۸۶۴	۰/۰۱۵۴۲۳۳
کمینه نرخ بازده	۰/۰۱۳۳۳۰۴	۰/۰۱۵۳۳۳۵
بیشینه نرخ بازده	۰/۰۱۴۹۷۷۰	۰/۰۱۵۴۷۸۱

جدول (۹) در واقع بیان می‌کند که حضور نیم‌آنتروپی در مدل ریاضی مسئله، بهبود نسبتاً درخور توجهی را در نرخ بازده به وجود آورده است؛ به طوری که حتی بدترین نرخ بازده در ۱۰۰ تکرار در مدل حاضر، تقریباً ۲/۴ درصد از بیشترین نرخ بازده در مدل مارکوئیتز (۱۹۵۲)، بیشتر است.

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

امروزه به سبب گسترش حوزه‌های سرمایه‌گذاری، سرمایه‌گذاران در صدد آن‌اند که علاوه بر بازارهای مالی سنتی، بخشی از سبد خود را به بخش‌های دیگر، از جمله پروژه‌ها تخصیص دهند. به همین سبب در این پژوهش، سبد ترکیبی پروژه و سهام براساس مدل میانگین - نیم‌واریانس - نیم‌آنتروپی بهینه‌سازی شد. پس از طراحی مدل مربوطه، به منظور اعتبارسنجی نتایج آن، یک مثال عددی ارائه شد که با توجه به پیچیدگی زیاد مسئله، حل آن با کمک سه الگوریتم فراابتکاری شامل ژنتیک، رقابت استعماری و گرگ‌های خاکستری انجام و نتایج آن مقایسه شد. نتایج حاصل نشان می‌دهند که با وجود سرعت بالای الگوریتم گرگ‌های خاکستری، جواب‌های ارائه‌شده با این الگوریتم در مقایسه با الگوریتم ژنتیک و رقابت استعماری، چندان مناسب نیست. از سوی دیگر، سرعت مناسب و همچنین وجود نداشتن نقاط مغلوب در بین پاسخ‌ها، از برتری‌های الگوریتم رقابت استعماری نسبت به الگوریتم ژنتیک بوده است. برآیند شاخص‌های ارزیابی مختلف استفاده‌شده نشان داد که الگوریتم رقابت استعماری در این مسئله، عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم‌های ژنتیک و گرگ‌های خاکستری داشته است.

در نهایت با توجه به خواسته‌های یک سرمایه‌گذار فرضی، مناسب‌ترین گزینه در بین سبدهای ارائه‌شده با الگوریتم برگزیده (رقابت استعماری) برای او انتخاب شد. همان‌طور که در این سبدهای ارائه‌شده مشاهده می‌شود، سهم شیران به سبب داشتن بازده منفی، جایگاهی در هیچ‌کدام از سبدهای ارائه‌شده ندارد. همچنین با توجه به حضور پروژه A در تمامی سبدها، این‌طور برداشت می‌شود که احتمالاً این پروژه، تناسب بازده و ریسک مناسبی دارد، اما کاهش وزن آن در سبدهای کم‌ریسک، حاکی از آن است که احتمالاً این پروژه در دسته پروژه‌های پرریسک قرار دارد.

از سوی دیگر، مثال عددی نشان داد که حضور نیم‌آنتروپی به‌عنوان شاخص اندازه‌گیری سطح ریسک سبد سرمایه‌گذاری، یک شاخص کاملاً مناسب بوده است؛ زیرا بازده سبد سرمایه‌گذاری را به اندازه درخور توجهی، بهبود داده است.

رویکرد پیشنهادی این مقاله از سوی طیف وسیعی از سرمایه‌گذاران و مدیران واحدهای مختلف سرمایه‌گذاری در مؤسسات مختلف قابل استفاده خواهد بود.

به جهت پیشنهاد برای تحقیقات آتی، به مواردی همچون در نظر گرفتن هم‌افزایی بین پروژه‌ها، در نظر گرفتن پروژه‌ها با دوره اجرای طولانی، در نظر گرفتن ساختار چنددوره‌ای و افزودن محدودیت مربوط به انتخاب تعداد خاصی از پروژه و سهام به تفکیک، در مدل ریاضی اشاره می‌شود.

References

- Abzari, M., Khalili, M., Jamshidi, H., & Dadashpoor Omrani, A. (2014). A Single Period Multi Objective Mathematical Model for Portfolio Investment Under an Integrated Risk Measure. *Research in Production and Operations Management*, 5(2), 92-75. (in Persian)
- Bae, K. H., & Karolyi, G. A. (1994). Good news, bad news and international spillovers of stock return volatility between Japan and the US. *Pacific-Basin Finance Journal*, 2(4), 405-438. [https://doi.org/10.1016/0927-538X\(94\)90003-5](https://doi.org/10.1016/0927-538X(94)90003-5)
- Chang, T. J., Yang, S. C., & Chang, K. J. (2009). Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm. *Expert Systems with applications*, 36(7), 10529-10537. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2009.02.062>
- Davoudifar, N. (2022). Optimization of the mean-semivariance model in the international financial market using PSO, GA, and FA algorithms. *Journal of New Research Approaches in Management and Accounting*, 4(15), 1-14. (in Persian)
- Deb, K. (2005). Multi-objective optimization. In E. K. Burke, & G. Kendall (Eds.), *Search Methodologies: introductory tutorials in optimization and decision support techniques* (pp. 273–316). Springer US. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6940-7>
- Fernández, A., & Gómez, S. (2007). Portfolio selection using neural networks. *Computers & operations research*, 34(4), 1177-1191. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2005.06.017>
- Ghanbari, H., Ghousi, R., & Mohammadi, E. (2021, December). A probabilistic approach for optimal portfolio selection using Monte Carlo simulation and Markowitz Model. In *18th Iranian International Industrial Engineering Conference*. (in Persian)
- Harper, J. T., Iyer, S. R., & Nejadmalayeri, A. (2017). Diversification discount and investor sentiment. *The North American Journal of Economics and Finance*, 42, 218-236. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2017.07.011>
- Hong, K. R., Huang, X., Kim, J. S., & Kim, N. H. (2023). A multi-objective mean-semivariance model for project selection using reinvestment and synergy under uncertainty. *Expert Systems with Applications*, 217, 119586. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.119586>
- Imran, M., Hasan, F., Ahmad, F., Shahid, M., & Abidin, S. (2022, March). Grey Wolf Based Portfolio Optimization Model Optimizing Sharpe Ratio in Bombay Stock Exchange. In *International Conference on Machine Intelligence and Signal Processing* (pp. 331-339). Springer Nature Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-99-0047-3_29
- Jalota, H., & Thakur, M. (2018). Genetic algorithm designed for solving portfolio optimization problems subjected to cardinality constraint. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, 9, 294-305. <https://doi.org/10.1007/s13198-017-0574-z>
- Kalayci, C. B., Ertenlice, O., & Akbay, M. A. (2019). A comprehensive review of deterministic models and applications for mean-variance portfolio optimization. *Expert Systems with Applications*, 125, 345-368. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.02.011>
- Karimi, A., & Goodarzi Dahrizi, S. (2021). Stock portfolio optimization using Imperialist Competitive Algorithm (ICA) and Particle Swarm Optimization (PSO) under Conditional Value at Risk (CVaR). *Financial Engineering and Portfolio Management*, 11(45), 423-444. (in Persian) <https://dorl.net/dor/20.1001.1.22519165.1399.11.45.18.5>
- Karimi, N., Zandieh, M., & Karamooz, H. R. (2010). Bi-objective group scheduling in hybrid flexible flowshop: a multi-phase approach. *Expert systems with applications*, 37(6), 4024-4032. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2009.09.005>
- Kemeny, J. G. (1959). Mathematics without numbers. *Daedalus*, 88(4), 577-591. <http://www.jstor.org/stable/20026529>
- Khakbiz, M., Rezaei Pandari, A., & Dehghan Nayeri, M. (2017). Selection and Solving it with Genetic Algorithms. *Journal of Industrial Management Perspective*, 7(1), 173-196. (in Persian)
- Klebaner, F., Landsman, Z., Makov, U., & Yao, J. (2017). Optimal portfolios with downside risk. *Quantitative Finance*, 17(3), 315-325. <https://doi.org/10.1080/14697688.2016.1197411>
- Liu, B. (2007). *Uncertainty Theory*. STUDFUZZ.

- Liu, B., & Liu, B. (2010). *Uncertainty theory* (pp. 1-79). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-13959-8_1
- Lu, S., Zhang, N., & Jia, L. (2021). A multiobjective multiperiod mean-semientropy-skewness model for uncertain portfolio selection. *Applied Intelligence*, 51, 5233-5258. <https://doi.org/10.1007/s10489-020-02079-3>
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7, 77-91.
- Markowitz, H. (1959). *Portfolio Selection Efficient Diversification of Investments*. John Wiley&Sons.
- Mirabi, M., & Zarei Mahmoudabadi, M. (2020). Optimization Portfolio Selection in Risk Situations with Combined Meta-Heuristic Algorithm of Genetic Algorithm (GA) and Lion Optimization Algorithm (LOA). *Financial Management Perspective*, 10(32), 33-56. (in Persian) <https://doi.org/10.52547/JFMP.10.32.33>
- Mirjalili, S., Mirjalili, S. M., & Lewis, A. (2014). Grey wolf optimizer. *Advances in engineering software*, 69, 46-61. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2013.12.007>
- Mostafayi Darmian, S., & Doaei, M. (2022). Optimization of Stock Portfolio Selection in Iran Capital Market Using Meta-heuristic Algorithms. *Quarterly Journal of Applied Theories of Economics*, 8(4), 253-284. (in Persian) <https://doi.org/10.22034/econj.2022.47049.2913>
- Raei, R., & Saeedi, A. (2014). *Fundamentals of Financial Engineering and Risk Management*. Tehran University School of Management Publishing and Samat Publications. (in Persian)
- Raei, R., bajalan, S., habibi, M., & nikahd, A. (2017). Optimization of Multi-Objective Portfolios Based on Mean, Variance, Entropy and Particle Swarm Algorithm. *Journal of Risk modeling and Financial Engineering*, 2(3), 362-379. (in Persian)
- Raei, R., Mohammadi, SH., & Alibeiki, H. (2011). Mean-Semivariance Portfolio Optimization Using Harmony Search Method. *Management Research In Iran (Modares Human Sciences)*, 15(3, 72), 105-128. (in Persian)
- Rahmati, S. H. A., & Zandieh, M. (2012). Developing two multi-objective algorithms for solving multi-objective flexible job shop scheduling problem considering total consumed power per month. *Industrial Management Studies*, 10(27), 118-143
. <https://dori.net/dor/20.1001.1.22518029.1391.10.27.6.2>
- Roy, R. K. (2001). *Design of experiments using the Taguchi approach: 16 steps to product and process improvement*. John Wiley & Sons.
- Sajadi, Z. (2011). *Optimizing stock portfolios using the colonial competitive algorithm based on the value-at-risk theory and its evaluation*. [Faculty of Mathematical Sciences and Computer Science, Sheikh Bahai University]. (in Persian) <https://ganj.irandoc.ac.ir/#/articles/63c0827b297eca9744f0f355136701f0>
- Sakalauskas, V., Kriksciuniene, D., & Imbrazas, A. (2023). Stock Portfolio Risk-Return Ratio Optimisation Using Grey Wolf Model. In *Data Science in Applications* (pp. 211-232). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-031-24453-7_10
- Setiawan, E. P. (2020, July). Comparing bio-inspired heuristic algorithm for the mean-CVaR portfolio optimization. In *Journal of Physics: Conference Series*, 1581(1), 012014. IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1581/1/012014>
- Soleimani, H., Golmakani, H. R., & Salimi, M. H. (2009). Markowitz-based portfolio selection with minimum transaction lots, cardinality constraints and regarding sector capitalization using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications*, 36(3), 5058-5063. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.06.007>
- Strumberger, I., Bacanin, N., & Tuba, M. (2016, January). Constrained portfolio optimization by hybridized bat algorithm. In *2016 7th International Conference on Intelligent Systems, Modelling and Simulation (ISMS)* (pp. 83-88). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ISMS.2016.18>
- Tuba, M., & Bacanin, N. (2014). Artificial bee colony algorithm hybridized with firefly algorithm for cardinality constrained mean-variance portfolio selection problem. *Applied Mathematics & Information Sciences*, 8(6), 2831. <http://doi.org/10.12785/amis/080619>

- Wei, S. Z., & Ye, Z. X. (2007). Multi-period optimization portfolio with bankruptcy control in stochastic market. *Applied Mathematics and Computation*, 186(1), 414-425. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2006.07.108>
- Yeniay, Ö. (2005). Penalty function methods for constrained optimization with genetic algorithms. *Mathematical and computational Applications*, 10(1), 45-56. <https://doi.org/10.3390/mca10010045>
- Zainal, N. A., & Mustafa, Z. (2016, December). Developing a gold price predictive analysis using Grey Wolf Optimizer. In *2016 IEEE student conference on research and development (SCORED)* (pp. 1-6). IEEE. <https://doi.org/10.1109/SCORED.2016.7810031>
- Zhou, J., Li, X., & Pedrycz, W. (2016). Mean-semi-entropy models of fuzzy portfolio selection. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 24(6), 1627-1636. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2016.2543753>

-
- ¹ Harper et al.
 - ² Bae & Karolyi
 - ³ Ghanbari et al.
 - ⁴ Markowitz
 - ⁵ Modern Portfolio Theory (MPT)
 - ⁶ Abzari et al.
 - ⁷ Downside risk
 - ⁸ Semi-Variance
 - ⁹ Raei & Saeedi
 - ¹⁰ Klebaner et al.
 - ¹¹ Raei et al.
 - ¹² Harmony Search
 - ¹³ Davoudifar
 - ¹⁴ Particle Swarm Optimization (PSO)
 - ¹⁵ Genetic Algorithm (GA)
 - ¹⁶ Firefly Algorithm (FA)
 - ¹⁷ Zhou et al.
 - ¹⁸ Lu et al.
 - ¹⁹ Semi-Entropy
 - ²⁰ Chang et al.
 - ²¹ Fernandez & Gómez
 - ²² Kalayci et al.
 - ²³ Tuba & Bacanin
 - ²⁴ Artificial Bee Colony (ABC)
 - ²⁵ Strumberger et al.
 - ²⁶ Wei & Ye
 - ²⁷ Conditional Value at Risk (CVaR)
 - ²⁸ Soleimani et al.
 - ²⁹ Jalota & Thakur
 - ³⁰ Mirabi & Zarei Mahmoudabadi
 - ³¹ Lion Optimization Algorithm (LOA)
 - ³² Sajadi
 - ³³ Imperialist Competitive Algorithm (ICA)
 - ³⁴ Karimi & Goodarzi Dahrizi
 - ³⁵ Grey Wolves Optimization (GWO)
 - ³⁶ Mirjalili et al.
 - ³⁷ Zainal & Mustafa
 - ³⁸ Setiawan
 - ³⁹ Cuckoo Search Optimization (CSO)
 - ⁴⁰ Moth Flame Optimization (MFO)
 - ⁴¹ Grasshopper Optimization (GO)
 - ⁴² Dragonfly Optimization (DO)
 - ⁴³ Imran et al.
 - ⁴⁴ Bombay
 - ⁴⁵ Sharpe's ratio

- 46 Sakalauskas
- 47 S&P500 index
- 48 Mostafayi Darmian & Doaei
- 49 Hong et al.
- 50 Jaya
- 51 Rao
- 52 Khakbiz et al.
- 53 Cost plus
- 54 Not a Number (NaN)
- 55 Liu
- 56 Liu & Liu
- 57 Pearson linear correlation coefficient
- 58 MATLAB
- 59 www.tsetmc.com
- 60 Candlesticks
- 61 Taguchi
- 62 Roy
- 63 Signal Noise Ratio (SNR)
- 64 Minitab
- 65 Mean Ideal Distance (MID)
- 66 Smaller-the-Better
- 67 Deb
- 68 Penalty functions
- 69 Yeniay
- 70 Dominated
- 71 Non-dominated
- 72 Rahmati & Zandieh
- 73 Spread of Non-dominated Solutions (SNS)
- 74 Karimi et al.
- 75 Rate of Achievement to two objectives Simultaneously (RAS)
- 76 Maximum Spread (MS)
- 77 CPU Time
- 78 Kemeny
- 79 Trade-off